

**SVEUČILIŠTE U SPLITU
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE, STROJARSTVA I
BRODOGRADNJE**

**Poslijediplomski doktorski studij
Elektrotehnike i informacijske tehnologije**

Kvalifikacijski ispit

**PREGLED METODA ZA PRORAČUN
IZLOŽENOSTI LJUDI SUSTAVIMA ZA
BEŽIČNI PRIJENOS ENERGIJE**

Petra Rašić

Split, rujan 2022.

SADRŽAJ:

1. UVOD	1
2. SUSTAVI ZA BEŽIČNI PRIJENOS ENERGIJE	2
2.1. Povijest bežičnog prijenosa energije	2
2.2. Metode bežičnog prijenosa energije	4
2.2.1. Laserski prijenos.....	4
2.2.2. Mikrovalni prijenos	5
2.2.3. Bežični prijenos energije korištenjem radiovalova u dalekom polju	5
2.2.4. Bežični prijenos energije magnetskom indukcijom.....	5
2.2.5. Bežični prijenos energije korištenjem magnetske rezonancije u bliskom reaktivnom polju	6
2.2.6. Bežični prijenos energije korištenjem električnih polja pomoću kapacitivne sprege	9
3. MODELIRANJE SUSTAVA ZA BEŽIČNI SUSTAV ENERGIJE	10
3.1. Fundamentalna analiza električki malih antena	10
3.2. Teorija spregnutih modova	13
3.2.1 Razdvajanje frekvencije	14
3.2.2 Kritično sprezanje.....	14
3.2.3 Prilagođavanje impedancije.....	14
3.3. Teorija sfernih modova	15
3.3.1 Matrica raspršenja antene	17
3.4. Teorija strujnih krugova	18
4. PUNOVALNI MODEL SUSTAVA ZA BEŽIČNI PRIJENOS ENERGIJE	21
4.1. Diferencijalni i integralni pristup	21
4.2. Modeliranje u frekvencijskom i vremenskom području	21
4.3. Usporedba analitičkih i numeričkih modela	22
5. ANALITIČKE METODE PRORAČUNA	23
5.1. Analitičko rješavanje integralnih jednadžbi za tanke žice – Pocklingtonova integro-diferencijalna jednadžba	23
6. NUMERIČKE METODE PRORAČUNA	26
6.1. Metoda konačnih diferencija	26
6.2. Metoda konačnih elemenata	27
6.3. Metoda rubnih elemenata	30
7. BIOLOŠKI EFEKTI ELEKTROMAGNETSKIH POLJA	32
7.1. Općenita razmatranja	32

7.2. Sprega s električnim poljima niskih frekvencija	33
7.3. Sprega s magnetskim poljima niskih frekvencija	33
7.4. Apsorpcija energije elektromagnetskog zračenja	33
7.5. Indirektni mehanizmi sprege	35
7.6. Biološki učinci	35
8. ELEKTROMAGNETSKO MODELIRANJE LJUDSKOG TIJELA	39
8.1. Ljudski modeli	39
8.2. Dielektrična svojstva tkiva	39
8.3. Interakcija ljudi i elektromagnetskih polja	39
8.4. Elektromagnetski modeli tijela na niskim frekvencijama	40
8.4.1. Cilindrični modeli ljudskog tijela za proračun aksijalnih struja.....	40
8.4.1.1. Pristup preko Pocklingtonove integro-diferencijalne jednačbe.....	41
8.4.1.2. Pristup preko Hallenove integralne jednačbe	45
8.4.1.3. Višežičani model ljudskog tijela.....	46
8.4.2. Disk-model ljudskog tijela za proračun kružnih struja u čovjeku	47
8.4.3. Elipsoidalni model ljudskog tijela	50
8.4.4. Realistični modeli ljudskog tijela	53
8.4.4.1. Formulacija problema Laplaceovom jednačbom	53
8.5. Elektromagnetski modeli ljudskog tijela na visokim frekvencijama	56
8.5.1. Koncept specifične gustoće apsorbirane snage (SAR).....	56
8.5.2. Pojednostavljeni modeli ljudskog tijela.....	57
8.5.2.1. Paralelepipedni model ljudskog tijela.....	57
8.5.2.2. Cilindrični model tijela.....	58
8.6. Problem interakcije ljudi i sustava za bežični prijenos energije	59
9. REZULTATI I KRATKI PREGLED MODELA	62
9.1. Rezultati za aksijalnu gustoću struje primjenom cilindričnih modela ljudskog tijela ...	62
9.2. Rezultati proračuna vrtložnih struja primjenom disk modela tijela	65
9.3. Rezultati za aksijalnu struju primjenom elipsoidnog modela	67
9.4. Numerički rezultati za aksijalnu gustoću struje primjenom realističnih modela	67
9.5. Usporedba	71
10. ZAKLJUČAK	73
LITERATURA	74

1. UVOD

Potreba ljudske populacije za električnom energijom svakim danom se povećava. Prijenos električne energije od samih proizvodnih postrojenja do krajnjih potrošača zahtjeva uporabu velikih količina kablova i žica. Dalekovodi, električne mreže, razni strojevi i aparati te mnogobrojni kućanski uređaji povezani su nekom vrstom kabela što stvara bespotrebni nered. Uređaji male snage kao što su mobiteli, fotoaparati, pametni satovi i mnogi drugi te uređaji srednje snaga kao prijenosna računala imaju različite priključke za punjenje što dodatno stvara nered. Razvojem i korištenjem bežičnog prijenosa energije uvelike bi se riješio ovaj problem. S druge strane nameće se pitanje koliko su takvi sustavi prijenosa energije opasni za ljude. Odnosno, kakva je interakcija između njih i ljudi te koliko jedni drugima „smetaju“.

Ovaj kvalifikacijski rad daje pregled dosadašnjih spoznaja o biološkim učincima polja koje stvaraju ovakvi sustavi te kako ih evaluirati. Strukturiran je na sljedeći način.

Prvo poglavlje je uvodno. U drugom poglavlju dani su fundamentalni principi bežičnog prijenosa energije. Dok su u trećem poglavlju dani načini kako modelirati ovakav tip prijenosa. Četvrto, peto i šesto bave se načina proračuna polja koje stvaraju ovakvi sustavi. Dok se u sedmom i osmom raspisani biološki učinci te matematički modeli pomoću kojih se ti učinci mogu kvantificirati. U devetom poglavlju dani su rezultati iz literature za pojedine modele. Deseto poglavlje je zaključno.

2. SUSTAVI ZA BEŽIČNI PRIJENOS ENERGIJE

Od njenog otkrića, koristeći različite metode i opremu, električna struja koristila se za prijenos energije i informacija. Uobičajen prijenos energije odvija se putem žica, međutim, dosta energije (čak do 30 %) se izgubi putem do potrošača zbog različitih čimbenika poput udaljenosti, dimenzija, materijala i otpora žica, kao i atmosferskih uvjeta (temperatura, vlažnost zraka...). Stoga je veća potreba za bežičnim sustavima napajanja u bliskom polju. U zadnje vrijeme, posebna pažnja se posvećuje bežičnom prijenosu energije na male i srednje udaljenosti unutar, recimo, jedne prostorije.

Bežični prijenos energije, općenito govoreći, je način prijenosa energije od izvora do trošila bez spajanja u električni sklop pomoću žica. Bežični prijenos energije zahtjeva instalacije samo na mjestu gdje se odašilje energija te na mjestu gdje se prima energija i ne zahtjeva nikakve instalacije između njih. Za razliku od energije, bežični prijenos informacija, kao na primjer kod radija, razlikuje se utoliko što je zaprimljen postotak energije bitan jedino ako je premalen da bi se mogao razlučiti signal od šuma.

Bežični prijenos moguće je ostvariti na više različitih načina, stoga je to zajednički naziv za prijenos energije laserom, mikrovalovima, ionizacijom zraka, induktivnom, rezonantnom induktivnom i kapacitivnom vezom.

Iako idealan u slučajevima kada je spajanje žicama nezgodno, opasno ili čak nemoguće, ovakav prijenos energije ima važan uvjet učinkovitosti kako bi bio energetski i ekonomski isplativ, pa je to jedan od razloga zašto je snažan razvoj doživio tek od 20 st.



Slika 1.1. Svakodnevno korištena bežična tehnologija [1].

2.1. Povijest bežičnog prijenosa energije

U ovom odjeljku govorit će se o napretku bežičnog prijenosa energije od početka pa sve do danas. Prvi razvoj tehnologije za bežični prijenos energije javlja se u prvoj polovici devetnaestog stoljeća, nakon izuma elektromagneta i otkrića elektromagnetske indukcije i elektromagnetskog zračenja.

Engleski fizičar Michael Faraday je nizom eksperimenata između 1831.- 1833. godine dokazao kako gibanje vodiča u magnetskom polju može proizvesti električnu struju. Tako je nastao Faradayev zakon indukcije.

1846. godine J. C. Maxwell objavio je potpunu teoriju elektromagnetizma kojom je cjelovito objasnio sve električne i magnetske pojave. Elektromagnetske zakone objasnio je u matematičkom obliku, a poznate su kao Maxwellove jednačbe.

1888. godine H. Hertz proučavao je Maxwellovu teoriju elektromagnetizma i prvi pokusima dokazao postojanje elektromagnetskih valova s pomoću takozvanog Hertzova oscilatora (dipola).

1892. godine N. Tesla je izvodio pokuse s bežičnim prijenosom, a 1896. započeo je prenositi signale na udaljenosti od 32 kilometra. Tesla je 1897. godine izgradio veliku odašiljačku i prijamnu postaju na osami u Colorado Springsu i u njoj je usavršavao sustave za bežični prijenos signala i električne energije, uz primjenu napona od nekoliko milijuna volta. Godine 1898. sagradio je brod i pustio ga u more kraj New Yorka te je njime upravljao s obale. Navodno je upalio 200 žarulja na udaljenosti od 40 km od izvora u svojem laboratoriju. Međutim, to nije pronađeno kao zapis nigdje osim kod njegovog prvog biografa J.J. O'Neill- a. Hertzov odašiljač je proizvodio prigušene valove (uslijed promjene otpora iskrišta u sekundaru) i bio je neefikasan. Da bi ostvario upotrebljiv radio-sustav, Tesla je svoju antenu konstruirao na način da je iskrište Hertzove antene preselio u primar transformatora te tako omogućio sekundaru da slobodno oscilira. Ono što specificira Teslinu radio opremu je visok stupanj ugođenosti sklopova što je omogućilo efikasnost. Također, za razliku od Hertzove opreme, Teslini odašiljači mogli su proizvoditi te emitirati kontinuirane ili prigušene valove po volji, što je ključno rješenje za razvoj radio-tehnike. Tesla predlaže više tipova sustava za prijenos energije i informacija, (korištenje rezonancije zemlje (Tesla-Schumann rezonancija) kao i prijenos stratosferom, osnovni harmonici, frekvencije reda hertza (6 Hz, 7 Hz, 12 Hz... 14 Hz) za globalni radio-prijenos energije, te frekvencije reda kilo-hertza za globalni radio-prijenos informacija- prva dva harmonika-ionosferski valovod (bežična telegrafija i telefonija). [2]

U ranim 1960.-tim godinama General Electric je lansirao prvu električnu četkicu za zube.

Početak 1960.-ih W. C. Brown je pridonio modernom razvoju mikrovalnog prijenosa energije, koji iz mnogih razloga dominira u istraživanju i razvoju bežičnog prijenosa danas. Brown je izumio antenu koja izravno pretvara mikrovalove u istosmjernu struju. Pokazao je svoje dostignuće u 1964. godini napajanjem helikoptera isključivo mikrovalnim prijenosom energije. [3]

1978. godine prvu primjenu induktivnog punjenja, koja se koristila u SAD-u, obavili su J. G. Bolger, F. A. Kirsten i L. S. Ng. Napravili su električno vozilo pokrenuto sustavom koji je radio na 180 Hz i snagom od 20 kW.

Od ranih 1990.-tih godina Oral-B električne četkice za zube tvrtke Braun koriste induktivno punjenje.

2006. godine u Massachusetts Institute of Technology (MIT) su uspjeli prenijeti veliku količinu energije na udaljenost od nekoliko metara, bez zračenja. To se pokazalo boljim za komercijalne potrebe, a bilo je i glavni korak prema ostvarivanju induktivnog punjenja.

2007. godine M. Soljačić ostvaruje bežični prijenos energije na udaljenosti od 2 metra magnetskom rezonancom, gdje je postignuta učinkovitost od 45 %.

2008. godine osnovan je Wireless Power Consortium u gradu New Jersey, a 2010. godine uspostavljen je Qi standard. Qi standard je najrašireniji standard za bežično punjenje, koje koristi induktivni prijenos energije na malim udaljenostima (do 4 centimetra). Namijenjen je za punjenje malih uređaja kao što su pametni telefoni i tableti, ali i „power bank“ baterije, bluetooth zvučnici, monitori, kamere i brijači.

2013. godine Samsung je lansirao Galaxy S4, koji podržava induktivno punjenje s dodatnim stražnjim poklopcem. Nešto kasnije te godine, Google i ASUS lansirali su Nexus 7 2013 Edition s integriranim induktivnim punjenjem.

2014. godine Apple je objavio Apple Watch koji koristi bežično induktivno punjenje.

2016. godine Državno sveučilište Utah demonstriralo je električni autobus s bežičnom tehnologijom punjenja, maksimalne snage 25 kW.

2017. godine su u Shenzhenu (Kina) svi autobusi zamijenjeni su električnim autobusima.

2018. godine je njemački BMW predstavio podložak za bežično indukcijsko punjenje baterija na električnim automobilima.

U 2018. godini njemačka tvrtka Blue Inductive predstavila je 3 kW bežični sustav punjenja za industrijsku primjenu poput AGV punjenja. Sustav ima najbolju učinkovitost u klasi s ukupnom učinkovitošću prijenosa višom od 92 %. [4]

2.2. Metode bežičnog prijenosa energije

Bežični prijenos energije najjednostavnije možemo podijeliti na prijenos na male udaljenosti i prijenos na velike udaljenosti kao što je prikazano u Tablici 1.

Prijenos na velike udaljenosti moguće je ostvariti pomoću mikrovalova i lasera. Ovaj tip tehnologije se zadnjih godina sve više razvija. Upotreba ovakve tehnologije moguća je kod bespilotnih letjelica za nadziranje vremena pa sve do slanja električne energije na Zemlju iz svemira.

Prijenos na male udaljenosti dijelimo na indukcijsko povezivanje, rezonantno indukcijsko povezivanje i kapacitivnu spregu. Indukcijskim povezivanjem predajnik i prijammnik moraju biti na udaljenosti od svega par cm. Kod rezonantno indukcijskog povezivanja prijenos energije je moguć i na nekoliko metara. Ovakav bežični prijenos električne energije koristi se za napajanje uređaja malih i srednjih snaga kao što su kućanski aparati, mobiteli, tableti i razni senzori. Poboljšanjem efikasnosti i udaljenosti prijenosa u kućanstvu bi se svi električni uređaji mogli napajati bežičnim putem. Tablica 2. prikazuje usporedbu tehnologija bežičnog prijenosa energije. U referencama [5, 6, 7, 8] dan je pregled različitih metoda bežičnog prijenosa energije, a neke od njih su opisane u nastavku ovog poglavlja.

Tablica 1.1. Načini bežičnog prijenosa energije.

Bežični prijenos energije			
Na velike udaljenosti		Na male udaljenosti	
mikrovalovima	laserima	indukcijskim povezivanjem	rezonantno indukcijskim povezivanjem

Tablica 1.2. Usporedba tehnologija bežičnog prijenosa energije.

	Induktivno/kapacitivno povezivanje	Rezonantno induktivno povezivanje	Mikrovalni prijenos	Laserski prijenos
Primljena snaga	nekoliko W	stotine W	do desetine kW	očekivano do mW
Moguća udaljenost	nekoliko cm	nekoliko m	do desetine km	do desetine km
Frekvencija rada	nekoliko kHz do desetine kHz	nekoliko MHz	do 300 GHz	više od 1 THz
Efikasnost	vrlo visoka	visoka	srednja	srednja

2.2.1. Laserski prijenos

Pojednostavljeno, električna energija iz strujnog kruga se prenosi usmjerenom laserskom zrakom na fotonaponske ćelije i tamo se ponovo pretvara u iskoristivu energiju. Prijenos je pogodan i za manje objekte zbog kompaktnosti lasera, te na velike udaljenosti kroz zrak, vakuum ili optičke materijale, ali samo ako postoji prostor bez zapreka. Prednosti ovakvog prijenosa su da samo oni uređaji koji su pogođeni laserom primaju energiju, bez interferencije s postojećim mobilima ili

wi-fi pristupnim točkama. Nedostaci su očiti – intenzitet lasera (sljepoća, oštećenja kože), neefikasnost (do 50 %), te oblaci, kiša, magla i atmosferska apsorpcija su velika zapreka, pa gubici mogu biti i stopostotni.

2.2.2. Mikrovalni prijenos

Ovakav način prijenosa često je korisniji od lasera, jer je manje osjetljiv na atmosferske nepravilnosti, a koristi antenu koja pretvara mikrovalove u električnu energiju (korisnost do 95%). Mali bespilotni avion SHARP (1980tih godina, Kanada) mogao je letjeti na visini od 21 km i po krugu radijusa 2 km primajući energiju od transmitera mikrovalova koji se nalazio na Zemlji i sve dok bi ga kružna putanja držala u dometu transmitera mogao je letjeti mjesecima.

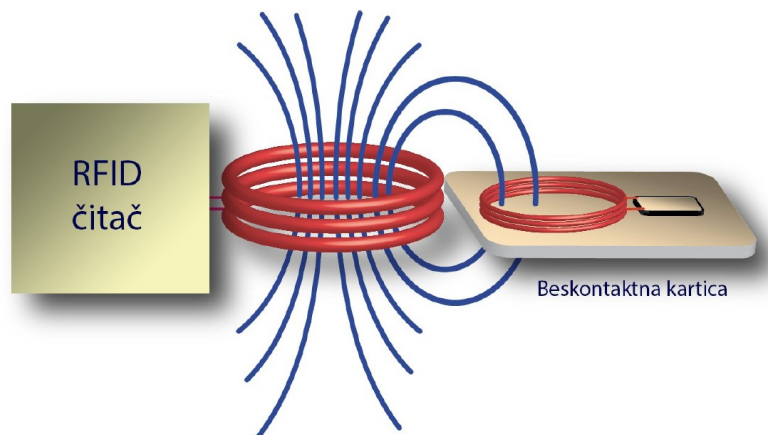
Japanski znanstvenici, 2015. g. su uspjeli prenijeti 1.8 kW na udaljenost od 55 m pomoću mikrovalova. Zbog tog uspjeha, već se radi na izgradnji solarnih panela za satelite koji bi napajali pogone na Zemlji s početkom rada 2040. g., rješavajući usput problem prevelikih antena koje bi mogle predstavljati opasnost po zdravlje ljudi zbog povećanja temperature organizma, te vrlo specifično usmjeravanje predajnika i prijemnika.

2.2.3. Bežični prijenos energije korištenjem radiovalova u dalekom polju

Ovom metodom se najčešće prenose signali (malih snaga) na velike udaljenosti, sa širokom laticom zračenja. Kod takvog širokokutnog prijenosa, u najpovoljnijem slučaju, snaga prijenosa opada s kvadratom udaljenosti. Prenesena snaga proporcionalna je promjeru antene [7]. Moguće je prenijeti i veće snage, ali je za to potrebno ponovno koristiti usmjerene antene s visokim dobitkom i kompleksne sustave regulacije za održavanje usmjerenosti i vidljivosti između antena. Za prijenos većih snaga na veće udaljenosti koriste se tzv. rektene, usmjerene ispravljачke antene.

2.2.4. Bežični prijenos energije magnetskom indukcijom

Ovaj tip prijenosa energije u bliskom polju danas je popularan zbog široke primjene u RFID-u (radio-frekvencijska identifikacija, eng. radio frequency identification), gdje nema potrebe za prenošenjem velikih snaga [9]. Efikasnost opada s trećom potencijom udaljenosti [10], pa je na malim udaljenostima moguće postići visoku efikasnost i prenijeti velike snage. Razlog tome je što se princip prijenosa energije temelji na indukciji napona u sekundarnoj zavojnici prouzročenoj silnicama magnetskog polja koje stvara primar kroz koji protječe struja. Ovo je princip koji se kvalitetno primjenjuje kod transformatora, ali kako za provođenje magnetskih silnica u slučaju bežičnog prijenosa električne energije nije praktično koristiti željeznu jezgru, nego se silnice prenose zrakom, efikasnost brzo opada s udaljenošću. Osim kod RFID-a, ovaj princip prijenosa energije koristi se za napajanje bežičnih telefona, četkica za zube, brijaća te kod podloge za punjenje mobilnih uređaja [9]. Svaka od ovih primjena ne zahtijeva udaljenost veću od 1 cm te stoga ova metoda ima zadovoljavajuću učinkovitost, a nudi napajanje bez galvanskog kontakta kao prednost nad konvencionalnim konektorima. Princip rada najlakše je predočiti slikom 2.1. Struja koja protječe kroz antenu, odnosno zavojnicu čitača, stvara magnetsko polje koje inducira napon u beskontaktnoj kartici. Uz odašiljačku zavojnicu se često dodaje i kondenzator koji dovodi sustav u rezonanciju na 13.56 MHz. Rezonancija pojačava snagu polja oko zavojnice i omogućuje povećanje dosega čitača. Kada se prijemnik, odnosno RFID kartica nađe unutar magnetskog polja, inducirani napon napaja sklop koji mijenja otpor tereta na prijemnoj zavojnici, što se na RFID čitaču očituje kao promjena otpora zračenja antene. Ovaj način prijenosa podataka zove se modulacija tereta [10].

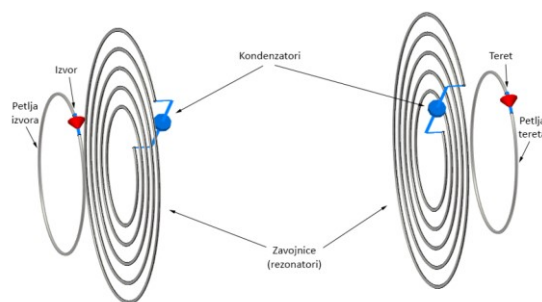


Slika 2.1. Prijenos električne energije magnetskom indukcijom kod RFID čitača ([10] s prevedenim nazivima).

2.2.5. Bežični prijenos energije korištenjem magnetske rezonancije u bliskom reaktivnom polju

Ova metoda se temelji na korištenju dvaju jakih rezonatora koji rezoniraju na istoj frekvenciji i međusobno izmjenjuju energiju u bliskom reaktivnom polju [11, 12]. Pokazala se najučinkovitijom za prijenos energije na srednjim udaljenostima (do nekoliko puta većim od antene) i zato je najpraktičnija za primjenu u bežičnom napajanju uređaja u kućanstvu ili npr. u industrijskom pogonu. Za učinkovit prijenos energije, osim rezonantne frekvencije, potrebna je jaka međusobna sprega rezonatora te visok faktor kvalitete. To je moguće postići korištenjem samorezonantnih zavojnica odvojenih od ostatka električnog kruga. Za pozicioniranje rezonantne frekvencije u višem radiofrekvencijskom i nižem mikrovalnom području ili se koriste zavojnice dimenzionirane za visok parazitni kapacitet (izrađene od debele bakrene žice [13]) ili se u seriju zavojnici dodaje diskretni kondenzator čiji je kapacitet jednostavno ugoditi [14]. Osim ugađanja frekvencije, dodavanje kondenzatora omogućava i korištenje odašiljačkih i prijemnih zavojnica različitih dimenzija, što je u praksi vrlo pogodno jer omogućuje korištenje malih prijemnika u mobilnim uređajima. Jedna od prednosti ove metode je i to što se reaktivno polje u rezonanciji širi u svim smjerovima, a ima vrlo mali utjecaj na okolne objekte koji ne rezoniraju istom frekvencijom.

Na slici 2.2 prikazana je realizacija sustava korištenjem spiralnih zavojnica kao rezonatora. Na izvor snage spojena je zavojnica sa samo jednim zavojem, tzv. pogonska petlja. Kroz nju prolazi struja frekvencijom koja odgovara rezonantnoj frekvenciji rezonatora s kojim je magnetski spregnuta. U seriju s odašiljačkom zavojnicom je spojen kondenzator. Jednaka konfiguracija je i na prijemnoj strani, koja se sastoji od prijemnog rezonatora i jedne petlje spojene na teret. Dimenzije antene u odnosu na rezonantnu frekvenciju moraju biti tako odabrane da antena bude električki mala.



Slika 2.2. Sustav dvaju spiralnih rezonatora za bežični prijenos snage [14].

Prijenos energije ostvaruje se magnetskim poljem jer je većina električne energije koncentrirana u kondenzatoru. Sprezanje je ovisno o udaljenosti između rezonatora i o frekvenciji [15], pa je ovaj sustav moguće držati u stanju optimalne učinkovitosti podešavanjem frekvencije sve do točke kritičnog sprezanja. Izraz za kritično sprezanje ovakvog sustava je izveden [16]:

$$k_{\text{kritično}} = \frac{1}{Q_{\text{zavojnice}}} + k_{12}^2 Q_{\text{petlje}} \quad (2.1)$$

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R_p} = \frac{1}{R_p} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (2.2)$$

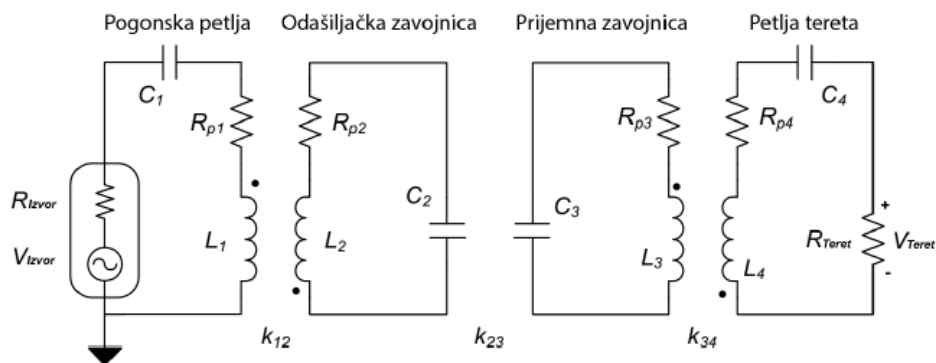
gdje je:

- ω_0 - rezonantna frekvencija sustava [rad]
- R_p - parazitni otpor zavojnice [Ω]
- L, C - vlastiti induktivitet i kapacitet zavojnice [H, F]

gdje se $Q_{\text{zavojnice}}$ i Q_{petlje} računaju prema (2.2), a k_{12} je koeficijent magnetske sprege između zavojnice i petlje te ovisi o njihovom međusobnom položaju.

Koeficijent sprezanja opada s udaljenošću između rezonatora, a sve do točke kritičnog sprezanja moguće je ostvariti maksimalnu učinkovitost prijenosa. Stoga iznos koeficijenta u točki kritičnog sprezanja treba biti što niži kako bi sustav na većoj udaljenosti mogao raditi u uvjetima optimalnog prijenosa. Iz (2.1) vidljivo je da to možemo postići povećanjem Q-faktora zavojnica ili smanjenjem Q-faktora petlje. Na kritično sprezanje najviše utječe sprezanje između petlje i zavojnice zahvaljujući kvadratnoj ovisnosti. S druge strane, smanjenje sprezanja smanjuje i učinkovitost prijenosa, pa je potrebno pronaći optimalni odnos ova dva faktora. Za svaki teret postoji minimalna potrebna količina sprezanja za osiguravanje optimalne efikasnosti sustava, što se može usporediti s potrebom elastičnosti opruge kako bi se gibanjem jednog njihala omogućilo gibanje drugog koje je spojeno na prigušnicu (analogija teretu). Važno je napomenuti kako koeficijent sprezanja između odašiljačke i prijemne zavojnice opada s trećom potencijom udaljenosti [16]. U [16] ostvaren je prijenos električne energije sa 70% učinkovitosti korištenjem ovakvog sustava na udaljenostima od 0 do 70 cm, nezavisno od orijentacije antena. U [16] je dana i nadomjesna shema ovakvog sustava (slika 2.3). Vidljivo je kako su kapaciteti i induktiviteti kod svih petlji spojeni serijski, tako da se radi o serijskoj rezonanciji pri kojoj je impedancija sustava minimalna. Petlje napajanja i tereta predstavljene su serijskim spojem induktiviteta (L_1 i L_4) i parazitnog otpora (R_{p1} i R_{p4}), a u seriju su dodani i kondenzatori (C_1 i C_4) kako bi se postigla rezonancija na željenoj frekvenciji (8 – 12 MHz). Što se tiče odašiljačke i prijemne antene odnosno spiralne zavojnice, njihova fizička struktura određuje parazitne otpore (R_{p2} i R_{p3}), parazitne

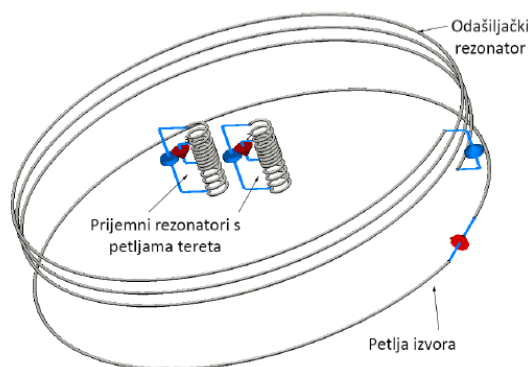
kapacitete (C_2 i C_3) i vlastite induktivitete (L_2 i L_3 .) Udaljenosti između izvora i odašiljačke antene te prijemne antene i tereta se obično drže fiksnima, pa su i k_{12} te k_{34} fiksni. Pokazano je kako prijenosna funkcija ovisi o koeficijentu magnetske sprege k_{23} između zavojnica, vrijednostima induktiviteta, kapaciteta i otpora u sustavu te frekvenciji. Iz ove nadomjesne sheme može se dobiti prijenosna funkcija sustava. Iz prijenosne funkcije izračunat je raspršni parametar S_{21} (2.3) koji govori o učinkovitosti prijenosa energije, a pogodan je jer ga je moguće eksperimentalno izmjeriti analizatorom mreže.



Slika 2.3. Nadomjesna shema sustava dvaju rezonatora za bežični prijenos energije ([30] s prevedenim nazivima).

$$S_{21} = 2 \frac{V_{Teret}}{V_{Izvor}} \sqrt{\frac{R_{Izvor}}{R_{Teret}}} \quad (2.3)$$

U [14] je prikazano magnetsko rezonantno sprezanje između helikoidalnih zavojnica različitih dimenzija (slika 2.4). Uočeno je razdvajanje rezonantnih frekvencija uzrokovano korištenjem dvaju odvojenih prijemnika. Postignut je prijenos snage na 2 prijemnika s preko 50% učinkovitosti. Korištene su prijemne zavojnice koje su mnogo manje od odašiljačkih. Kreiran je nadomjesni model ovakvog sustava koji uzima u obzir sprezanje između svih zavojnica u sustavu. Pokazano je kako je visoki Q faktor najvažnije svojstvo sustava za postizanje visoke učinkovitosti. Shema ovakvog sustava odgovara onoj sa slike 2.3. Ugađanje rezonantne frekvencije od 8.3 MHz je postignuto podešavanjem pojedinih kondenzatora, budući da su korištene zavojnice različitog promjera i s različitim brojem zavoja. Time je postignuta jednaka rezonantna frekvencija svih rezonatora, premda su induktiviteti zavojnica različiti.

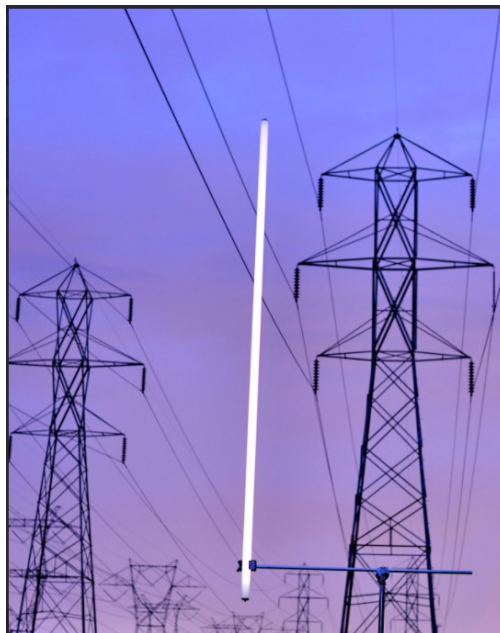


Slika 2.4. Sustav helikoidalnih rezonatora za bežični prijenos snage [30].

2.2.6. Bežični prijenos energije korištenjem električnih polja pomoću kapacitivne sprega

Kapacitivna sprega je prijenos energije unutar električne mreže ili između udaljenih mreža pomoću struje pomaka između čvorova strujnog kruga, inducirane električnim poljem. U svojoj najjednostavnijoj implementaciji, kapacitivna sprega se postiže postavljanjem kondenzatora između dva čvora. Kada se vrši analiza više točaka u strujnom krugu, kapacitivnost u svakoj točki i između točaka može se opisati u obliku matrice.

U analognim strujnim krugovima, kondenzator za spajanje se koristi za povezivanje dva strujna kruga tako da samo AC signal iz prvog kruga može proći u sljedeći dok je DC blokiran. Ova tehnika pomaže da se izoliraju postavke istosmjerne pristranosti dva spojena kruga. Kapacitivna sprega je također poznata kao AC spojnica, a kondenzator koji se koristi u tu svrhu je također poznat kao DC-blokirajući kondenzator. Sposobnost spojnog kondenzatora da spriječi jednosmjerno opterećenje ometa izvor naizmjenične struje je posebno korisna u krugovima pojačala klase A tako što sprječava da se ulaz od 0 volti prenese na tranzistor sa dodatnim prednaponom otpornika; stvarajući kontinuirano pojačanje. Kapacitivno spajanje smanjuje pojačanje niske frekvencije sistema koji sadrži kapacitivno spregnute jedinice. Svaki kondenzator za spajanje zajedno sa ulaznom električnom impedancijom sljedećeg stupnja formira visokopropusni filter i niz filtera rezultira kumulativnim filterom sa -3 dB frekvencijom koja može biti viša od frekvencije svakog pojedinačnog filtera. Dakle, za adekvatan odziv niske frekvencije, kondenzatori koji se koriste moraju imati visoku kapacitivnost. Oni bi trebali biti dovoljno visoki da reaktancija svakog od njih bude najviše desetina ulazne impedancije svakog stupnja, na najnižoj frekvenciji od interesa. Spojni kondenzatori također mogu unijeti nelinearnu distorziju na niskim frekvencijama. To nije problem na visokim frekvencijama jer napon na kondenzatoru ostaje vrlo blizu nule. Međutim, ako se dozvoli da signal prođe kroz spojnicu koja je niska u odnosu na RC graničnu frekvenciju, naponi se mogu razviti na kondenzatoru, što za neke tipove kondenzatora rezultira promjenama kapacitivnosti, što dovodi do izobličenja. Ovo se izbjegava odabirom tipova kondenzatora koji imaju nizak koeficijent napona i korištenjem velikih vrijednosti koje stavljaju graničnu frekvenciju daleko nižu od frekvencija signala.



Slika 2.5. Kapacitivna sprega iz visokonaponskih vodova može neprekidno paliti lampu niskog intenziteta.

3. MODELIRANJE SUSTAVA ZA BEŽIČNI SUSTAV ENERGIJE

Ostvarivanje velikog dometa u WPT sustavima se postiže što nižom frekvencijom odašiljanja koristeći električki male antene (prihvatljive fizičke veličine s obzirom na primjenu). Pri tom je moguće koristiti različite metode za modeliranje sustava za bežični prijenos energije, koji su predstavljeni u poglavlju koje slijedi.

3.1. Fundamentalna analiza električki malih antena

Električki male antene (eng. electrically small antenna - ESA) je prvi definirao Wheeler [17] kao antene čija je maksimalna dimenzija manja od $\lambda/2\pi$, jedinice koju je nazvao *radijan duljinom*. Pri tome je $\lambda = c/f$ valna duljina, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s brzina svjetlosti i f frekvencija. Ekvivalentnu definiciju je također dao Chu [18] kojom definira električki male antene kao antene koje zadovoljavaju kriterij:

$$\beta a < 0.5 \quad (3.1)$$

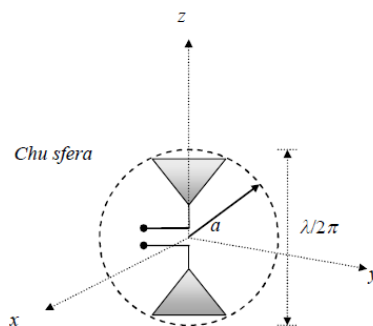
gdje je $\beta = 2\pi/\lambda$ valni broj i a radijus minimalne sfere koju obuhvaća antena, kao na slici 2.1. Ta sfera se često naziva Chu sfera [19]. U praksi se još često uzima definicija da ESA zatvara radijan sferu, odnosno da vrijedi $\beta a < 1$ [20]. Radijan sfera predstavlja granicu između bliskog i dalekog polja za Hertzov dipol te se smatra da za takve antene sferni modovi viših redova ($n > 1$) iščezavaju [21]. Električki mala antena koja zrači TE₁₀ mod se može predstaviti serijskim RLC krugom na slici 2.2. b) gdje kondenzator dovodi antenu u rezonanciju, a ona koja zrači TM₁₀ mod paralelnim RLC krugom [17] na slici 2.2. a) u kojem idealna zavojnica služi za ugađanje. Prema reaktivnoj pohranjenoj energiji Wheeler je definirao magnetski (TE₁₀) i električni dipol (TM₁₀) kao L-tip (induktivnu) odnosno C-tip (kapacitivnu) antenu. Za ekvivalentnu shemu idealno vodljive TE₁₀ mod antene gdje su L induktivitet, R_{rad} otpor zračenja i $\omega_{rez} = (LC)^{1/2}$ rezonantna kružna frekvencija antene, ulazna impedancija Z_{in} je:

$$Z_{in} = R_{rad} + j\omega L - \frac{j}{\omega C} = R_{rad} + j\omega L \left(\frac{\omega^2 - \omega_{rez}^2}{\omega^2} \right) \quad (3.2)$$

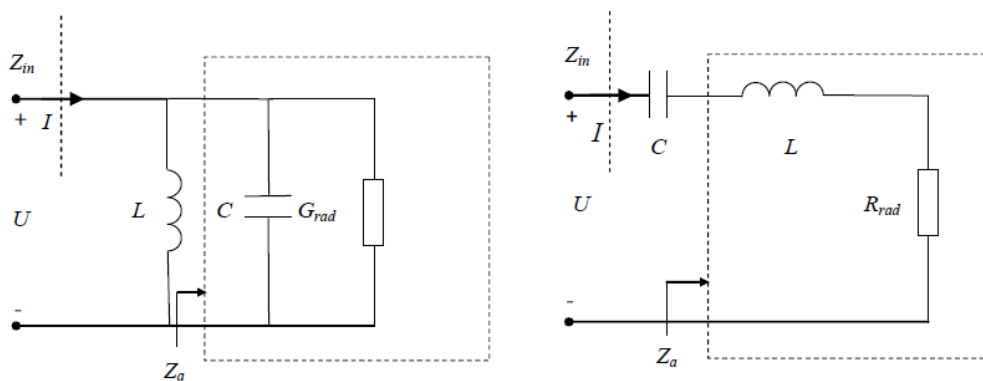
Za ekvivalentnu shemu idealno vodljive TM₁₀ mod antene je ulazna admitancija Y_{in} definirana kao:

$$Y_{in} = G_{rad} + j\omega C - \frac{j}{\omega L} = G_{rad} + j\omega C \left(\frac{\omega^2 - \omega_{rez}^2}{\omega^2} \right) \quad (3.3)$$

gdje su G_{rad} električna vodljivost zračenja i C kapacitivnost antene.



Slika 3.1. Chu sfera električki male antene [45].



a) TM_{10} mod ESA

b) TE_{10} mod ESA

Slika 3.2. Ekvivalentna shema električki malih antena [19].

Važna karakteristika električki malih antena je Q faktor definiran kao [20]:

$$Q = \frac{2\omega m (W_m, W_e)}{P_a} \quad (3.4)$$

gdje su W_m i W_e prosječna pohranjena magnetska, odnosno električna energija, a P_a je snaga privedena anteni. Zračena snaga je tada $P_{rad} = \eta_{rad} P_a$ za efikasnost zračenja η_{rad} :

$$\eta_{rad} = \frac{R_{rad}}{R_{loss} + R_{rad}} \quad (3.5)$$

Budući da kod električki malih antena otpor zračenja znatno opada smanjivanjem njihovog električnog volumena (kod TM_{10} mod antena s kvadratom frekvencije, kod TE_{10} mod antena s četvrtom potencijom frekvencije [22], otpor gubitaka R_{loss} koji opada s korijenom frekvencije tada dominira ulaznim otporom antene pa je efikasnost zračenja mala. Osim toga, na niskim frekvencijama je ulazni otpor električki malih antena vrlo malen pa je teško ostvariti prilagođenje na standardne prijenosne linije (50Ω ili 75Ω). Za L-tip i C-tip antenu, faktori Q_m i Q_e u rezonanciji su prema (3.4):

$$Q_m = \frac{\omega_{rez} L}{R_{rad}} \quad (3.6)$$

$$Q_e = \frac{\omega_{rez} C}{G_{rad}} \quad (3.7)$$

S obzirom na tip antene, također se može definirati faktor zračenja snage (RPF) kao omjer zračene snage i reaktivne snage na ulazu antene, p_m za L-tip i p_e za C-tip antene, koji je obrnuto proporcionalan Q faktoru [17]. U uvjetima rezonancije je:

$$p_m = \frac{R_{rad}}{\omega_{rez} L} = \frac{1}{Q_m} \quad (3.8)$$

$$p_e = \frac{G_{rad}}{\omega_{rez} C} = \frac{1}{Q_e} \quad (3.9)$$

Bitno je naglasiti da se ovdje radi o radijacijskom Q -faktoru. Naime, uvođenjem gubitaka uslijed otpora žice u ekvivalentnu shemu ovih antena, Q -faktor antene se smanjuje. Tada za ukupni faktor dobrote Q_{uk} vrijedi:

$$\frac{1}{Q_{uk}} = \frac{1}{Q} + \frac{1}{Q_{loss}} \quad (3.10)$$

gdje je za dodani serijski rezonator s otporom uslijed toplinskih gubitaka R_{loss} , Q_{loss} faktor gubitaka:

$$Q_{loss} = \frac{\omega_{rez} L}{R_{loss}} \quad (3.11)$$

a za paralelni (shunt) rezonator:

$$Q_{loss} = \frac{\omega_{rez} C}{G_{loss}} \quad (3.12)$$

Dakle, za realnu antenu s omskim gubicima za koju je otpor zračenja R_{rad} na slici 3.2 b) zamijenjen $R_{uk} = R_{loss} + R_{rad}$, ukupni faktor $Q_{uk} = \omega_{rez} L / R_{uk}$ je definiran kao:

$$\frac{1}{Q_{uk}} = \frac{1}{Q_{loss}} + \frac{1}{Q_{rad}} \quad (3.13)$$

te se za efikasnost zračenja antene $\eta_{rad} = R_{rad} / R_{uk}$ može pisati:

$$Q_{uk} = \eta_{rad} Q_{rad} \quad (3.14)$$

To znači da je maksimalni faktor dobrote Q_{uk} za realnu antenu jednak Q_{rad} , odnosno za:

$$\eta_{rad} = 1 \Rightarrow Q_{uk_{max}} = Q_{rad} \quad (3.15)$$

Za zadanu veličinu i geometriju realne antene o kojoj ovisi R_{rad} potrebno je minimizirati omske gubitke, odnosno povećati efikasnost zračenja η_{rad} , da bi postigli što veći faktor Q_{uk} .

Za analizu ograničenja električki malih antena, Wheeler je koristio sfernu zavojnicu koja najefikasnije popunjava zadani volumen, odnosno ima najveći efektivni volumen i najmanji Q faktor zračenja. Izvedeni su izrazi za induktivnost i otpor zračenja sferne zavojnice s konstantnim razmakom među zavojima i samorezonantne sferne zavojnice s promjenjivim kutom uspona. Na temelju analize sfernih zavojnica [17][23] izvedeni su izrazi za minimalni Q faktor TE₁₀ mod antena:

$$Q_{min} = Q_{\pi\Sigma p_0} = \frac{1}{(\beta a)^3} \quad (3.16)$$

Jedan od Wheelerovih najvažnijih zaključaka je taj da je Q -faktor električki male antene obruntoproportionalan njenom fizičkom volumenu V_f . Pritom je uveden je faktor σ koji uzima u obzir promjene u efektivnoj površini ili duljini antene (korištenjem materijala raznih električnih svojstava). Može se pisati:

$$Q = \frac{V_{rs}}{\sigma V_f} \quad (3.17)$$

gdje je volumen radijan sfere:

$$V_{rs} = \frac{4\pi}{3} \left(\frac{\lambda}{2\pi} \right)^3 \quad (3.18)$$

Dakle, Wheeler je pokazao da se smanjivanjem fizičkog volumena antene, omjer reaktancije i otpora zračenja povećava. Antene koje svojom geometrijom efikasno ispunjavaju zadani volumen teže manjim vijednostima Q faktora, odnosno većem RPF-u, u usporedbi s drugim geometrijama antena u istom zadanom volumenu. To je potvrđeno i u [24] mijenjajući broj zavoja sferne helikoidne antene u zadanom volumenu.

3.2. Teorija spregnutih modova

Teorija spregnutih modova je perturbacijski pristup analitičkom opisu spreznja rezonirajuće strukture u prostoru i vremenu [25][26]. Pogodna je za analizu rezonantnih elektromagnetskih struktura jer upola smanjuje red diferencijalnih jednačbi u odnosu na teoriju električnih krugova [27]. Temelji se na razvijanju rješenja elektromagnetskog problema u modove. Ovom teorijom dokazano je kako je izmjena energije između modova približno jednako u oba smjera, odnosno koeficijenti magnetske sprege su jednaki:

$$k_{12} \cong k_{21} \quad (3.19)$$

Ova jednakost vrijedi uz uvjet da su propagacijske konstante vezane za oba moda jednake i uz pretpostavku da modovi oscilacija dvaju objekata ne utječu jedan na drugi, što vrijedi ako udaljenost nije jako mala [28]. Uz navedene pretpostavke koriste se pojednostavljene jednačbe spregnutih modova [29][30]:

$$\frac{dA}{dz} = -jkB(z)e^{-j(\beta_2 - \beta_1)z} \quad (3.20)$$

$$\frac{dB}{dz} = -jKA(z)e^{+j(\beta_2 - \beta_1)z} \quad (3.21)$$

gdje je:

- A – amplituda prvog moda u z -smjeru
- B – amplituda drugog moda u z -smjeru
- $\beta_{1,2}$ – fazna konstanta pojedinih modova

Iz ovih jednačbi vidljivo je kako promjena amplitude jednog moda ovisi o amplitudi drugog moda s kojim je u sprezi. Osim prostorne raspodjele modova, važna je i vremenska raspodjela [29][31]:

$$\frac{dA}{dt} = -(j\omega_1 - \Gamma_1)A + jkB \quad (3.22)$$

$$\frac{dB}{dt} = -(j\omega_2 - \Gamma_2)A + jkA \quad (3.23)$$

gdje je:

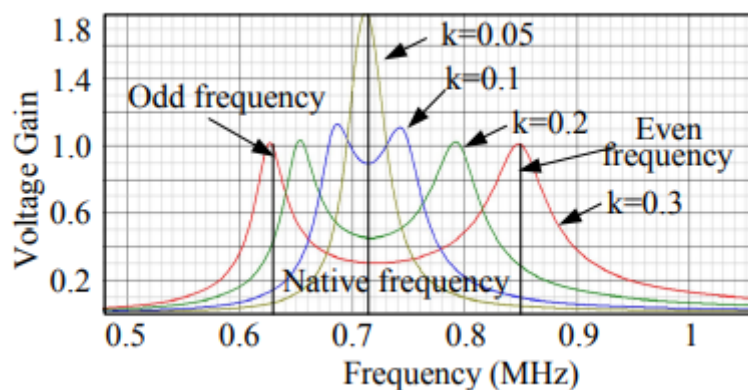
ω_1, ω_2 – rezonantna frekvencija modaliteta

Γ_1, Γ_2 – širine rezonancije, unutarjni gubitci antene, apsorpcije i radijacije

k – koeficijent međusobne sprege

3.2.1 Razdvajanje frekvencije

Fenomen frekvencijskog razdvajanja prikazan je na slici 3.3. Kada se rezonantni sustav sastoji od 2 identična rezonantna kruga u sprezi tada posjeduje dvije rezonantne frekvencije. Razmak između te dvije frekvencije ovisi o međuindukciji, a do nje dolazi zbog zrcaljenja impedancije sekundara na primar [32]. Na frekvencijama nižim od rezonantne frekvencije primara, reflektirana impedancija je induktivnog karaktera, pa primar rezonira na nižoj frekvenciji.



Slika 3.3. Frekvencijsko razdvajanje [32].

Analogno tome, kako frekvencija raste, zrcalna impedancija je kapacitivna, a kako u zavojnici iznad rezonantne frekvencije prevladava induktivna komponenta, dolazi do pojave rezonancije u točki kada se izjednače induktivna komponenta sa zbrojem kapacitivne komponente primara i reflektirane kapacitivne komponente. Ovakav sustav dviju spregnutih zavojnica može se analogno usporediti s njihovim međusobno povezanim oprugom [33]: takva dva njihala mogu se njihati na 2 načina: ili višom ili nižom frekvencijom od njihove pojedinačne temeljne frekvencije, a energija će oscilirati između dvaju njihala. Frekvencija kojom će se njihati njihala odnosno rezonantna frekvencija rezonatora će se mijenjati kao funkcija međuindukcije odnosno sprežavanja (koje ovisi o udaljenosti zavojnica ili o koeficijentu elastičnosti opruge). Dakle, promjenom udaljenosti između zavojnica mijenjaju se iznosi dvaju rezonantnih frekvencija sustava. Ukoliko želimo sustav održati u rezonanciji nakon promjene udaljenosti zavojnica, potrebno je prilagoditi frekvenciju sustava [33].

3.2.2 Kritično sprežavanje

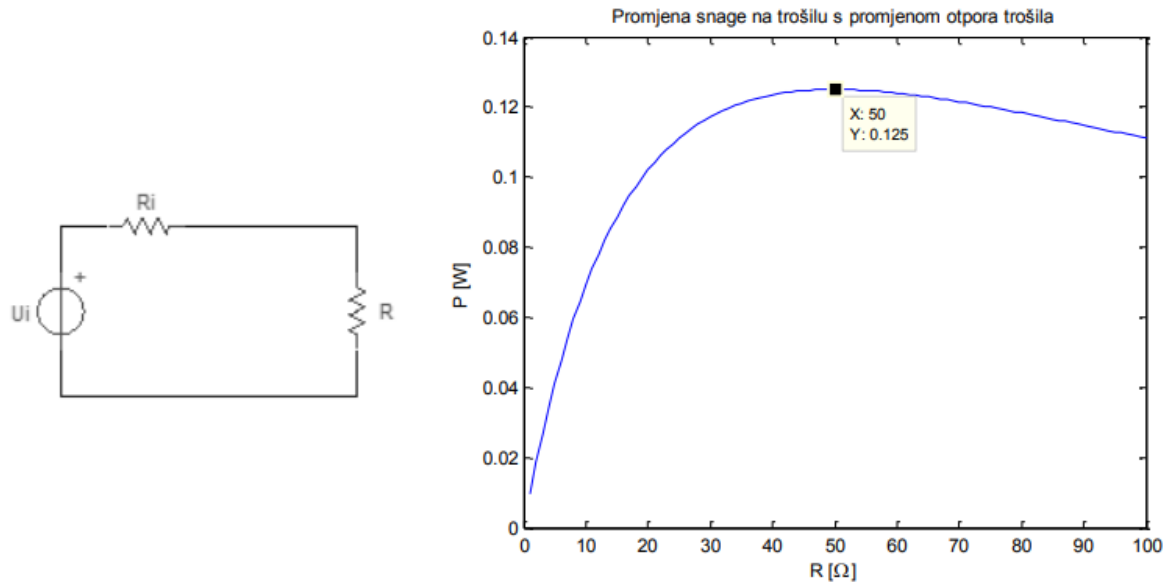
Kritično sprežavanje predstavlja vrijednost koeficijenta magnetske sprege na udaljenosti između zavojnica na kojoj više nije moguće postići maksimalnu učinkovitost prijenosa energije prilagodbom frekvencije [33]. Koeficijent sprežavanja za dvije zavojnice u rezonanciji s faktorima kvalitete Q_1 i Q_2 dan je izrazom [32]:

$$k_{kritično} = \frac{1}{\sqrt{Q_1 Q_2}} \quad (3.24)$$

3.2.3 Prilagođavanje impedancije

Impedancija je kompleksna vrijednost i sastoji se od rezistivne (R) komponente, koja čini realni dio impedancije, i reaktivne komponente (X) koja čini imaginarni dio impedancije ($Z = R + jX$). Prilagođavanje impedancije se vrši kako bi se neželjena refleksija na priključcima sustava svela na minimum i povećao prijenos snage. To se postiže kada je impedancija trošila jednaka impedanciji sustava, odnosno izvora. U slučaju da impedancija sustava ima reaktivnu komponentu

tada je za postizanje maksimalnog prijenosa snage potrebno za impedanciju trošila izabrati kompleksno konjugiranju vrijednost impedancije sustava. Danas se najčešće koriste sustavi i kabeli standardizirani na impedancije od 50Ω ili 75Ω . Za primjer jednostavnog sustava na slici 3.4, prikazana je promjena snage na trošilu s promjenom otpora trošila. Vidljivo je kako je maksimalna snaga postignuta u točki kada je $R = R_i = 50 \Omega$.



Slika 3.4. Ovisnost snage o prilagođenosti impedancije.

gdje je:

- $R_i = 50 \Omega$ – unutarnji otpor izvora
- $U_i = 5 V$ – napon izvora
- R – otpor trošila

3.3. Teorija sfernih modova

Elektromagnetsko polje oko antene da se opisati funkcijama upadnih i reflektiranih sfernih valova čiji normalizirani koeficijenti predstavljaju amplitude tih valova. Odnos navedenih koeficijenata i upadnih i reflektiranih valova na ulaznim priključcima antene određuje elektromagnetska svojstva antene u obliku njene matrice raspršenja (S-matrice). Problem se tada svodi na određivanje elemenata matrice raspršenja koja sadrži sva svojstva antene, prijamna, odašiljačka i raspršivačka. Neka su vektorski potencijali F i A električnog i magnetskog polja s harmonijskom ovisnosti o vremenu definirani za sferni koordinatni sustav, kao:

$$\vec{F} = -Z_0^{\frac{1}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \sum_{e,o} a_{nm_0}^+ \psi_{nm_0}^e \vec{e}_r \quad (3.25)$$

$$\vec{A} = jZ_0^{-\frac{1}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \sum_{e,o} b_{nm_0}^+ \psi_{nm_0}^e \vec{e}_r \quad (3.26)$$

za:

$$\psi_{nm_0^e} = \beta r \lambda_{nm}^{-\frac{1}{2}} \cdot P_n^m(\cos \theta) z_n^{(q)}(\beta r) \prod_{\sin}^{\cos(m\varphi)} \quad (3.27)$$

$$\lambda_{nm} = (1 + \delta_{m0}) \frac{2\pi n(n+1)(n+m)!}{(2n+1)(n-m)!} \quad (3.28)$$

gdje je/su:

e_r – jedinični radij vektor

a_{nm0^+} i b_{nm0^+} - koeficijenti TE i ZM modova kod kojih + označava smjer (od antene prema van)

$Z_0 = 120\pi \Omega$ – impedancija slobodnog prostora

$\delta_{mn} = \begin{cases} 0, m \neq n \\ 1, m = n \end{cases}$ Kronecker delta funkcija

$n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n = \prod_{i=1}^n i$ faktorijel funkcija

$P_n^m(\cos \theta)$ pridruženi Legendreovi polinomi

$z_n^{(q)}(\beta r)$

jedna od sljedećih funkcija:

$z_n^{(1)}(\beta r) = j_n(\beta r)$

sferna Besselova funkcija

$z_n^{(2)}(\beta r) = n_n(\beta r)$

sferna Neumannova funkcija

$z_n^{(3)}(\beta r) = h_n^{(1)}(\beta r)$

sferna Hankelova funkcija prve vrste

$z_n^{(4)}(\beta r) = h_n^{(2)}(\beta r)$

sferna Hankelova funkcija druge vrste

(3.29)

Sferne Besselove i Neumannove funkcije opisuju sferne stojne valove, a Hankelove funkcije predstavljaju propagirajuće valove prema ishodištu ($h_n^{(1)}(\beta r)$) i od ishodišta ($h_n^{(2)}(\beta r)$). Indeksi o i e označavaju sinusnu odnosno kosinusnu ovisnost o φ_u [34]. Električno i magnetsko polje se pomoću vektorskih potencijala mogu definirati kao [24]:

$$\vec{E} = -\nabla \times \vec{F} + \frac{Z_0}{j\beta} \nabla \times \nabla \times \vec{A} \quad (3.30)$$

$$\vec{H} = \nabla \times \vec{A} + \frac{1}{j\beta Z_0} \nabla \times \nabla \times \vec{F} \quad (3.31)$$

Kad se uvrste izrazi (3.27) i (3.28) u (3.29) i (3.30), tada se polje može predstaviti kao linearna kombinacija sfernih vektorskih funkcija [34-37]:

$$\vec{E} = Z_0^2 \sum_{n,m,\epsilon} [a_{nm_0^e}^+ \vec{M}_{nm_0^e} + b_{nm_0^e}^+ \vec{N}_{nm_0^e}] \quad (3.32)$$

$$\vec{H} = jZ_0^{-2} \sum_{n,m,\epsilon} [a_{nm_0^+}^+ \vec{N}_{nm_0^e} + b_{nm_0^e}^+ \vec{M}_{nm_0^e}] \quad (3.33)$$

gdje su:

$$\vec{M}_{nm_0^e} = \nabla \times \vec{e}_r \psi_{nm_0^e} = \lambda_{nm}^{-\frac{1}{2}} \beta \left\{ \frac{m}{\sin \theta} h_n^{(2)}(\beta r) P_n^m(\cos \theta)^{-\sin(m\varphi)} \vec{e}_\theta - h_n^{(2)}(\beta r) \frac{\partial}{\partial \theta} P_n^m(\cos \theta)_{\sin}^{\cos(m\varphi)} \vec{e}_\varphi \right\} \quad (3.34)$$

$$\begin{aligned}
\vec{N}_{nm_0^c} = \frac{1}{\beta} \nabla \times \nabla \times \vec{e}_r \psi_{nm_0^c} &= \lambda_{nm} \frac{1}{2} \beta \left\{ \frac{n(n+1)}{\beta r} h_n^{(2)}(\beta r) P_n^m(\cos \theta) \frac{\cos(m\varphi)}{\sin \theta} \vec{e}_r \right. \\
&+ \frac{1}{\beta r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r h_n^{(2)}(\beta r) \right] \frac{\partial}{\partial \theta} P_n^m(\cos \theta) \frac{\cos(m\varphi)}{\sin \theta} \vec{e}_\theta \\
&\left. + \frac{1}{\beta r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r h_n^{(2)}(\beta r) \right] \frac{m}{\sin \theta} P_n^m(\cos \theta) \frac{-\sin(m\varphi)}{\sin \theta} \vec{e}_\varphi \right\}
\end{aligned} \quad (3.35)$$

Prosječna zračena snaga može se izraziti pomoću koeficijenata modova zračenja:

$$P_{rad} = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \text{Re} [\vec{E} \times \vec{H}^*] r^2 \sin \theta d\theta d\varphi = \frac{1}{2} \sum_{n,m_s^c} (|a_{nm_s^c}^+|^2 + |b_{nm_s^c}^+|^2). \quad (3.36)$$

Može se reći da svaki sferni mod predstavlja val koji se propagira u valovodu jedinične karakteristične impedancije s valnim koeficijentima $a_{nm_0^+}$ i $b_{nm_0^+}$ [38].

3.3.1 Matrica raspršenja antene

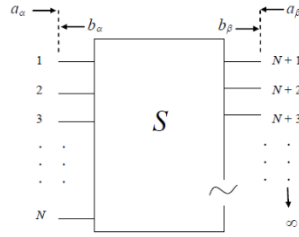
Antene koje imaju identične dijagrame zračenja mogu se razlikovati po načinu na koji raspršuju upadni val [39][40]. Stoga je bitno definirati nekakav alat za razlikovanje svojstava i određivanje odnosa između dvije antene s istim dijagramom zračenja. Mrežni opis antene je prvi put predložen u [41] gdje je uveden i korišten kriterij relativnog odnosa snage koju antena apsorbira i rasprši. Zatim su prema raspršivačkim i zračecim svojstvima antene definiranim S-matricom uvedeni pojmovi kao što su antena minimalnog raspršenja (MSA) ili ponekad zvana antena ujednačenog raspršenja [42] i kanonska antena minimalnog raspršenja (CMSA) [39]. Opis stvarnih fizičkih antena i njihove sprege pomoću matrice raspršenja i pojma kanonskih antena su dani u [40][43] što je kasnije, nakon 40-tak godina, poslužilo za definiranje fundamentalnih granica bežičnog prijenosa snage [38]. Mrežni opis antene je prikazan na slici 3.4. pomoću S-matrice. Priključci na lijevoj strani opisuju lokalne pristupne valovodne ulaze i numerirani su od 1 do N , a priključci na desnoj strani koji predstavljaju elektromagnetske valove izvan sfere koju zatvara antena, od $N+1$ do ∞ [39]. Na ulaznim priključcima su definirane amplitude upadnih i reflektiranih valova koji formiraju stupčane matrice a_α i b_α [39-41]. Elektromagnetsko polje izvan minimalne sfere koja zatvara antenu je opisano pomoću stupčanih matrica a_β i b_β koje sadrže amplitude sfernih modova.

Općenito, bilo koja antena može se opisati pomoću sljedeće matrice raspršenja u sljedećem obliku:

$$\mathbf{b} = \mathbf{S} \mathbf{a} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_\alpha \\ \mathbf{b}_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{\alpha\alpha} & S_{\alpha\beta} \\ S_{\beta\alpha} & S_{\beta\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_\alpha \\ \mathbf{a}_\beta \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

Za idealno vodljivu antenu i energija je očuvana, $\mathbf{a}^\dagger \mathbf{a} = \mathbf{b}^\dagger \mathbf{b}$, pa je $\mathbf{S}^\dagger \mathbf{S} = \mathbf{1}$ gdje † označava kompleksno konjugiranu transponiranu vrijednost. Valovi \mathbf{a}_α na ulaznim priključcima (uz $\mathbf{a}_\beta = 0$) generiraju zračene valove $\mathbf{b}_\beta = S_{\beta\alpha} \mathbf{a}_\alpha$, a apsorbirani valovi ili valovi reflektirani natrag na ulazne priključke antene su $\mathbf{b}_\alpha = S_{\alpha\alpha} \mathbf{a}_\alpha$. No, kada je $\mathbf{a}_\alpha = 0$, tada upadni valovi iz slobodnog prostora \mathbf{a}_β generiraju $\mathbf{b}_\alpha = S_{\alpha\beta} \mathbf{a}_\beta$ i valove $\mathbf{b}_\beta = S_{\beta\beta} \mathbf{a}_\beta$ reflektirane u okolni prostor. Prema tome, $S_{\alpha\alpha}$ submatrica opisuje među i samo-spregu između pristupnih priključaka antene, a $S_{\alpha\beta}$, $S_{\beta\alpha}$ i $S_{\beta\beta}$ opisuju prijamna, odašiljačka i raspršivačka svojstva antena [39][40].

Svojstva antene $S_{\alpha\beta}$ i $S_{\beta\alpha}$ se često nazivaju prijamni i odašiljački dijagram zračenja modova antene da bi naglasili razliku od dijagrama zračenja antene u dalekom polju.



Slika 3.5. S matrica antene.

U odsutnosti bilo kakve antene u prostoru upadna snage ne može biti apsorbirana, stoga čitava mora biti reflektirana. Na taj način točka u prostoru postaje idealni reflektor za sferne modove, a da bi polja u toj točki ostala konačna, mora biti zadovoljena jednakost $b_\beta = a_\beta$. Ovaj zahtjev vodi analizu do pojma idealno vodljive antene koja je 'nevidljiva' za odašiljač u slobodnom prostoru. Ako su njeni ulazni priključci otvoreni i ukoliko nisu međusobno spregnuti, tada se ona može potpuno i jedinstveno opisati pomoću prijamnih ili odašiljačkih dijagrama modova. Takva antena se naziva kanonska antena minimalnog raspršenja i njena matrica se može zapisati kao [39][40]:

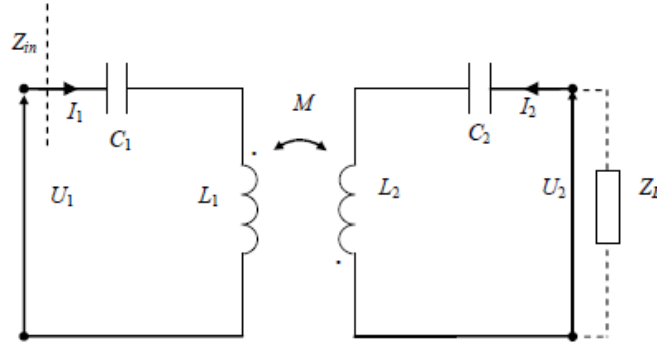
$$S = \begin{bmatrix} 0 & \tilde{S}_{\beta\alpha} \\ S_{\beta\alpha} & 1 - S_{\beta\alpha}\tilde{S}_{\beta\alpha} \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

CMS antena je recipročna, odnosno $\tilde{S}_{\beta\alpha} = S_{\alpha\beta\beta}$, gdje označava transponiranu matricu, ako je dijagram zračenja modova antene čisto realan. Može se također pokazati da je za većinu antena koje su na ulazu priključene na prilagođene prijamnike ($a_\alpha = 0$) raspršena snaga uglavnom veća od apsorbirane snage na ulaznim priključcima. Antene kod kojih je za $a_\alpha = 0$ u odsutnosti bilo kakve antene u prostoru upadna snage ne može biti apsorbirana, stoga čitava mora biti reflektirana. Na taj način točka u prostoru postaje idealni reflektor za sferne modove, a da bi polja u toj točki ostala konačna, mora biti zadovoljena jednakost $b_\beta = a_\beta$. CMS antena je recipročna, odnosno $\tilde{S}_{\beta\alpha} = S_{\alpha\beta\beta}$, gdje označava transponiranu matricu, ako je dijagram zračenja modova antene čisto realan. Može se također pokazati da je za većinu antena koje su na ulazu priključene na prilagođene prijamnike ($a_\alpha = 0$) raspršena snaga uglavnom veća od apsorbirane snage na ulaznim priključcima. Antene kod kojih je za $a_\alpha = 0$ raspršena snaga jednaka apsorbiranoj, zovu se antene minimalnog raspršenja [39] ili alternativno antene ujednačenog raspršenja [42] jer kod nekih prilagođenih antena pod određenim uvjetima apsorbirana snaga može biti veća od raspršene [44]. Zanimljivo je spomenuti da se fizička struktura antene može predstaviti nizom CMS antena [43]. Primjerice, tanki cilindrični dipol se može biti predstaviti nizom od N kanonskih antena, od kojih je $N-1$ parazitnih. Neka je tanki dipol podijeljen na N segmenata koji su dovoljno kratki da aproksimiraju CMS antenu. Tada se $N-1$ segmenata mogu aproksimirati kao CMS antene s reaktivnim opterećenjem, a segment na kojem je napajanje kao CMS antena ugođena s reaktivnom impedancijom spojenom u seriji (pretpostavljajući da je otpor generatora jednak otporu zračenja dipola). Kada je parazitni segment dipola zaključen s otvorenim krugom, tada on postaje 'nevidljiv' i ekvivalentan CMS anteni [43]. Ovakav opis dipola pomoću niza CMS antena praktički odgovara opisu dugog centralno napajanog dipola pomoću metode momenata u [20].

3.4. Teorija strujnih krugova

Prijenos snage u bliskom induktivnom polju se prikazuje pomoću ekvivalentne sheme sustava električki malih antena [45-47]. Osnovni principi prijenosa snage u ovim sustavima se mogu promotriti na primjeru sprege između dvije idealno vodljive jako male petlje čiji se otpor

zračenja praktički može zanemariti. Razmatraju se dva spregnuta serijska LC kruga za TE₁₀ mod antene kao na slici 3.1. Na lijevoj strani je prikazana odašiljačka petlja koja je međuindukcijom M povezana s prijamnom petljom na desnoj strani. Na rezonantnoj (kružnoj) frekvenciji $\omega_{rez}=2\pi f_{rez}$ odašiljačka petlja je definirana induktivitetom L_1 i kapacitetom C_1 , a prijamnik induktivitetom L_2 , kapacitetom C_2 i impedancijom tereta Z_L .



Slika 3.6. Ekvivalentna shema sustava dviju spregnutih kratkih petlji [28].

Naponi i struje na ulazu odašiljačke antene U_1, I_1 i na teretu U_2, I_2 su prema slici 3.1. definirani kao:

$$U_1 = I_1 \left(j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1} \right) - I_2 j\omega M \quad (3.39)$$

$$U_2 = -I_1 j\omega M + I_2 \left(j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_2} \right) \quad (3.40)$$

Korištenjem parametra $\delta_{1,2}$ koji definira relativno kvadratno odstupanje nazivne od rezonantne frekvencije, ω i $\omega_{rez1,2} = (L_{1,2}C_{1,2})^{-1/2}$.

$$\delta_{1,2} = 1 - \frac{1}{\omega^2 L_{1,2} C_{1,2}} = 1 - \frac{\omega_{rcz1,2}^2}{\omega^2} \quad (3.41)$$

jednadžbe napona i struja se mogu zapisati kao:

$$U_1 = I_1 j\omega L_1 \delta_1 - I_2 j\omega M \quad (3.42)$$

$$U_2 = -I_1 j\omega M + I_2 j\omega L_2 \delta_2 \quad (3.43)$$

Prema slici 3.6., uvrštavanjem $U_2 = -I_2 Z_L$ u (3.42), dobije se struja na teretu:

$$I_2 = I_1 \frac{j\omega M}{Z_L + j\omega L_2 \delta_2} \quad (3.44)$$

Korištenjem izraza $Z_{in} = U_1/I_1$ ulaznu impedanciju sustava induktivno spregnutih antena možemo zapisati kao:

$$Z_{in} = \frac{\omega^2 M^2 Z_L}{Z_L^2 + \omega^2 L_2^2 \delta_2^2} + j\omega L_1 \delta_1 \left(1 - \frac{L_2 \delta_2}{L_1 \delta_1} \frac{\omega^2 M^2}{Z_L^2 + \omega^2 L_2^2 \delta_2^2} \right) \quad (3.45)$$

Ako se razmatraju antene koje imaju iste rezonantne frekvencije $\omega_{rez1} = \omega_{rez2} = \omega_{rez}$ ($\delta_1 = \delta_2 = 0$) za sustav u rezonanciji $\text{Im}(Z_{in}) = 0$ i kratko spojeni prijamnik $Z_L = 0$, dobiju se rezonantne frekvencije sustava spregnutih antena ω_1 i ω_2 :

$$\omega_{1,2} = \frac{\omega_{rc}}{\sqrt{1 \mp k}} \quad (3.46)$$

gdje je k koeficijent sprege definiran na temelju teorije spregnutih rezonatora [48]:

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad (3.47)$$

Izraz (3.43) se može preoblikovati u:

$$k = \frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{\omega_1^2 + \omega_2^2} \quad (3.48)$$

Iz (3.44) proizlazi da kada je međuindukcija između antena jaka, odnosno njihova sprega izražena, velika je i razdvojenost između rezonantnih frekvencija sustava.

4. PUNOVALNI MODEL SUSTAVA ZA BEŽIČNI PRIJENOS ENERGIJE

Gotovo sve probleme u inženjerstvu moguće je formulirati matematički putem diferencijalnih, integralnih ili varijacijskih jednažbi. Jednažbe koje proizlaze iz fizikalnog prikazivanja prirodnih pojava mogu se riješiti analitički ili numerički.

4.1. Diferencijalni i integralni pristup

U klasičnoj elektromagnetskoj teoriji, postoje dva osnovna pristupa rješavanju problema. Prvi se pristup odnosi na koncept polja ili diferencijalni pristup, jer se postupak rješavanja problema svodi na rješavanje diferencijalnih jednažbi. Taj su pristup među prvima razvijali Gilbert, Faraday i Maxwell. Pristup je vrlo pogodan za rješavanje problema sa zatvorenim granicama, pri čemu rješenje treba zadovoljiti zadane uvjete na granici područja. Alternativa diferencijalnom pristupu zasniva se na konceptu izvora elektromagnetskog polja odnosno naboja u mirovanju i gibanju, a postupak rješavanja problema svodi se na rješavanje odgovarajućih integralnih ili integrodiferencijalnih jednažbi. Povijesno, takav su pristup zastupali Franklin, Cavendish i Ampère. Pristup putem izvora pogodan je za rješavanje problema s otvorenim granicama [49].

Općenito se metode rješavanja parcijalnih diferencijalnih jednažbi ili integralnih jednažbi dijele na analitičke i numeričke. Osnovni je nedostatak analitičkih metoda ograničenost primjena na jednostavne geometrije s visokim stupnjem simetrije. Numeričkim je metodama moguće rješavati složene probleme inženjerske prakse. Osnovni su problem vrjednovanje dobivenih numeričkih rezultata u smislu točnosti, stabilnosti i brzine konvergencije te česte pojave tzv. nefizikalnih (lažnih) rješenja. Ta rješenja možemo smatrati numeričkim šumom, odnosno nečistoćom koju inicijalno unosi približni postupak rješavanja. Metode rješavanja problema sa zatvorenim granicama općenito se nazivaju diferencijalnim metodama ili metodama polja, a metode rješavanja problema s otvorenim granicama nazivaju se integralnim metodama ili metodama izvora [49].

4.2. Modeliranje u frekvencijskom i vremenskom području

Problemi koji se razmatraju u fizici i tehnici mogu biti klasificirani kao stacionarni ili tranzijentni, pa se stoga metode rješavanja klasificiraju kao frekvencijske ili vremenske. Detaljniji opis frekvencijskih i vremenskih tehnika za rješavanje tranzijentnih fenomena u elektromagnetizmu dostupan je u [50]. Modeliranje u frekvencijskom području primjenjuje se za više izvora, ali na jednoj radnoj frekvenciji. Pri modeliranju pak u vremenskom području riječ je o jednom izvoru u cijelom spektru frekvencija [51][52]. Iako je to egzaktna činjenica za kontinuiranu Fourierovu transformaciju, u praksi često nije uvijek moguće dobiti ekvivalentno rješenje iz druge domene za visoko rezonantne strukture pri kojima se rabi izravna Fourierova transformacija. Ekvivalentnost rezultata u te dvije domene vrijedi samo uz točno određene uvjete koje je u praksi teško postići. Važno je istaknuti da se dobiveno rješenje u vremenskom području odnosi na specifični vremenski oblik izvora. Tranzijentni odziv strukture, koja je izložena različitim pobudama, primjerice, step funkciji ili Gaussovu izvoru, zahtijeva ponavljanje postupka proračuna za svaku pojedinu pobudu. No, ostane li geometrija nepromijenjena, pri analizi u frekvencijskom području rješenje dobiveno jednom serijom proračuna može se primijeniti za dobivanje tranzijentnog odziva za različite izvore. Ta razlika čini važan faktor pri vrjednovanju razmjernih prednosti dvaju pristupa. Jedan od važnijih parametara u evaluaciji prednosti dvaju pristupa jest vrijeme računanja [51]. Premda u mnogim primjerima taj pristup ima velike prednosti, efikasnost proračuna obaju pristupa veoma ovisi o konkretnoj strukturi koja se razmatra, i o obliku rezultata koji se želi dobiti (cijeli spektar, ponašanje u početnom vremenskom intervalu, itd. ...).

Ostale činjenice, koje proizlaze iz komparacije modeliranja u frekvenciji i u vremenu, su sljedeće [51] – [53]:

- a) Uvid u fiziku problema bolji je pri uporabi pristupa direktno u vremenu. Međutim, uvid u rezonantna obilježja pruža isključivo frekvencijski spektar.
- b) Nelinearnosti se mnogo lakše modeliraju u vremenskom području.
- c) Međudjelovanja (npr. refleksija pulseva) mogu se bolje izolirati u vremenskom području primjenom vremenskih okvira.
- d) Mnogo je efikasnije dobiti polove u kompleksnoj ravnini koristeći se pristupom u vremenu.
- e) Formulacija u frekvencijskom području jednostavnija je i lakša za uporabu, što omogućuje prikladnu analizu složenijih struktura.
- f) Tehnike u vremenskom području za složene geometrije iziskuju dugo vrijeme računanja.
- g) Rezultati dobiveni u vremenskom području pate od problema nestabilnosti mnogo izraženije nego rezultati u frekvencijskom području. Jedno važnije obilježje u korist pristupa u frekvencijskom području jest to što zahtijeva precizne informacije iz frekvencijskog područja jer su u tom obliku specificirani standardi u elektromagnetskoj kompatibilnosti [54]. Zbog jednostavnije formulacije robusni kodovi, zasnovani na metodama iz frekvencijskog područja, široko su rasprostranjeni na tržištu, a podjednako se njima koriste i profesionalci i amateri. Problem dugog vremena računanja uglavnom se pojavljuje pri traženju tranzijentnog odziva visokorezonantnih struktura. Mnoga su istraživanja u računalnom elektromagnetizmu usmjerena prema reduciranju vremena računanja. To je moguće postići na različite načine; analitičkim formulacijama, uporabom specijaliziranih Greenovih funkcija i aproksimacijama koje se primjenjuju baš na tehnike rješavanja integrala i matrica. Često je jedini način da se poboljša računalna efikasnost žrtvovanje preciznosti i primjenjivosti formulacije, tj. sužavanje opsega primjene za danu formulaciju [49][51].

4.3. Usporedba analitičkih i numeričkih modela

Analitičke metode rješavanja daju egzaktna rješenja, ali su ograničene na vrlo uzak opseg primjena, koje se uglavnom odnose na probleme s kanonskim geometrijama. Nema mnogo praktičnih inženjerskih problema koji se mogu riješiti takvim tehnikama.

Numeričke su tehnike primjenjive na gotovo sve znanstvene i inženjerske probleme, ali su glavni nedostaci vezani za ograničenja koja unose aproksimacije u modelu te pogreške koje unose prostorna, frekvencijska, tj. vremenska diskretizacija. Štoviše, kriteriji točnosti, stabilnosti i konvergencije nisu uvijek jednostavni, a katkad ni jasno postavljeni [49].

Najčešće analitičke metode u elektromagnetizmu jesu, [49]:

- a) separacija varijabli
- b) razvoj u redove
- c) konformno preslikavanje
- d) linearne integralne transformacije.

Vrlo često primijenjivane numeričke metode u elektromagnetizmu, među ostalima, jesu [49]:

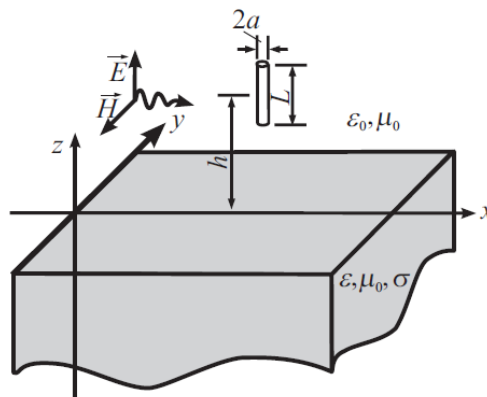
- a) metoda konačnih diferencija (eng. Finite Difference Method – FDM)
- b) metoda konačnih elemenata (eng. Finite Element Method – FEM)
- c) metoda rubnih elemenata (eng. Boundary Element Method – BEM)
- d) metoda momenata (eng. Method of Moments – MoM).

5. ANALITIČKE METODE PRORAČUNA

5.1. Analitičko rješavanje integralnih jednačbi za tanke žice – Pocklingtonova integro-diferencijalna jednačba

Postupak analitičkog rješavanja integralnih jednačbi za tanke žice unosi znatne aproksimacije i može se primijeniti samo na vrlo jednostavne konfiguracije, kakve su, primjerice, vertikalna i horizontalna žičana antena. Za razliku od numeričkog rješenja, analitičko rješenje nije robusno i može se primijeniti na razmjerno uzak niz parametara [49].

Promatra se tanka vertikalna žica postavljena vertikalno iznad realne zemlje na visini h , kako je prikazano na slici 26.8. Parametri su zemlje permitivnost ϵ i vodljivost σ [55].



Slika 5.3. Vertikalna žica iznad medija s gubitcima [49].

Raspodjela struje definirana je Pocklingtonovom integrodiferencijalnom jednačbom [56]:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right]_{h-\frac{L}{2}}^{h+\frac{L}{2}} I(z') g(z, z') dz' = -j4\pi \frac{k}{Z_0} E_z^{exc} \quad (5.46)$$

gdje je $I(z')$ struja inducirana duž žice, $g(z, z')$ odgovarajuća Greenova funkcija, a E_z^{exc} pobudno električno polje. Zbog jednostavnosti se razmatra isključivo okomiti upad. Konstanta propagacije k jest:

$$k = k = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \quad (5.47)$$

a Z_0 je impedancija slobodnog prostora:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \quad (5.48)$$

Greenova funkcija ima oblik:

$$g(z, z') = g_0(z, z') - \Gamma_{Fr}^{ref} g_i(z, z') \quad (5.49)$$

gdje je $g_0(z, z')$ Greenova funkcija slobodnog prostora:

$$g_0(z, z') = \frac{e^{-jkR}}{R} \quad (5.50)$$

a $g_i(z, z')$ proizlazi iz metode preslikavanja:

$$g_i(z, z') = \frac{e^{-jkR_i}}{R_i} \quad (5.51)$$

Pri tome su R_0 i R_i odgovarajuće udaljenosti od izvora i njegove slike do točke promatranja:

$$R = \sqrt{(z - z')^2 + a^2}, \quad R_i = \sqrt{(z + z')^2 + a^2} \quad (5.52)$$

Fresnelov koeficijent refleksije pomoću kojega se razmatra granica zrak-zemlja ima oblik ([55] [56]):

$$\Gamma_{\text{Fr}}^{\text{ref}} = \frac{\sqrt{n}-1}{\sqrt{n}+1}, \quad n = \frac{\varepsilon_{\text{eff}}}{\varepsilon_0} \quad (5.53)$$

Pri tome je ε_{eff} kompleksna permitivnost zemlje:

$$\varepsilon_{\text{eff}} = \varepsilon_r \varepsilon_0 + \frac{\sigma}{j\omega} \quad (5.54)$$

Fresnelov koeficijent refleksije zadovoljavajuća aproksimacija rigorozne Sommerfeldove integralne formulacije [55].

Prvi je korak u analitičkom rješenju napisati karakteristični integral iz jednadžbe (5.46) na ovaj način:

$$\int_{h-\frac{L}{2}}^{h+\frac{L}{2}} I(z')g(z, z')dz' = I(z) \int_{h-\frac{L}{2}}^{h+\frac{L}{2}} g(z, z')dz' + \int_{h-\frac{L}{2}}^{h+\frac{L}{2}} [I(z') - I(z)]g(z, z')dz' \quad (5.55)$$

Integral s lijeve strane može se aproksimirati s prvim članom s desne strane, odnosno drugi član s desne strane smatra se zanemarivim [57].

Dalje slijedi:

$$\begin{aligned} \psi(z) &= \int_{h-\frac{L}{2}}^{h+\frac{L}{2}} g(z, z')dz' = \int_{h-\frac{L}{2}}^{h+\frac{L}{2}} g_0(z, z')dz' + \Gamma_{\text{ref}}^{\text{Fr}} \int_{h-\frac{L}{2}}^{h+\frac{L}{2}} g_i(z, z')dz' = \\ &= \int_{h-\frac{L}{2}}^{h+\frac{L}{2}} \frac{e^{-jkR}}{R} dz' + \Gamma_{\text{ref}}^{\text{Fr}} \int_{h-\frac{L}{2}}^{h+\frac{L}{2}} \frac{e^{-jkR_i}}{R_i} dz' \end{aligned} \quad (5.56)$$

Koristeći se dobro poznatom aproksimacijom [55]:

$$\frac{e^{-jkR}}{R} \doteq \frac{1}{R} - jk \quad (5.57)$$

proizlazi:

$$\begin{aligned} \psi(z) = & \ln \left(\frac{z-h+\frac{L}{2}+\sqrt{\left(z-h+\frac{L}{2}\right)^2+a^2}}{z-h-\frac{L}{2}+\sqrt{\left(z-h-\frac{L}{2}\right)^2+a^2}} + \right. \\ & \left. + \Gamma_{\text{ref}}^{\text{Fr}} \cdot \ln \left(\frac{z+h+\frac{L}{2}+\sqrt{\left(z+h+\frac{L}{2}\right)^2+a^2}}{z+h-\frac{L}{2}+\sqrt{\left(z+h-\frac{L}{2}\right)^2+a^2}} \right) - jkL(1 + \Gamma_{\text{ref}}^{\text{Fr}}) \right. \end{aligned} \quad (5.58)$$

Pocklingtonova se jednačba (5.46) pojednostavnjuje i prelazi u diferencijalnu jednačbu:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right] I(z) = -j4\pi \frac{k}{\psi(z)Z_0} E_z^{\text{exc}} \quad (5.59)$$

Zatim se lako može dobiti analitičko rješenje [49]:

$$I(z) = -j \frac{4\pi}{\psi(z)Z_0} \frac{E_z^{\text{exc}}}{k} \left[1 - \frac{\cos k(h-z)}{\cos k\frac{L}{2}} \right] \quad (5.60)$$

Pobudna funkcija E_z^{exc} se odnosi na električno polje uzrokovano naponskim izvorom (odašiljački mod) ili ravnim valom (prijamni mod).

6. NUMERIČKE METODE PRORAČUNA

6.1. Metoda konačnih diferencija

Metoda konačnih diferencija zasniva se na aproksimaciji derivacije funkcije konačnim diferencijama, tj. zamjeni diferencijalnih jednadžbi odgovarajućim jednadžbama konačnih diferencija [49].

Prva derivacija funkcije u nekoj točki x definirana je izrazom:

$$\frac{df}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad (6.1)$$

Ako Δx ne teži nuli već poprima neku malu, ali konačnu vrijednost, dobiva se približan izraz za derivaciju funkcije $f(x)$:

$$\frac{df}{dx} \approx \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad (6.2)$$

Točnost te aproksimacije moguće je procijeniti uz pomoć razvoja funkcije u Taylorov red u okolišu točke x :

$$f(x + \Delta x) = f(x) + \frac{df}{dx} \Delta x + \frac{d^2 f}{dx^2} \frac{\Delta x^2}{2!} + \frac{d^3 f}{dx^3} \frac{\Delta x^3}{3!} \dots \quad (6.3)$$

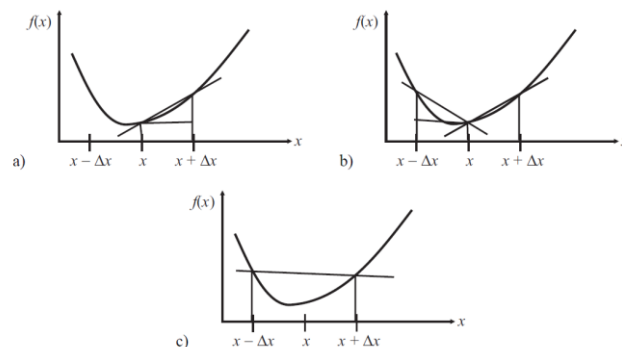
$$f(x - \Delta x) = f(x) - \frac{df}{dx} \Delta x + \frac{d^2 f}{dx^2} \frac{\Delta x^2}{2!} - \frac{d^3 f}{dx^3} \frac{\Delta x^3}{3!} \dots \quad (6.4)$$

Zanemarivanjem trećega i svih viših članova reda, moguće je izvesti približne relacije za prvu derivaciju funkcije različitim kombinacijama jednadžbi (6.3) i (6.4). Tako se dobivaju tri moguće sheme za aproksimaciju prve derivacije funkcije konačnim diferencijama, kako je naznačeno na slici 6.1.:

$$\frac{df}{dx} \approx \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \text{ „desna shema”} \quad (6.4)$$

$$\frac{df}{dx} \approx \frac{f(x) - f(x-\Delta x)}{\Delta x} \text{ „lijeva shema”} \quad (6.5)$$

$$\frac{df}{dx} \approx \frac{f(x+\Delta x) - f(x-\Delta x)}{2\Delta x} \text{ „centralna shema”} \quad (6.6)$$



Slika 6.1. a) „desna shema”, b) „lijeva shema”, c) „centralna shema” konačnih diferencija [49].

Očito je da je pogreška te aproksimacije proporcionalna broju zanemarenih članova Taylorova reda. Za izraze (6.4) i (6.5) veličina pogreška je približno Δx , dok je za izraz (6.7) Δx^2 .

Do izraza za derivaciju drugog reda dolazi se dvostrukom primjenom aproksimacije derivacije prvog reda. Također, isti je izraz moguće dobiti zbrajanjem izraza (6.3) i (6.4) uz zanemarivanje svih članova niza iznad trećega:

$$\frac{d^2 f}{dx^2} \approx \frac{f(x-\Delta x) - 2f(x) + f(x+\Delta x)}{\Delta x^2} \quad (6.7)$$

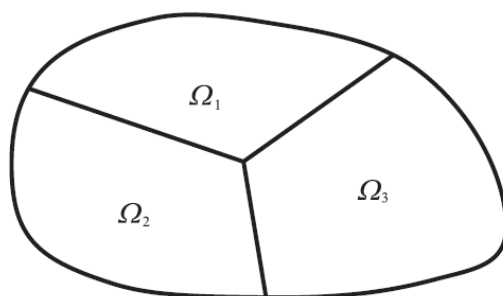
Analogno tomu, izrazi za derivacije viših redova dobiju se linearnom kombinacijom izraza (6.3) i (6.4), s obzirom na odgovarajući broj članova niza.

Metodom konačnih diferencija jednostavno se i brzo formira matrični sustav. S obzirom na brzinu konvergencije i točnost zaostaje u odnosu prema sofisticiranijim numeričkim metodama poput metode konačnih elemenata ili metode rubnih elemenata [55].

Taj se nedostatak MKD-a djelomice može kompenzirati povećanjem broja točaka u kojima se traži rješenje, tj. broja nepoznanica u matričnom sustavu.

6.2. Metoda konačnih elemenata

Pri konstrukciji baznih funkcija kod konvencionalnih numeričkih metoda posebna se teškoća pojavljuje u situacijama u kojima bazne funkcije moraju zadovoljiti neke posebne uvjete (zadovoljavanje rubnih uvjeta na nepravilnoj granici i uvjeta kontinuiteta u nehomogenim sredinama). Pri tome se ponajprije misli na funkcije zadane diferencijalnim jednadžbama. Osnovna ideja metode konačnih elemenata leži u postupku raspodjele područja na dovoljno male, relativno pravilne dijelove, tako da se na svakom takvom dijelu nepoznato rješenje jednostavno izražava pomoću linearne kombinacije pogodno odabranih baznih funkcija lokaliziranog djelovanja. Takvi se mali dijelovi područja proračuna, jednostavnih oblika, nazivaju konačnim elementima, a sam postupak podjele područja naziva se diskretizacija konačnim elementima (sl. 6.2.). Izborom istog oblika konačnog elementa za diskretizaciju na cijelom području problem se svodi na rješavanje problema na jednom elementu, a na ostalim se elementima ponavlja jednak postupak, što je prikladno za implementaciju na računalu [49][55].

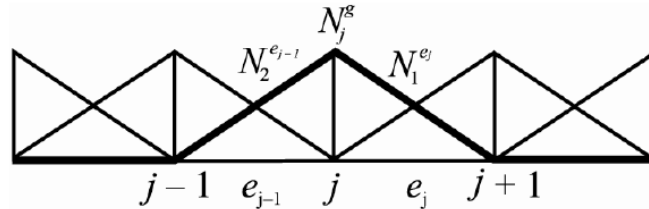


$$\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \Omega_3$$

Slika 6.2. Diskretizacija dvodimenzionalnog područja konačnim elementima [49].

Na svakom konačnom elementu oblikuje se nepoznato rješenje razapeto nad njim pomoću lokalne baze. Bazne lokalne funkcije, tj. one na elementu, nazivaju se oblikovnim funkcijama. Kaže se da se funkcija nad cijelim područjem gradi od dijelova nad pojedinim elementima. Na rubovima elemenata, tj. spojevima elemenata, mogu se postavljati različiti uvjeti, primjerice, neprekidnost

funkcije, neprekidnost funkcije i derivacije. To se naziva problemom kompatibilnosti. Na temelju oblikovnih funkcija nad konačnim elementima može se izgraditi odgovarajuća baza približnog rješenja definirana na cijelom području (sl. 6.3.). Baze se funkcije (globalnog karaktera) grade iz oblikovnih i pridružuju se čvorovima, a oblikovne se funkcije (lokalnog karaktera) pridružuju elementima.

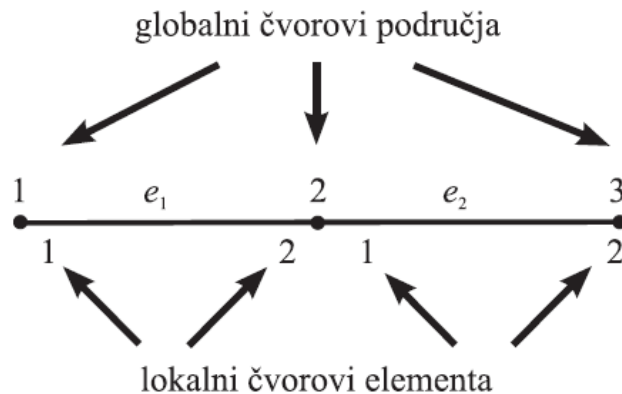


Slika 6.3. Globalne bazne funkcije za jednodimenzionalni problem [49].

Globalna baza ima lokalizirano djelovanje, tj. jednaka je nuli u svim čvorovima osim u čvoru pridruživanja, gdje ima vrijednost jednaku jedinici. Svakom se globalnom čvoru može pridružiti jedna bazna (globalna) funkcija koja se gradi iz oblikovnih funkcija nad elementima kojima je taj čvor zajednički, primjerice za čvor j . Dakle, bazna se funkcija definira na cijelom području, uz to da je intenzivna na ograničenom području, tj. na elementima koji sadržavaju taj čvor (elementi e_{j-1} i e_j na slici 6.3.), a izvan toga jednaka je nuli.

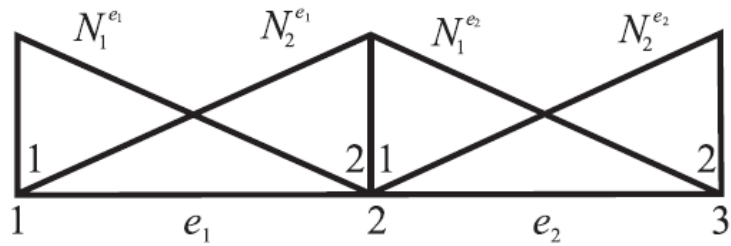
Takve se bazne funkcije, globalno definirane, nazivaju lokaliziranim bazama. Takve lokalizirane funkcije, tj. one izgrađene od oblikovnih funkcija, osiguravaju neprekidnost na cijelom području.

Na slici 6.4. prikazana je podjela područja na dva konačna elementa s pripadajućim lokalnim i globalnim čvorovima.



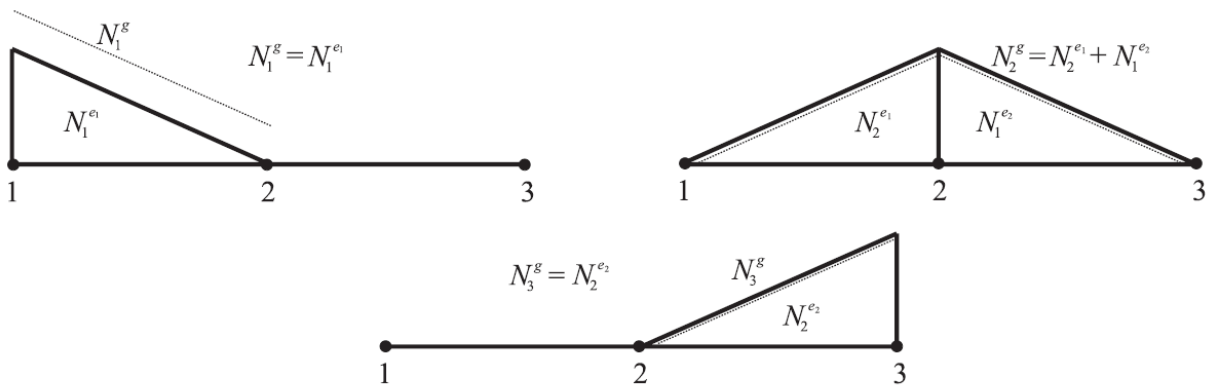
Slika 6.4. Prikaz lokalnih i globalnih čvorova na primjeru s dva konačna elementa [49].

Lokalni se čvorovi pridjeljuju elementima, a globalni cijelom području proračuna. Na svakom su elementu definirane dvije linearne oblikovne funkcije (sl. 6.5.). Dakle, riječ je o linearnoj aproksimaciji.



Slika 6.5. Linearne oblikovne funkcije na dva elementa [49].

Dalje se bazne funkcije grade iz oblikovnih funkcija pridruženih tom čvoru, kako je prikazano na slici 6.6.

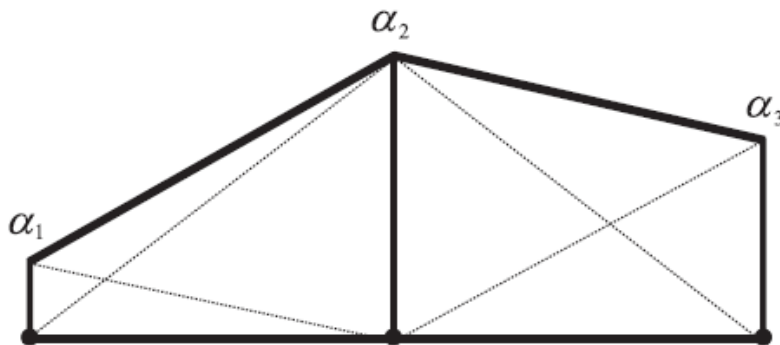


Slika 6.6. Izgradnja baznih funkcija iz pripadnih oblikovnih funkcija [49].

Približno se rješenje izražava putem linearne kombinacije baznih funkcija:

$$\bar{f} = \sum_{i=1}^n \alpha_i N_i \quad (6.8)$$

gdje su koeficijenti α_i vrijednosti približnog rješenja u globalnim čvorovima, a n je ukupan broj čvorova, odnosno baznih funkcija. Približno je rješenje nad dva linearna konačna elementa prikazano na slici 6.7.



Slika 6.7. Izgled približnog rješenja nad dva konačna elementa [49].

Točnost rješenja može se poboljšati finijom diskretizacijom, tj. povećanjem broja elemenata ili odabirom aproksimacije višeg reda. Vidljivo je da je aproksimacija bolja kako raste broj konačnih elemenata.

6.3. Metoda rubnih elemenata

Osnovna ideja ove metode je u diskretizaciji granice područja proračuna na kojoj se rješava odgovarajuća integralna jednadžba (umjesto diferencijalne jednadžbe po zadanom području) korištenjem rubnih elemenata. Ta je metoda ekvivalentna poznatijoj metodi momenata (MM) kada se pri MM primjenjuju lokalizirane bazne funkcije i Diracovi delta impulsi za težinske funkcije. Pri primjeni MRE bazne se funkcije istodobno automatski izgrađuju iz lokaliziranih oblikovnih funkcija baš kao i kod metode konačnih elemenata (MKE). Stoga se MRE može smatrati kombinacijom klasičnog pristupa rješavanja integralne jednadžbe po granici i koncepta diskretizacije karakterističnoga za metodu konačnih elemenata. U nastavku je prikazana Indirektna formulacija za statička polja [49]. Prvi se korak pri rješavanju problema pomoću MRE sastoji od izvođenja integralne formulacije diferencijalne jednadžbe koja opisuje zadani problem. Algoritam MRE, kao i pri primjeni ostalih numeričkih metoda, najlakše je opisati na primjeru statičkih polja. Problemi statičkih polja, bilo elektrostatskih, bilo magnetostatskih, mogu se za prostor bez izvora opisati Laplaceovom diferencijalnom jednadžbom:

$$\nabla^2 u = 0 \quad (6.9)$$

odnosno Poissonovom jednadžbom, ako unutar područja postoje izvori p :

$$\nabla^2 u = -p \quad (6.10)$$

Greenova je integralna reprezentacija Poissonove jednadžbe sljedećeg oblika:

$$u_i = \int_{\Gamma} \Psi \frac{\partial u}{\partial n} d\Gamma - \int_{\Gamma} u \frac{\partial \Psi}{\partial n} d\Gamma - \int_{\Omega} p \Psi d\Omega \quad (6.11)$$

gdje je u_i vrijednost skalarne funkcije u u točki promatranja unutar područja promatranja Ω , a Ψ je odgovarajuće fundamentalno rješenje. Ako je točka promatranja na granici područja, integralna formulacija poprima oblik:

$$c_i u_i = \int_{\Gamma} \Psi \frac{\partial u}{\partial n} d\Gamma - \int_{\Gamma} u \frac{\partial \Psi}{\partial n} d\Gamma + \int_{\Omega} p \Psi d\Omega \quad (6.12)$$

gdje je:

$$c_i = \begin{cases} 1 - \frac{\theta_2 - \theta_1}{2\pi} & i \in \Gamma \\ 0 & i \notin \Omega \end{cases} \quad (6.13)$$

Kako bi se riješio određeni problem, treba poznavati ili vrijednost funkcije u ili njezine prve derivacije $\partial u / \partial n$ duž granice Γ su poznate vrijednosti potencijala u i njegove derivacije po normali $\partial u / \partial n$ duž cijele granice, moguće je izračunati potencijal bilo koje točke unutar područja proračuna. Integralna je formulacija za proračun elektrostatskog potencijala sljedećeg oblika:

$$c_i \phi_i = \int_{\Gamma} \Psi \frac{\partial \phi}{\partial n} d\Gamma - \int_{\Gamma} \phi \frac{\partial \Psi}{\partial n} d\Gamma + \int_{\Omega} \frac{\rho}{\epsilon} \psi d\Omega \quad (6.14)$$

a magnetostatski se problemi proračuna osne komponente magnetskog vektorskog potencijala, primjerice A_z komponente, opisuju sljedećom integralnom relacijom [34]:

$$c_i A_{zi} = \int_{\Gamma} \Psi \frac{\partial A_z}{\partial n} d\Gamma - \int_{\Gamma} A_z \frac{\partial \Psi}{\partial n} d\Gamma + \int_{\Omega} \mu J_z \psi d\Omega \quad (6.15)$$

U posebnim se slučajevima magnetostatsko polje u prostoru bez izvora opisuje integralnom jednačbom za magnetski skalarni potencijal ($u = \Psi_m$):

$$c_i \varphi_{mi} = \int_{\Gamma} \Psi \frac{\partial \varphi_m}{\partial n} d\Gamma - \int_{\Gamma} \varphi_m \frac{\partial \Psi}{\partial n} D\gamma \quad (6.16)$$

gdje je Ψ_m magnetski skalarni potencijal.

7. BIOLOŠKI EFEKTI ELEKTROMAGNETSKIH POLJA

Pod biološkim efektima uslijed izloženosti ljudskog tijela elektromagnetskim poljima smatraju se bilo kakve detektabilne, reverzibilne ili nereverzibilne, fiziološke promjene u organizmu. Do eventualnih štetnih efekata po zdravlje dolazi u situacijama kod kojih biološki efekti prelaze normalne granice koje je ljudsko tijelo u stanju kompenzirati svojim regulacijskim mehanizmima. Ti štetni efekti po ljudsko zdravlje često su akumulacijskog karaktera i općenito ovise o vremenu i dozi ozračenosti [58].

7.1. Općenita razmatranja

Premda su temeljne spoznaje o međudjelovanju elektromagnetskih polja s materijalima postavljene u devetnaestom stoljeću u vidu skupa Maxwellovih jednadžba, primjena tih fundamentalnih zakona elektromagnetizma na žive sustave predstavlja iznimno tešku zadaću. Uzrok poteškoća leži u iznimnoj kompleksnosti i višestrukim razinama organiziranosti bioloških sustava kao i u varijabilnosti električnih svojstava bioloških tkiva. Nadalje, još uvijek nedovoljno istraženi mehanizmi međudjelovanja elektromagnetskog zračenja i organske materije, te nedostatak spone između eksperimentalnih podataka na staničnoj razini, te eksperimentalnih podataka na životinjama i ljudima višestruko komplicira tumačenje rezultata u ovoj problematici. Bez obzira na to što navedene poteškoće značajno usporavaju napredak u razumijevanju bioloških efekata elektromagnetskih polja, dosadašnje spoznaje o mehanizmima međudjelovanja donekle se mogu iskoristiti pri razvijanju odgovarajuće teorijske i eksperimentalne dozimetrije. Do danas su razmatrani brojni mehanizmi za elektromagnetsko međudjelovanje sa živim sustavima, ali nisu svi valjano elaborirani i znanstveno potvrđeni. Pri tome je bitno naglasiti da sprega između elektromagnetskih polja i živog organizma značajno ovisi o frekvenciji narinutog elektromagnetskog polja kojem je tkivo izloženo. Na niskim frekvencijama električna i magnetska polja mogu se razmatrati odvojeno, dok na visokim frekvencijama elektromagnetsko polje predstavlja jedinstven entitet. Električna polja koja se induciraju unutar tijela značajno se razlikuju za mnogo redova veličine od vrijednosti u slobodnom prostoru. Ta činjenica je direktna posljedica uvjeta koja polje mora zadovoljavati na granici različitih sredina, a koji proizlaze iz Maxwellovih jednadžba i zahtijevaju da gustoća struje unutar tijela bude približno jednaka gustoći struje dielektričnog pomaka izvan tijela. Magnetsko polje unutar ljudskog tijela nepromijenjeno je u odnosu na polje izvan tijela, jer biološka tkiva nemaju karakter magnetskih materijala. Nadalje, međudjelovanje elektromagnetskih polja s biološkim materijalima se razmatra primjenom mikroskopskih i makroskopskih modela. Budući da je razmatranje međudjelovanja na mikroskopskoj razini s nabojima u materijalu vrlo teško, taj proces se uobičajeno opisuje makroskopski preko sljedećih fenomena [58][59] :

- polarizacije vezanih naboja
- orijentacije permanentnih električnih dipola
- gibanja prostornog naboja

U području radiofrekvencija (RF), organska materija se ponaša poput otopina elektrolita koje sadrže polarne molekule, tj. RF polja interagiraju s živim organizmima putem kondukcije iona i rotacije polarnih molekula vode te relaksacije proteina. Apsorbirana RF energija se pri tome transformira u kinetičku energiju molekula, što je u izravnoj vezi s porastom temperature ozračenog tkiva. Stoga se zagrijavanje tkiva smatra glavnim biološkim efektom na RF frekvencijama. Može se zaključno ustvrditi postojanje triju temeljnih mehanizma sprege putem kojih vremenski promjenljiva elektromagnetska polja interagiraju s organskom materijom:

- sprega s električnim poljima niskih frekvencija
- sprega s magnetskim poljima niskih frekvencija
- apsorpcija energije elektromagnetskog zračenja na visokim frekvencijama

7.2. Sprega s električnim poljima niskih frekvencija

Međudjelovanje električnih polja niskih frekvencija s ljudskim bićima rezultira u induciranju električne struje, stvaranju električnih dipola i reorijentaciji već postojećih električnih dipola u tkivu. Intenzitet tih efekata ovisi o jakosti električnog polja, električnim svojstvima tijela koja variraju ovisno o vrsti tkiva, kao i o frekvenciji narinutog polja. Fizikalno gledano, vanjska električna polja induciraju površinski naboj na tijelu koji pak rezultira induciranim strujama u tijelu čija raspodjela varira ovisno o veličini i obliku tijela [58].

7.3. Sprega s magnetskim poljima niskih frekvencija

Međudjelovanje magnetskog polja niskih frekvencija s ljudskim tijelom rezultira u induciranim električnim poljima i strujama koje unutar ljudskog tijela teku u formi zatvorenih petlja. Iznosi induciranih polja i gustoća vrtložnih struja proporcionalni su radijusu petlje, vodljivosti tkiva te iznosu i brzini promjene magnetske indukcije. Za specificiran iznos i frekvenciju magnetskog polja, najjača električna polja se induciraju na mjestima gdje su dimenzije petlje najveće. Staza i iznos struje inducirane u bilo kom dijelu tijela ovisi o vodljivosti tkiva [58].

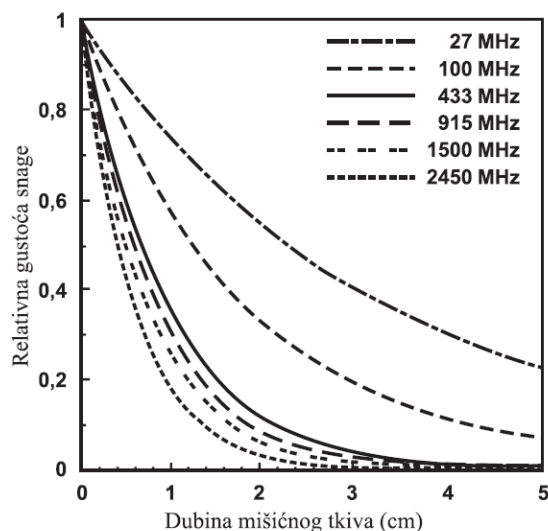
7.4. Apsorpcija energije elektromagnetskog zračenja

Izloženost električnim i magnetskim poljima niskih frekvencija rezultira u zanemarivoj apsorpciji energije i gotovo nemjerljivim porastom temperature u ljudskom tijelu. Naprotiv, izloženost elektromagnetskom zračenju na frekvencijama iznad 100 kHz može dovesti do značajne apsorpcije energije što uzrokuje porast temperature u tkivu. Općenito, izloženost organske materije elektromagnetskom polju ravnog vala rezultira u vrlo nejednolikoj depoziciji i raspodjeli energije unutar tijela, što je moguće odrediti dozimetrijskim proračunima i mjernim postupcima. Sa stajališta apsorpcije energije u ljudskom tijelu elektromagnetska polja visokih frekvencija mogu se podijeliti u četiri različita područja [60]:

1. frekvencije od oko 100 kHz do ispod 20 MHz - na ovim frekvencijama apsorpcija u trupu opada rapidno s frekvencijom, a značajna apsorpcija se događa u vratu i nogama
2. frekvencije od oko 20 MHz do 300 MHz - na ovim frekvencijama može doći do relativno visoke apsorpcije u čitavom tijelu, a čak su moguće i veće vrijednosti u nekim dijelovima tijela gdje su postignute rezonancije, primjerice u glavi
3. frekvencije od oko 300 MHz do nekoliko GHz - u ovom frekvencijskom području dolazi do nejednolikih apsorpcija lokalnog karaktera
4. frekvencije iznad 10 GHz - na ovim frekvencijama apsorpcija energije primarno se događa na površini kože

Količina apsorbirane energije ovisi o brojnim faktorima, uključujući dimenzije izloženog tijela. Ako ljudsko tijelo nije uzemljeno, njegova rezonantna frekvencija sa stajališta apsorpcije energije je oko 70 MHz. Za više osobe rezonantna frekvencija je nešto niža. S druge strane, za nešto niže odrasle osobe, djecu, bebe i osobe koje se nalaze u sjedećem položaju rezonantna frekvencija može biti i oko 100 MHz. Za dobro uzemljene osobe rezonantne frekvencije su niže za otprilike faktor 2. Općenito se propagacija elektromagnetskih valova u biološkom mediju može analizirati rješavanjem Maxwellovih jednačica uz pripadne rubne uvjete. Poznato je da se elektromagnetski val prigušuje širenjem kroz biološki materijal. Energija zračenja na radio frekvencijama (RF)

prenosi se od narintog električnog polja u biološki materijal u obliku kinetičke energije nabijenih čestica. Brzina promjene RF-energije koja se prenosi u materijal jest apsorbirana snaga. Na slici 7.1. prikazana je apsorpcija snage u mišićnom tkivu u funkciji dubine na različitim frekvencijama [58] [59].



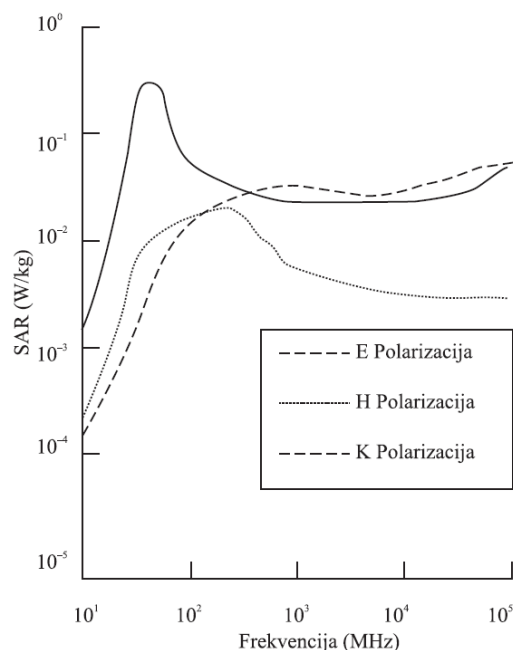
Slika 7.1. Apsorpcija snage u mišićnom tkivu kao u funkciji dubine na različitim frekvencijama [58].

Temeljna mjera za energiju zračenja pretvorenu u toplinu u tkivu je tzv. specifična gustoća apsorbirane snage (specific absorption rate – SAR). Ova veličina se definira kao prirast apsorpcije energije u tkivu usrednjena masom tkiva. SAR je proporcionalan kvadratu jakosti električnog polja inducirano u čovjeku, a fizikalno predstavlja mjeru lokalne brzine zagrijavanja tkiva. Prosječni SAR, kao i raspodjela SAR-a, mogu se izračunati primjenom teorijskih modela ili procijeniti prema laboratorijskim mjerenjima.

Općenito vrijednosti SAR-a ovise o:

- parametrima incidentnog polja,
- svojstvima tijela koje je izloženo zračenju,
- refleksijskim i transmisijskim efektima podloge.

Kada je električno polje orijentirano paralelno u odnosu na ljudsko tijelo, i pod uvjetima izloženosti ravnom valu (tj. izloženosti daljinskom polju), prosječni SAR čitavog tijela doseže maksimalne vrijednosti. Varijacija prosječnog SAR-a čitavog tijela (za elipsoidni model čovjeka) u funkciji frekvencije za slučaj izloženosti ravnom valu za E, H i K polarizaciju prikazana je na slici 7.2. [59]. U ovom slučaju gustoća snage ravnog vala iznosi 10 W/m^2 . Za sve tri vrste polarizacije polja, SAR se mijenja približno s kvadratom frekvencije na nižim frekvencijama. Za E-polarizaciju, apsorpcija snage kao i maksimumi SAR-a nastupaju oko 70-80 MHz. Te frekvencije korespondiraju s rezonantnom frekvencijom za dobro uzemljenog čovjeka [58].



Slika 7.2. Prosječni SAR čitavog tijela u funkciji frekvencije za elipsoidni model ljudskog tijela izložen zračenju ravnog vala gustoće snage $10\text{W}/\text{m}^2$ za tri vrste polarizacije [58].

Izloženost ljudi u bliskom polju mogu rezultirati u visokim vrijednostima lokalnog SARa u glavi i zglobovima. Lokalni SAR i SAR čitavog tijela jako ovise o udaljenosti između izvora zračenja i tijela. Na frekvencijama iznad 10 GHz, dubina penetracije polja u tkiva je mala, pa SAR više ne predstavlja pogodnu mjeru za određivanje apsorpcije energije u tijelu. U ovom slučaju je gustoća upadne snage elektromagnetskog polja puno prikladnija dozimetrijska veličina [58].

7.5. Indirektni mehanizmi sprege

Pod indirektnim mehanizmima sprege podrazumijevaju se svi fenomeni pri kojima se u čovjeku posredno induciraju elektromagnetska polja. Postoje dva ustanovljena mehanizma sprege [60]:

- Kontaktne struje koje se pojavljuju kad ljudsko tijelo dolazi u dodir s objektom na različitom električnom potencijalu,
- Sprega s elektromagnetskim poljem medicinskih uređaja koje osoba nosi ili su implantirani u tijelo.

7.6. Biološki učinci

Prisutnost elektromagnetskih polja u okolišu i njihova potencijalna štetnost po ljudsko zdravlje predstavljaju proturječno znanstveno, tehničko, ali i socijalno pitanje. Štoviše, elektromagnetska polja su tehnološki produkt koji se nužno rabi u svakodnevnom životu usprkos do sada još ipak nepoznatim rizicima koji možda postoje uslijed izloženosti tim poljima. Elektromagnetska polja ekstremno niskih frekvencija uzrokuju biološke učinke koji ponekad mogu dovesti do negativnih učinaka na zdravlje.

Važno je razlikovati dva pojma:

- **Bioški učinak** se javlja kad izlaganje elektromagnetskim poljima uzrokuje fiziološke promjene u biološkom sustavu koje se mogu otkriti mjerenjem ili opažanjem.

- **Negativni učinak** na zdravlje javlja se kad je bioški učinak izlaganja polju izvan normalnog raspona koje organizam može kompenzirati. Pokazalo se da izlaganje poljima izaziva bioške učinke kao što su zagrijavanje, mijenjanje kemijskih reakcija ili induciranje električnih struja u tkivima i stanicama. Istraživanje bioških efekata elektromagnetskog polja sjedinjuje brojne aspekte kao što su bioški, medicinski, biokemijski, epidemiološki, okolišni, zatim aspekt određivanja potencijalnih rizika po zdravlje i odgovarajuća zaštitna regulativa.

Više detalja o bioškim učincima neionizirajućeg zračenja moguće je pronaći u velikom broju publikacija (ICNIRP, 1998., IEEE Recommended..., 1992., Poljak i sur., 2002.), kao i u Pravilniku o zaštiti od elektromagnetskih polja i Pravilniku o ograničenjima jakosti elektromagnetskih polja za radijsku opremu i telekomunikacijsku terminalnu opremu. Osnovni bioški učinci zbog međudjelovanja elektromagnetskog polja i biološkog sustava s obzirom na frekvencijsko područje i odgovarajuće dozimetrijske veličine prikazani su u Tablici 7.1.

Tablica 7.1. Međudjelovanje elektromagnetskih polja i ljudskog tijela.

Frekvencijsko područje	Bioški efekti	Temeljna mjera izloženosti
polja niskih frekvencija (3-100 kHz)	neuromišićne stimulacije	gustoća struje u pobuđenom tkivu J [A/m ²]
radiovalovi (100 kHz –3 GHz)	zagrijavanje tkiva	specifična razina apsorpcije SAR [W/kg]
mikrovalno zračenje (3-300 GHz)	površinsko zagrijavanje tkiva	gustoća snage S [W/m ²]

Radi smanjenja rizika od eventualnih štetnih učinaka elektromagnetskog zračenja propisana su ograničenja regulirana nacionalnom i međunarodnom legislativom kojom su definirane granične vrijednosti karakterističnih parametara elektromagnetskog polja kojima ljudi mogu biti izloženi. Najšire prihvaćene međunarodne sigurnosne smjernice izdala su međunarodna udruženja International Commission on Non-Ionizing Radiation Protection (ICNIRP); (1998.) i Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE); (1992.). ICNIRP i IEEE propisuju granične vrijednosti iznad kojih ljudi ne bi smjeli biti izloženi. Granice propisane pravilnikom IEEE prihvaćene su u SAD-u, kao i u još nekoliko zemalja, dok je većina zemalja zapadne Europe prihvatila norme propisane ICNIRP smjernicama [58].

Međunarodnim normama i preporukama prema ICNIRP-u propisane su granične vrijednosti karakterističnih parametara elektromagnetskog polja u dvije kategorije:

- temeljna ograničenja – veličine međudjelovanja elektromagnetske energije s biološkim tkivom, izražene kao gustoća apsorbirane snage SAR [W/kg] i gustoća inducirane struje J [A/m²] i gustoća inducirane snage S [W/m²]
- referentne razine – veličine koje opisuju upadno (incidentno) elektromagnetsko polje – jakost električnog polja E [V/m], jakost magnetskog polja H [A/m] i gustoća snage elektromagnetskog vala S [W/m²].

Zaštita ljudi od elektromagnetskog zračenja u prvom redu podrazumijeva zadovoljavanje temeljnih ograničenja. Proračuni i mjerenja veličina kojima su definirana osnovna ograničenja (SAR, J) čine postupke tzv. dozimetrije unutarnjeg polja. Alternativa se, pak, svodi na proračune i mjerenja parametara polja kojima su definirane referentne razine. U ovom slučaju radi se o postupcima dozimetrije upadnog polja, tj. o proračunima i mjerenjima jakosti električnog (E) i magnetskog (H) polja te gustoće snage (S). U praksi se, zbog lakše izvodivosti, procjena štetnosti gotovo isključivo svodi na zadovoljavanje referentnih razina.

Hrvatske smjernice za zaštitu od elektromagnetskih polja

U Republici Hrvatskoj danas postoje dva pravilnika za zaštitu od neionizirajućeg zračenja: Pravilnik o zaštiti od elektromagnetskih polja koji je prema Zakonu o zaštiti od neionizirajućeg zračenja donijelo Ministarstvo zdravstva Republike Hrvatske u prosincu 2003. godine, te Pravilnik o ograničenjima jakosti elektromagnetskih polja za radijsku opremu i telekomunikacijsku terminalnu opremu koji je na temelju Zakona o telekomunikacijama u prosincu 2004. godine donijelo Ministarstvo mora, turizma, prometa i razvitka. Vrijedi istaknuti da su granice izloženosti u oba pravilnika dosta oštrije (nekoliko puta niže) nego u većini međunarodnih normi. Ograničenja specifične apsorbirane snage uprosječena po cijelom tijelu, lokalizirane specifične apsorbirane snage u glavi i trupu te lokalizirane specifične apsorbirane snage u udovima za profesionalnu i opću populaciju prema Pravilniku o zaštiti od elektromagnetskih polja prikazana su u tablicama 7.2 i 7.3.

Tablica 7.2. Temeljna ograničenja za profesionalnu populaciju.

Frekvencija f	Specifična apsorbirana snaga uprosječena po cijelom tijelu SAR (W/kg)	Specifična apsorbirana snaga lokalizirana u glavi i trupu SAR (W/kg)	Specifična apsorbirana snaga lokalizirana u ekstremitetima SAR (W/kg)
10 MHz–10 GHz	0,4	10	20

Tablica 7.3. Temeljna ograničenja za opću populaciju.

Frekvencija f	Specifična apsorbirana snaga uprosječena po cijelom tijelu SAR (W/kg)	Specifična apsorbirana snaga lokalizirana u glavi i trupu SAR (W/kg)	Specifična apsorbirana snaga lokalizirana u ekstremitetima SAR (W/kg)
10 MHz–10 GHz	0,08	2	4

Referentne granične razine električnog i magnetskog polja, gustoće magnetskog toka i gustoće snage ekvivalentnog ravnog vala za izloženost profesionalne i opće populacije prikazane su u tablicama 7.4 i 7.5.

Tablica 7.4. Granične razine električnog i magnetskog polja, gustoće magnetskog toka i gustoće snage za profesionalnu populaciju.

Frekvencija f	Jakost električnog polja E (V/m)	Jakost magnetskog polja H (A/m)	Gustoća magnetskog toka B (μ T)	Gustoća snage S (W/m ²)
400–2000 MHz	$1,375 f^{1/2}$	$0,0037 f^{1/2}$	$0,0046 f^{1/2}$	$f/200$

Tablica 7.5. Granične razine električnog i magnetskog polja, gustoće magnetskog toka i gustoće snage za opću populaciju

Frekvencija f	Jakost električnog polja E (V/m)	Jakost magnetskog polja H (A/m)	Gustoća magnetskog toka B (μ T)	Gustoća snage S (W/m ²)
400–2000 MHz	$0,55 f^{1/2}$	$0,00148 f^{1/2}$	$0,00184 f^{1/2}$	$f/1250$

Referentne granične razine dane su za efektivne vrijednosti jakosti nesmetanog polja i gustoće magnetskog toka, a vrijede za jednoliku izloženost cijelog ljudskog tijela elektromagnetskim poljima.

8. ELEKTROMAGNETSKO MODELIRANJE LJUDSKOG TIJELA

8.1. Ljudski modeli

Ljudski modeli igraju vitalnu ulogu u karakterizaciji i analizi fizičkih i bioloških učinaka u području istraživanja vezano za elektromagnetsku kompatibilnost; kao što su ljudska zaštita, sigurnost proizvoda i biomedicinske znanosti [61]. S dugom poviješću počevši s jednostavnim geometrijskim prikazima [62], ljudski modeli dosegli su naprednu kvalitetu koja predstavlja ljudsku anatomiju s superiornim točnošću [63]. Računalni modeli su obično dostupni u prikazima koji odgovaraju različitim simulacijskim platformama. Većina ovih modela izrađena je pomoću segmentacije i grupiranjem medicinskih slika kako bi se identificirale različite anatomske strukture (kao što su tkiva, tekućine, strukture itd.). Raniji pokušaj za antropomorfni ljudskim modelima, kao u [64], sastojao se od 36 organa/tkiva u rezoluciji slike od 1 mm; međutim, longitudinalna rezolucija bila je niska na 5-10 mm. Kasnije je isti broj organa predstavljen s unificiranom razlučivošću od 2 mm [65]. Modeli odraslih muških i ženskih subjekata su razvijeni da predstavljaju različite rase (npr. [66] – [69]). Štoviše, razvijen je niz modela koji predstavljaju ljudska bića različite dobi, spol, BMI indeks, itd. (npr. [70]). Posebni modeli koji predstavljaju žene trudnice su konstruirani u [71] [72]. U nekoliko studija su također razvili modele dojenčadi i djece (npr. [73]). Modeli u različitim položajima (stojeći, sjedeći, podignute ruke itd.) su prilagođeni za pružanje pouzdanijih modela temeljenih na upotrebi, kao što je prikazano u [74][75]. Nedavni razvoj umjetne inteligencije, osobito dubokog učenja, dovela je do izvanrednih otkrića u nekoliko upotreba za medicinsko snimanje i obradu signala [76]. Konkretno, postalo je moguće stvoriti pouzdane, visokokvalitetne segmentacije u kratkom vremenu što je blisko ručnoj segmentaciji [77][78]. Ove tehnike su očekivane kako bi se olakšalo personalizirano modeliranje u budućnosti.

8.2. Dielektrična svojstva tkiva

Dielektrična svojstva tkiva (permitivnost i vodljivost) ovisni su o frekvenciji i bitni su za računsku dozimetriju. Baza podataka u [79], uglavnom se temelji na analizi sveobuhvatnih dielektričnih mjerenja. Varijacije u dielektričnim svojstvima tkiva po vrstama (ljudi i životinja) [80][81] i postmortem učinci (in vivo i in vitro) [82] [83], od 100 MHz do 10 GHz, su istražena. Studije su pokazale da su dielektrična svojstva tkiva sisavaca dobro predstavljaju tkiva ljudi [80]. Iako fiziološke i biokemijske promjene unutar tkiva nakon smrti može utjecati na dielektrična svojstva, postmortem učinak nije dobro okarakteriziran zbog promjene u stanju tkiva (npr. [86]). Osim toga, učinci starenja ispitivana su dielektrična svojstva tkiva [80][83], dopuštajući da dielektrični podaci odražavaju varijacije u dobi za numeričke ljudske modele. Na frekvencijama većim od 6 GHz, dielektrična svojstva tkiva koja se sastoje od kože [84] [85] i očiju su izmjerena [86]. Varijacije u dielektričnim svojstvima kože za svaki dio tijela također je istražena zbog varijacije u debljina rožnatog sloja i podložnih tkiva [85]. Ispod 1 MHz, elektrokemijski fenomen tzv efekt polarizacije elektrode je dominantan. Njegov učinak nije jasno kvantificiran (npr. u [87]). Stoga, poznavanje dielektričnih svojstava u ovom frekvencijskom području je ograničeno [86], [88].

8.3. Interakcija ljudi i elektromagnetskih polja

Različiti efekti elektromagnetskih polja su prisutni u području niskih i visokih frekvencija. Dok su neuro-mišićne stimulacije dominantni učinak električnih i magnetskih polja niskih frekvencija, na visokim frekvencijama presudnu ulogu igraju toplinski efekti, jer valna duljina upadnog polja postaje komparabilna s dimenzijama ljudskog tijela, ili pojedinih organa u tijelu.

Kao što je već napisano, osnovni parametar za evaluaciju učinaka električnih i magnetskih polja niskih frekvencija je inducirana gustoća struje u tijelu čovjeka koji je na tim frekvencijama najčešće predstavljen modelom prijemne antene konačne vodljivosti, ili konačno vodljivim tijelom u statičkom ili kvazistatičkom polju, ovisno o primijenjenoj formulaciji i primijenjenim aproksimacijama. S druge strane, ključna stavka u bioelektromagnetizmu na visokim frekvencijama je mehanizam apsorpcije elektromagnetske energije, odnosno, kako se energija u tijelu čovjeka deponira. Također je važno pitanje na koje biokemijske reakcije ta apsorbirana energija utječe, te u kojim procesima je došlo do interferencije s transportom elektrona. Ti fizikalni fenomeni standardno se kvantiziraju pomoću pojma specifične gustoće apsorbirane snage (SAR). SAR predstavlja masom usrednjenu normaliziranu brzinu apsorpcije elektromagnetske energije u tijelu i izravno je povezan s poljem induciranim u čovjeku, pa se glavni zadatak u takozvanoj teorijskoj dozimetriji unutarnjeg polja svodi na što točnije određivanje raspodjele električnog polja unutar određenog tkiva.

U nastavku ovog poglavlja izloženi su razni pojednostavljeni i realistički modeli ljudskog tijela za slučaj izloženosti niskim i visokim frekvencijama.

8.4. Elektromagnetski modeli tijela na niskim frekvencijama

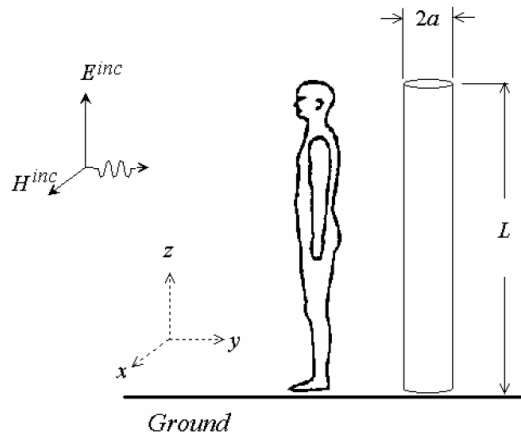
Prisutnost električnih i magnetskih polja u okolišu odavno je postala sastavnim dijelom modernog društva, za nju se vrlo često vežu i kontroverzna pitanja o mogućim štetnim efektima po zdravlje ljudi [89] – [93].

Na ekstremno niskim frekvencijama zanemaruju se Maxwellove pomaćne struje pa se električna i magnetska polja razmatraju odvojeno. U principu čovjek može biti izložen djelovanju niskonaponskih sustava (kod kojih dominantno zračenje dolazi od magnetskog polja), ili pak djelovanju visokonaponskih sustava (kod kojih dominantno zračenje dolazi od električnog polja). Te činjenice su vrlo bitne za izradu modela ljudskog tijela, jer su u slučaju izloženosti magnetskim poljima inducirane struje u čovjeku kružnog, odnosno vrtložnog karaktera, dok su u slučaju izloženosti električnim poljima struje inducirane u tijelu aksijalnog karaktera. Te struje ne tvore zatvorene petlje već završavaju na površinskoj gustoći naboja koja se inducira na površini tijela.

Najčešće korišteni pojednostavljeni modeli ljudskog tijela obrađeni su radovima [93] – [99], dok se najvažniji realistički modeli ljudskog tijela obrađuju u radovima [100] – [103]. U ovom odjeljku koristimo se cilindričnim modelima [95], [96], [98], elipsoidnim modelima [99], za proračun aksijalnih struja u tijelu, modelima diska [104], za proračun vrtložnih struja, te realističnim modelima tijela za proračun aksijalne struje [105] [106].

8.4.1. Cilindrični modeli ljudskog tijela za proračun aksijalnih struja

Ljudsko tijelo sastoji se od brojnih tkiva i organa s različitim električnim parametrima, kao što su vodljivost σ i relativna dielektričnost ϵ_r . Prosječna vodljivost tijela na industrijskoj frekvenciji od 50/60 Hz je približno $\sigma \approx 0,5$ S/m, dok su dielektrična svojstva zanemariva [90]-[93]. Premda se poprečni presjek tijela uzdužno mijenja, to nema značajnijeg učinka na totalnu induciranu aksijalnu struju, dok je materijal dominantno vodljivog karaktera. To implicira da se tijelo s unutrašnjim organima može predočiti modelom cilindrične prijemne antene s jednolikim poprečnim presjekom i konstantnom vodljivošću. Maksimalna struja teče iz tijela u zemlju ako se pretpostavi da je čovjek bosonog, odnosno, u idealnom direktnom kontaktu s dobro vodljivom zemljom. Izolirajući efekt cipela s gumenim potplatom može se uzeti u obzir preko kapacitivnog otpora $Z_c = -j/\omega C$ između cilindra i njegove slike u zemlji [96]. Pretpostavljamo da su ruke u bliskom kontaktu s ljudskim tijelom. Ljudsko tijelo, postavljeno u okomitom položaju u odnosu na zemlju, te izloženo elektromagnetskom zračenju može se predočiti modelom vodljivog cilindra konačne duljine L i radijusa a , kako je prikazano na slici 8.1.



Slika 8.1. Cilindrični model ljudskog tijela [58].

Analiza se provodi numeričkim rješavanjem odgovarajuće Pocklingtonove integro-diferencijalne jednadžbe za nepoznatu struju uzduž cilindra. Poznavanje aksijalne struje omogućava proračun induciranog električnog polja i gustoće struje. Također, poznavanje uprosječenog makroskopskog polja naknadno omogućava i proračun odgovarajućih lokalnih polja u pojedinim organima [90].

8.4.1.1. Pristup preko Pocklingtonove integro-diferencijalne jednadžbe

Proračun raspodjele struje unutar cilindričnog modela ljudskog tijela temelji se na rješavanju Pocklingtonove integro-diferencijalne jednadžbe u frekvencijskom području. Ta se jednadžba da izvesti iz Maxwellovih jednadžba uz zadovoljavanje graničnih uvjeta na površini cilindra.

Prva Maxwellova jednadžba predstavlja diferencijalni oblik Faradayevog zakona i dana je izrazom:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (8.1)$$

dok treća Maxwellova jednadžba govori o nepostojanju magnetskih monopola, odnosno o solenoidnom karakteru magnetskog polja:

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (8.2)$$

Uzimajući u obzir vektorski identitet:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{f} = 0 \quad (8.3)$$

koji vrijedi za bilo koji diferencijabilni vektor f , Maxwellova jednadžba (8.2) je uvijek zadovoljena ako se gustoća toka B izrazi preko pomoćne vektorske funkcije A koju se u teoriji elektromagnetskih polja naziva magnetskim vektorskim potencijalom:

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (8.4)$$

Prva rotorska Maxwellova jednadžba (8.1) tada postaje:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \vec{A}) \quad (8.5)$$

što uz daljnje sređivanje daje:

$$\nabla \times \left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0 \quad (8.6)$$

Kako je poznato da rotor gradijenta svake diferencijabilne skalarne funkcije nestaje:

$$\nabla \times \nabla U = 0 \quad (8.7)$$

izraz u zagradama iz relacije (8.6) može se napisati preko gradijenta skalarne potencijalne funkcije φ :

$$\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\nabla \varphi \quad (8.8)$$

odnosno, polje se može izraziti preko svog vektorskog i skalarnog potencijala:

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \nabla \varphi \quad (8.9)$$

Harmonijski promjenljivo električno polje E može se izraziti preko magnetskog vektorskog potencijala A i električnog skalarnog potencijala φ na sljedeći način:

$$\vec{E} = -\nabla \varphi - j\omega \vec{A} \quad (8.10)$$

Vektorski i skalarni potencijal su spregnuti kroz takozvani Lorentzov dodatni uvjet:

$$\nabla \vec{A} = -j\omega \mu \varepsilon_0 \varphi \quad (8.11)$$

gdje ε_0 predstavlja permitivnost slobodnog prostora, a ω je narinuta frekvencija. Nadalje, pošto uzduž cilindra postoji samo aksijalna komponenta vektora i A kombiniranjem jednadžba (8.10) i (8.11) slijedi:

$$E_z = \frac{1}{j\omega \mu \varepsilon} \left[\frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} + k^2 A_z \right] \quad (8.12)$$

S druge strane, primjenom teorije preslikavanja, aksijalna komponenta magnetskog vektorskog potencijala A_z može se izraziti preko partikularnog integrala po nepoznatoj volumnoj gustoći struje po cilindru:

$$A_z = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{J_z(\vec{r}' - jkR)}{R} dV' \quad (8.13)$$

odnosno, preko partikularnog integrala po nepoznatoj površinskoj gustoći struje uzduž cilindra:

$$A_z = \frac{\mu}{4\pi} \int_S \frac{J_z(\vec{r}') e^{-jkR}}{R} dS' \quad (8.14)$$

U cilindričnom koordinatnom sustavu izraz (8.14) ima oblik:

$$A_z = \frac{\mu}{4\pi} \int_{-L}^L \int_0^{2\pi} J_z(z) \frac{e^{-jkR}}{R} a dz' d\phi \quad (8.15)$$

gdje je k valni broj slobodnog prostora, a R udaljenost od točke izvora do točke promatranja (obje na cilindru):

$$R = \sqrt{(z - z')^2 + 4a^2 \sin^2 \frac{\phi}{2}} \quad (8.16)$$

U izrazu (8.16) a predstavlja radijus cilindra. Bitno je naglasiti da kod linearnih antena veličina J_z nije funkcija prostornih koordinata ρ i Φ . Uz poznate aproksimacije u teoriji linearnih antena, površinska gustoća struje zamijeni se konceptom aksijalne struje koja teče uzduž cilindra. Ukupna struja se preko površinske gustoće struje daje izraziti kao:

$$I = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = J_z \cdot 2\pi a \quad (8.17)$$

odnosno, gustoća struje je tada:

$$J_z = \frac{I(z)}{2\pi a} \quad (8.18)$$

Ubacivanjem relacije 8.18 u 8.15 slijedi:

$$A_z = \frac{\mu}{4\pi} \int_{-L}^L \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{e^{-jkR}}{R} I(z') dz' d\phi \quad (8.19)$$

Konačno, granični uvjet za tangencijalne komponente električnog polja:

$$\vec{n} \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0 \quad (8.20)$$

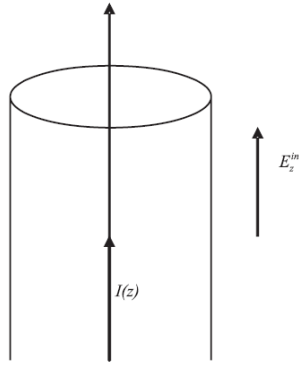
gdje je n jedinična normala na površinu, a polja E_1 i E_2 odnose se na sredinu 1, odnosno 2, može se pisati u obliku:

$$E_z^{inc} + E_z^{sct} = I(z) Z_L(z) \quad (8.21)$$

gdje E_z^{inc} predstavlja pobudnu funkciju u vidu incidentnog električnog polja, E_z^{sct} je raspršeno polje uslijed konačno vodljivog cilindra, dok je $I(z)$ aksijalna raspodjela struje duž cilindra, a $Z_L(z)$ impedancija po metru duljine cilindra.

Važno je istaknuti da se vodljiva i dielektrična svojstva ljudskog organizma uzimaju u obzir pri proračunu upravo preko impedancije cilindra Z_L .

U skladu s teorijom linearnih antena ta aksijalna struja smješta se u samu os cilindra, kako je prikazano na slici 6.2.



Slika 8.2. Ekvivalentna struja u osi cilindra [58].

Kao posljedica relacija (8.12) i (8.19) tangencijalna komponenta električnog polja na površini cilindrične prijemne antene može se napisati u obliku:

$$E_z^{sct}(z, a) = \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon_0} \int_{-L}^L \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) g_E(z, z') I(z') dz \quad (8.22)$$

Kombiniranjem relacija (8.21) i (8.22) dobiva se Pocklingtonova integro-diferencijalna jednačba koja određuje značaj raspodjele struje po cilindru:

$$E_z^{inc} = -\frac{1}{j4\pi\omega\epsilon_0} \int_{-L}^L \left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right] g_E(z, z') I(z') dz + Z_L(z) I(z) \quad (8.23)$$

gdje $g_E(z, z')$ označava egzaktnu jezgru integro-diferencijalne jednačbe:

$$g_E(z, z') = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{e^{-jkR}}{R} d\phi \quad (8.24)$$

Budući da se ljudsko tijelo smatramo dobro vodljivom sredinom, impedancija po metru duljine je tada dana relacijom [89] [96]:

$$Z_L(z) = \frac{1}{a^2\pi\sigma} + Z_c \quad (8.25)$$

gdje je $Z_c = 1/j\omega C$, a C predstavlja kapacitet između gumenog potplata i slike u zemlji. Ako se pretpostavi da je čovjek u izravnom kontaktu sa zemljom, odnosno da je tijelo dobro uzemljeno, kapacitet se može zanemariti, to jest jednostavno slijedi $Z_c = 0$.

Poznavajući raspodjelu aksijalne struje moguće je sasvim jednostavno izračunati i pripadnu gustoću struje. S obzirom na to da je riječ o ekstremno niskim frekvencijama, uz zanemarenje skin-efekta, gustoća struje se računa preko relacije:

$$J_z(z) = \frac{I_z(z)}{a^2\pi} \quad (8.26)$$

Inducirano električno polje je tada:

$$E_z(z) = \frac{J_z(z)}{\sigma} \quad (8.27)$$

U frekvencijskom području vrlo niskih frekvencija (red veličine kHz) impedancija po metru duljine je tada [93] [96]:

$$Z_L(z) = \frac{1}{a^2\pi(\sigma + j\omega\epsilon)} + Z_C \quad (8.28)$$

Gustoća struje je u tom slučaju:

$$J_z(z) = \frac{I_z(z)}{a^2\pi} \quad (8.29)$$

dok je inducirano električno polje definirano izrazom:

$$E_z(z) = \frac{J_z(z)}{\sigma} \quad (8.30)$$

Bitno je napomenuti da se makroskopski uprosječenim električnim poljem može naknadno koristiti za proračun odgovarajućih lokalnih polja induciranih u različitim organima [89] [90].

8.3.1.2. Pristup preko Hallenove integralne jednadžbe

Za razliku od pristupa zasnovanog na Pocklingtonovoj integro-diferencijalnoj jednadžbi, prikazanog u poglavlju 8.3.1.1, totalna aksijalna struja u inducirana u tijelu čovjeka, za istu geometriju modela, može se dobiti i rješavanjem integralne jednadžbe Hallenovog tipa [89] [90] [93] [99].

Izvod Hallenove jednadžbe započinje zadovoljavanjem uvjeta kontinuiranosti tangencijalnih komponenta električnog polja:

$$E_z^{inc}(\rho, z)|_{\rho=a} + E_z^{sct}(\rho, z)|_{\rho=a} = E_z^{tot}(\rho, z)|_{\rho=a} \quad (8.31)$$

gdje su E_z^{inc} , E_z^{sct} i E_z^{tot} upadno, raspršeno i totalno električno polje na površini cilindra. Ukupno i raspršeno polje predstavljeno je slijedećim izrazima:

$$E_z^{tot} = Z I_z(z') \quad (8.32)$$

$$E_z^{sct} = -\frac{j\omega}{k^2} \left[\frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} + k^2 A_z \right] \quad (8.33)$$

Kombiniranjem jednadžba (8.31) – (8.33) se dobija:

$$\left[\frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} + k^2 A_z \right] = \frac{jk^2}{\omega} [Z_L I_z(z') - E_z^{inc}] \quad (8.34)$$

gdje je Z_L impedancija po metru duljine konačno vodljivog cilindra, odnosno, tijela čovjeka. Rješenje diferencijalne jednadžbe (8.34) može se pisati na način [89][90][93]:

$$A_z(z) = -\frac{j}{c} \left[K \cos kz + E_z^{inc} - Z_L \int_0^z I_z(z) \sin k(z-s) ds \right] \quad (8.35)$$

gdje c označava brzinu svjetlosti, a K predstavlja nepoznatu konstantu. Magnetski vektorski potencijal može se također predočiti partikularnim integralom:

$$A_z(z) = -\frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^z I_z(z') \frac{e^{-jkR}}{R} dz' \quad (8.36)$$

$$R = \sqrt{(z - z')^2 + a^2} \quad (8.37)$$

Kombiniranjem relacija (8.35) i (8.36) dobiva se Hallenova integralna jednačba oblika [89] [90] [93]:

$$\int_0^z I_z(z') \frac{e^{-jkR}}{R} dz' = -j \frac{4\pi}{Z_0} \left[K \cos(kz) + \frac{1}{k} E_z^{inc} - Z_L \int_0^z I_z(s) \sin(k(z-s)) ds \right] \quad (8.38)$$

Nepoznata konstanta K daje se jednostavno odrediti implementiranjem uvjeta da struja nestaje na otvorenim krajevima cilindra, tj. vrijedi $I_z(L)=0$.

Odgovarajuće relacije za impedanciju Z_L koja je usko vezana za promatrano frekvencijsko područje su (8.28) i (8.29).

Približno rješenje Hallenove integralne jednačbe (8.38) detaljno je izvedeno u [89] i [90] za slučaj izloženosti čovjeka ekstremno niskim (eng. extremely low frequency - ELF) i vrlo niskim frekvencijama (engl. very low frequency - VLF).

Rješenje jednačbe (8.38) je u tom slučaju:

$$I_z(z) = j2\pi \frac{kL^2}{\psi_1 Z_0} E_z^{inc} \left[1 - \left(\frac{z}{L} \right)^2 \right] \quad (8.39)$$

gdje je parametar ψ_1 [89] [90]:

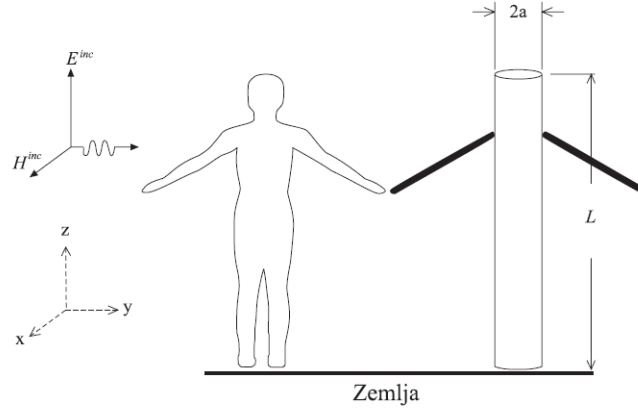
$$\psi_1 = 2 \ln \frac{2L}{a} - 3 \quad (8.40)$$

Detaljni izvod dostupan je u [89] i [90].

8.4.1.3. Višežičani model ljudskog tijela

Ako ruke nisu položene uz tijelo već su podignute pod proizvoljnim kutom u odnosu na trup čovjeka nužno je koristiti tzv. višežičani model ljudskog tijela i formulaciju preko dvodimenzionalne Pocklingtonove integralne jednačbe za električno polje, odnosno površinske integralne jednačbe [93], [98].

Ruke podignute pod raznim kutovima u odnosu na ljudsko tijelo se modeliraju tankim žicama radijusa $a = 0,05$ m i duljine $L = 0,8$ m. Pretpostavka je da su ruke spojene na cilindar koji predstavlja ljudsko tijelo na visini 1.4 m iznad zemlje [93]. Ekvivalentni višežičani model ljudskog tijela prikazan je na slici 8.3.



Slika 8.3. Ekvivalentni višezičani model ljudskog tijela s rukama odvojenim od tijela [58].

Pretpostavlja se da je tijelo dobar vodič na niskim frekvencijama pa je tangencijalna komponenta raspršenog električnog polja E_z^{sct} definirana izrazom:

$$\vec{E}_{|tan}^{sct} = -(j\omega\vec{A} + \nabla\varphi)_{tan} \quad (8.41)$$

gdje je A vektorski potencijal:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \iint_S \vec{J}(\vec{r}') \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dS(\vec{r}') \quad (8.42)$$

a φ skalarni potencijal:

$$\varphi(\vec{r}) = -\frac{1}{j4\pi\omega\epsilon} \iint_S \nabla'_S \vec{J}(\vec{r}') \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dS(\vec{r}') \quad (8.43)$$

pri čemu J predstavlja gustoću struje po cilindru. Površinska integralna jednadžba slijedi primjenom uvjeta kontinuiranosti tangencijalnih komponenta na površini cilindra:

$$\vec{E}_{|tan}^{tot} = \vec{E}_{|tan}^{inc} + \vec{E}_{|tan}^{sct} \quad (8.44)$$

odnosno, kombiniranjem jednadžba (8.41) – (8.44), uz pretpostavku da totalno polje nestaje na površini cilindra, slijedi:

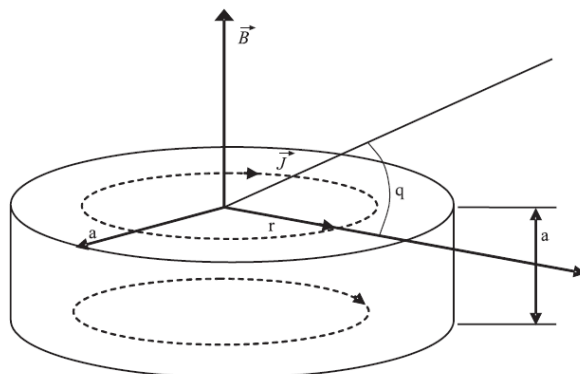
$$\vec{E}_{tan}^{inc} = \frac{j\omega\mu}{4\pi} \iint_S \vec{J}(\vec{r}') \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dS(\vec{r}') - \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon} \iint_S \nabla'_S \vec{J}(\vec{r}') \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dS(\vec{r}') \quad (8.45)$$

Aksijalna raspodjela struje se može dobiti integriranjem gustoće po poprečnom presjeku ljudskog tijela.

8.4.2. Disk-model ljudskog tijela za proračun kružnih struja u čovjeku

Čovjek koji se nalazi u blizini izvora zračenja na ekstremno niskim frekvencijama izložen je i komponenti magnetske indukcije koja je okomita na tijelo. Prema koordinatnom sustavu sa slike 8.4 riječ je o komponenti B_z . To polje u čovjeku stvara struje kružnog karaktera. Iznos gustoća struja može se odrediti na jednostavnom disk-modelu ljudskog tijela polazeći od Maxwellovih jednadžba. Analitički modeli, za procjenu vrtložnih struja induciranih u tijelu čovjeka izloženog magnetskom polju ekstremno niskih frekvencija, rabe se u ICNIRP smjernicama [70], a zasnovani

su na pretpostavci da je prisutna sprege između jednolikog vanjskog magnetskog polja na danoj frekvenciji i homogenog diska poznate električne vodljivosti, koji predstavlja razmatrani dio ljudskog tijela (trup) najizloženiji zračenju magnetskog polja.



Slika 8.4. Trup tijela modeliran kao disk od homogenog materijala [58].

Svrha tog jednostavnog modela kakav se rabi u ICNIRP smjernicama [70] je u tome da se omogući brza i efikasna metoda procjene induciranih vrtložnih struja u tijelu. Promatrani disk je radijusa a i debljine a , te konstantne vodljivosti σ . Proračun se izvodi uz pretpostavku maksimalne moguće sprege, odnosno, pretpostavlja se da je smjer prostorno-jednolikog magnetskog polja okomit na promatrani disk.

Diferencijalni oblik Faradayevog zakona:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (8.46)$$

gdje E predstavlja vrtložno električno polje, a B magnetsku indukciju.

S obzirom na to da je gustoća struje izražena preko električnog polja:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (8.47)$$

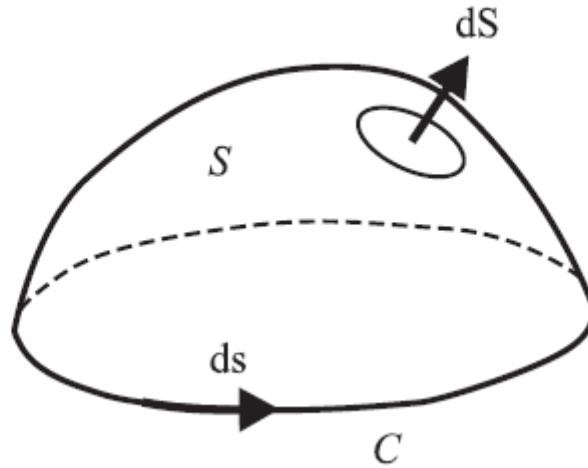
jednadžba (8.46) tada postaje:

$$\nabla \times \vec{J} = -\sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (8.48)$$

Prelazak na integralni oblik rezultira jednadžbom:

$$\int_S \nabla \times \vec{J} \cdot d\vec{S} = -\int_S \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad (8.49)$$

gdje je $dS = ndS$ diferencijal zamišljene površine S , slika 8.5. Plošni integral se računa po površini S koja je ograničena nekom krivuljom C .



Slika 8.5. Površina S s pripadnom konturom C [58].

Primjenom Stokes-ovog teorema na lijevu stranu relacije (8.50) dobiva se:

$$\int_S \nabla \times \vec{J} \, d\vec{S} = \oint_C \vec{J} \, d\vec{s} \quad (8.50)$$

pa jednačba (8.50) postaje:

$$\oint_C \vec{J} \, d\vec{s} = - \int_S \sigma \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \, d\vec{S} \quad (8.51)$$

S obzirom na granični uvjet za normalne komponente magnetske indukcije:

$$\vec{n}(\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0 \quad (8.52)$$

iz kojih slijedi da te komponente prolaze kontinuirano kroz granicu zrak-tijelo, te uz činjenicu da su dimenzije tijela električki kratke, kao i uz pretpostavku da je vrijednost magnetskog polja konstantna u ravnini okomitoj na cilindar proizlazi:

$$\oint_C \vec{J} \, d\vec{s} = -\sigma \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \int_S d\vec{S} \quad (8.53)$$

Za harmonijski promjenljive veličine se dobiva:

$$\oint_C \vec{J} \, d\vec{s} = -j\omega\sigma \vec{B} \int_S d\vec{S} \quad (8.54)$$

Uzimanjem u obzir rotacijskih simetrija kod geometrije diska slijedi:

$$\int_0^{2\pi} J_\phi \rho \, d\phi = -j\omega\sigma B_z \int_0^\rho \int_0^{2\pi} \rho \, d\rho \, d\phi \quad (8.55)$$

odnosno:

$$J_\phi \cdot 2\pi\rho = -j\omega\sigma B_z \rho^2 \pi \quad (8.56)$$

Konačno, iznos inducirane gustoće vrtložne struje je:

$$|J_\phi| = j\omega \frac{\sigma\rho}{2} B_z \quad (8.57)$$

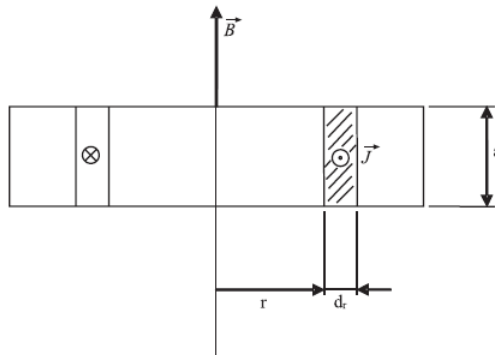
odnosno:

$$|J_\phi| = \sigma\pi\rho f \cdot B_z \quad (8.58)$$

Maksimalnu vrijednost ova vrtložna struja dakle ima na površini diska, tj. za $\rho = a$:

$$|J_\phi| = \sigma\pi a f \cdot B_z \quad (8.59)$$

Kad je jednom poznata gustoća struje, moguće je izračunati i ukupnu struju integracijom gustoće struje po poprečnom presjeku diska, kako je prikazano na slici 8.6.



Slika 8.6. Integracija po poprečnom presjeku diska [58].

Tada je:

$$I = \int_S \vec{J} \, d\vec{S} = \int_0^a \int_0^{2\pi} \sigma\pi f B_z \rho \, d\rho \, dz = \sigma\pi f B_z \int_0^a \int_0^{2\pi} \rho \, d\rho \, dz = \sigma\pi f B_z \frac{a^3}{2} \quad (8.60)$$

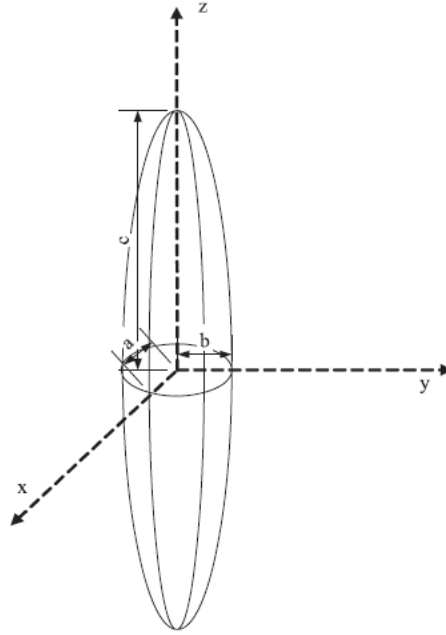
Dimenzioniranje debljine diska nije specificirano ICNIRP-smjernicama budući da ukupna struja nije veličina koja ide u temeljna ograničenja. U ovom odjeljku pretpostavljeno je da je debljina diska jednaka njegovom radijusu.

8.4.3. Elipsoidalni model ljudskog tijela

Jedan od često rabljenih modela ljudskog tijela je i elipsoid [78], [79], [80]. Glavni nedostatak ovog modela je nepogodnost pri opisivanju ljudskog tijela u kontaktu sa zemljom. S druge strane, prednost u odnosu na cilindričnu aproksimaciju je svakako mogućnost proračunavanja svih triju komponenta inducirane gustoće struje. Elipsoid sa slike 8.7., koji predstavlja model ljudskog tijela, definiran je jednačbom:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (8.61)$$

gdje je $2a$ predstavlja dimenziju od prsa do leđa u ljudskom tijelu, $2b$ je širina tijela za slučaj kada su ruke u spuštene uz tijelo, te u bliskom kontaktu s tijelom, dok $2c$ predstavlja visinu tijela.



Slika 8.7. Elipsoidna aproksimacija ljudskog tijela [58].

Ako se elipsoid razmatra kao idealan dielektrik relativne permitivnosti ϵ_r izložen incidentnom polju E_2^{inc} , tada je volumna gustoća vektora polarizacije dana izrazima:

$$P_1 = (\epsilon_r - 1)E_2^{inc} \quad (8.62)$$

$$E_2^{inc} = \vec{x}E_{2x}^{inc} + \vec{y}E_{2y}^{inc} + \vec{z}E_{2z}^{inc} \quad (8.63)$$

odnosno, po komponenta slijedi:

$$P_{1x} = E_{2x}^{inc} \left(L + \frac{1}{\epsilon_r - 1} \right)^{-1} \quad (8.64)$$

$$P_{1y} = E_{2y}^{inc} \left(M + \frac{1}{\epsilon_r - 1} \right)^{-1} \quad (8.65)$$

$$P_{1z} = E_{2z}^{inc} \left(N + \frac{1}{\epsilon_r - 1} \right)^{-1} \quad (8.66)$$

Koeficijenti L , M i N u pritom definirani na način:

$$L = \frac{abc}{2} \int_0^\infty \frac{du}{(a^2+u)\sqrt{(a^2+u)(b^2+u)(c^2+u)}} \quad (8.67)$$

$$M = \frac{abc}{2} \int_0^\infty \frac{du}{(b^2+u)\sqrt{(a^2+u)(b^2+u)(c^2+u)}} \quad (8.68)$$

$$N = \frac{abc}{2} \int_0^\infty \frac{du}{(c^2+u)\sqrt{(a^2+u)(b^2+u)(c^2+u)}} \quad (8.69)$$

Korištenjem jednažba (8.67) – (8.69) inducirano električno polje unutar dielektričnog elipsoida se može dobiti iz sljedećih relacija [99] [107] [108]:

$$E_{1x} = E_{2x}^{inc} - LP_{1x} \quad (8.70)$$

$$E_{1y} = E_{2y}^{inc} - MP_{1y} \quad (8.71)$$

$$E_{1z} = E_{2z}^{inc} - NP_{1z} \quad (8.72)$$

Jednadžbe (8.70) – (8.72) su primjenjive jedino na idealne dielektrike. Pošto se ljudsko tijelo na niskim frekvencijama ponaša kao dobar vodič, a ne dielektrik, nužno je u jednadžbe (8.70) – (8.72) uključiti vodljivost:

$$E_{1x} = E_{2x}^{inc} \left(\frac{-j\omega\varepsilon_0}{\sigma_1 L} \right) \quad (8.73)$$

$$E_{1y} = E_{2y}^{inc} \left(\frac{-j\omega\varepsilon_0}{\sigma_1 M} \right) \quad (8.74)$$

$$E_{1z} = E_{2z}^{inc} \left(\frac{-j\omega\varepsilon_0}{\sigma_1 N} \right) \quad (8.75)$$

Inducirana gustoća struje u tijelu je tada:

$$J_1 = \sigma_1 E_1 \quad (8.76)$$

Ako se razmatra struja uzduž osi z elipsoida, te funkcija poprečnog presjeka uzduž te osi $S(z) = \pi ab(1 - z^2/c^2)$, dobiva se sljedeća relacija za aksijalnu struju:

$$I_{1z}(z) = S(z)J_{1z} \quad (8.77)$$

odnosno:

$$I_{1z}(z) = \pi ab \left(1 - \frac{z^2}{c^2} \right) J_{1z} \quad (8.78)$$

Na isti način dobivaju se i struje uzduž ostale dvije osi elipsoida:

$$I_{1x}(x) = S(x)J_{1x} \quad (8.79)$$

odnosno

$$I_{1x}(x) = \pi bc \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right) J_{1x} \quad (8.80)$$

$$I_{1y}(y) = S(y)J_{1y} \quad (8.81)$$

odnosno

$$I_{1y}(y) = \pi ac \left(1 - \frac{y^2}{b^2} \right) J_{1y} \quad (8.82)$$

Vrijedi napomenuti da elipsoidni model tijela vrijedi samo u slučaju izoliranog medija, to jest kad je tijelo izolirano u slobodnom prostoru, dakle, bez ikakva kontakta sa zemljom.

8.4.4. Realistični modeli ljudskog tijela

Problem izloženosti ljudi zračenju elektromagnetskih polja niskih frekvencija može se analizirati i primjenom realističnih modela te uz primjenu suvremenih numeričkih metoda. U ovom odjeljku obrađuje se realistični rotacijsko-simetrični model tijela. Formulacija problema kod modela temelji se na kvazistatičnoj aproksimaciji i pripadnoj Laplaceovoj varijanti jednadžbe kontinuiteta. Odgovarajuća Laplaceova jednadžba riješena je primjenom metode rubnih elemenata te je tako dobivena raspodjela skalarnog potencijala i inducirane gustoće struje unutar ljudskog tijela. Matematički model iznesen u ovom poglavlju temelji se na radovima [105] i [106]. Za razliku od pojednostavljenih kanonskih modela tijela [89] [90] [94], ali i računalno izrazito zahtjevnih metoda poput metode konačnih elemenata (engl. Finite Element Method – FEM) [107] i metode konačnih diferencija u vremenskom području (engl. *Finite Difference Time Domain* – FDTD) [108], u ovom odjeljku problem izloženosti ljudskog tijela rješava se primjenom metode rubnih elemenata (engl. *Boundary Element Method* BEM) [93] [102] [103].

Metoda rubnih elemenata predstavlja dosta sofisticiraniju tehniku od široko korištene metode konačnih diferencija, a s druge strane smatra se računalno ipak manje zahtjevnom nego što je to metoda konačnih elemenata, jer je nužno diskretizirati jedino granicu područja, odnosno podpodručja, ovisno o tome je li riječ o homogenom ili nehomogenom području proračuna.

8.4.4.1. Formulacija problema Laplaceovom jednadžbom

Matematska formulacija problema za dva razmatrana modela ljudskog tijela zasniva se na kvazistatičkoj aproksimaciji i pripadnoj Laplaceovoj varijanti jednadžbe kontinuiteta. Kvazistatičku aproksimaciju se može primijeniti jer je na ekstremno niskim frekvencijama tijelo električki kratko, odnosno, dimenzije su mu zanemarive u usporedbi s valnom duljinom električnog i magnetskog polja. Jednadžba kontinuiteta u diferencijalnoj formi je:

$$\nabla \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (8.83)$$

gdje J predstavlja gustoću struje, a ρ volumnu gustoću naboja. Inducirana gustoća struje je, u skladu s diferencijalnom formom Ohmova zakona, proporcionalna električnom polju, dakle:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (8.84)$$

gdje je σ vodljivost sredine, a može se izraziti preko skalarnog potencijala na način:

$$\vec{J} = -\sigma \nabla \varphi \quad (8.85)$$

Nadalje, volumna gustoća naboja ρ i skalarni potencijal φ vezani su Poissonovom jednadžbom:

$$\nabla(\varepsilon \nabla \varphi) = -\rho \quad (8.86)$$

gdje je ε odgovarajuća permitivnost sredine. Kombiniranjem jednadžba (8.83) - (8.86), za slučaj vremenski-harmonijskih ovisnosti na ekstremno niskim frekvencijama, jednadžba kontinuiteta se transformira u Laplaceovu jednadžbu:

$$\nabla[(\sigma + j\omega\varepsilon)\nabla\varphi] = 0 \quad (8.87)$$

gdje je $\omega = 2\pi f$ kružna frekvencija. U području ekstremno niskih frekvencija svi organi se ponašaju kao dobri vodiči, dok se okolni zrak smatra idealnim dielektrikom bez gubitaka. Rješavanjem Laplaceove jednadžbe (6.117) u dijelu područja u kojem se nalazi čovjek, inducirana gustoća struje

dobiva se primjenom relacije (6.114). Uvjet za tangencijalne komponente električnog polja u okolini granice dviju sredina ima oblik:

$$\vec{n} \times (\vec{E}_b - \vec{E}_a) = 0 \quad (8.88)$$

Gdje n označava jedinični vektor vanjske normale na površinu, dok veličine E_a i E_b predstavljaju polje u zraku, odnosno u ljudskom tijelu. Ako se električna polja izraze preko potencijala, slijedi:

$$\vec{n} \times (\nabla\varphi_b - \nabla\varphi_a) = 0 \quad (8.89)$$

Uvjet na granici za normalnu komponentu inducirane gustoće struje tik uz granicu tijelo - zrak dan je relacijom:

$$\vec{n} \cdot \vec{J} = -j\omega\rho_s \quad (8.90)$$

gdje je ρ_s površinska gustoća naboja. Uvrštavanjem jednadžbe (8.85) u (8.90) dobiva se :

$$\sigma_b \vec{n} \nabla\varphi_b = -j\omega\rho_s \quad (8.91)$$

gdje je σ_b odgovarajuća vodljivost tkiva, a φ_b je skalarni potencijal na površini tijela.

Uvjet za normalnu komponentu gustoće električnog toka tik uz granicu zrak-tijelo jest:

$$\vec{n} \cdot \vec{D} = \rho_s \quad (8.92)$$

Ako se gustoća električnog toka izrazi pomoću skalarnog potencijala, onda slijedi:

$$\varepsilon_0 \vec{n} \nabla\varphi_a = \rho_s \quad (8.93)$$

gdje je φ_a potencijal u zraku tik uz površinu tijela.

Modeli ljudskog tijela

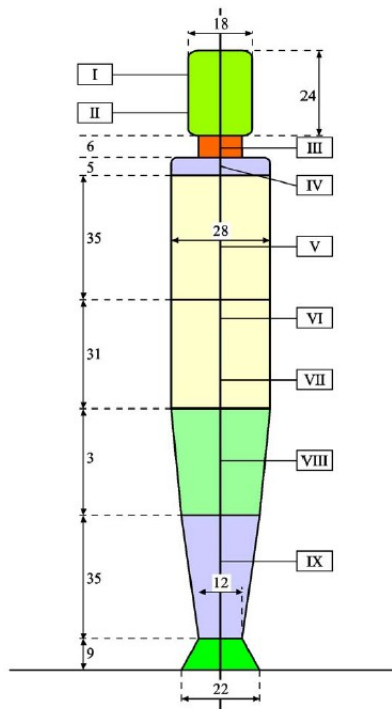
Na niskim frekvencijama dielektrična svojstva tijela se mogu zanemariti, to jest vrijedi $\sigma \ll \omega\varepsilon$, odnosno, svi organi se ponašaju kao dobri vodiči. Laplaceova jednadžba (8.87) u ljudskom tijelu svodi se na relaciju:

$$\nabla(\sigma\nabla\varphi) = 0 \quad (8.94)$$

dok se u okolnom prostoru rješava jednadžba:

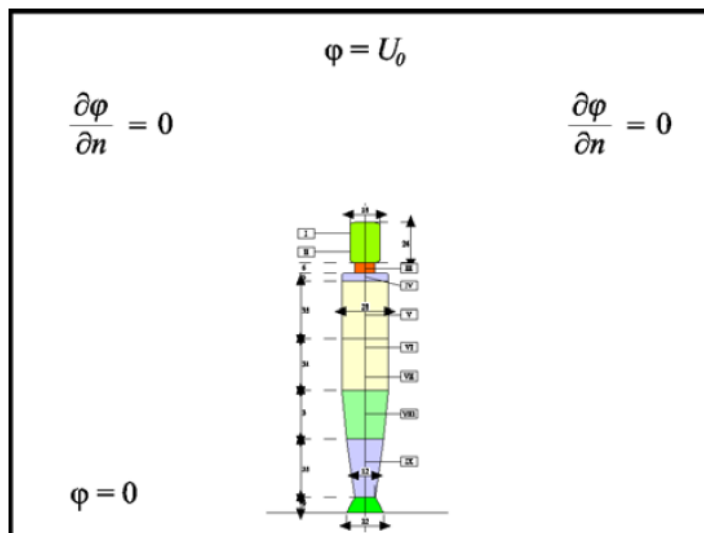
$$\nabla[(\varepsilon)\nabla\varphi] = 0 \quad (8.95)$$

Rotacijsko-simetrično model ljudskog tijela s podjelom na podpodručja prikazan je na slici 8.8. Taj model ljudskog tijela ukupno se sastoji od devet podpodručja, pri čemu su dimenzije na slici izražene u centimetrima. Takav model ljudskog tijela korišten je u radovima [105] i [107].



Slika 8.8. Rotacijsko-simetrični model tijela s podpodručjima [58].

Područje proračuna s pripadnim rubnim uvjetima prikazano je na slici 8.9. Tijelo je smješteno između paralelnih elektroda u obliku kružnih ploča, u središtu donje ploče koja je na nultom potencijalu. Gornja ploča nalazi se na potencijalu visokonaponske prijenosne linije.



Slika 8.9. Područje proračuna s pripadnim rubnim uvjetima [58].

Realistične prezentacije ljudskog tijela, zasnovane na anatomskim značajkama tijela, prikazane su na slici 8.9. Takvi realistični modeli ljudskog tijela korišteni su u radovima [106].

8.5. Elektromagnetski modeli ljudskog tijela na visokim frekvencijama

Ljudsko tijelo posebno je osjetljivo na elektromagnetska polja visoke frekvencije pri kojima apsorbira velike količine emitirane elektromagnetske energije uslijed efekta rezonancije. Osnovni razlog tome je što na visokim frekvencijama dimenzije čitavog tijela, nekih dijelova tijela ili pojedinih organa postaju komparabilne s valnom duljinom vanjskog polja. Drugim riječima, čitavo tijelo, ili dijelovi tijela postaju prijemnom antenom u odnosu na vanjska visokofrekvencijska polja. Zagrijavanje tkiva postaje, shodno tome, u ovom frekvencijskom području dominantnim efektom, za razliku od niskih frekvencija na kojima je toplinski efekt u potpunosti zanemariv. Za razliku od analize na niskim frekvencijama, koja se temelji na proračunu induciranih gustoća struja u tijelu, na visokim frekvencijama je već spomenuta veličina SAR osnovni parametar za kvantifikaciju toplinskih efekata apsorbirane energije. Proračun SAR-a pripada području teorijske dozimetrije koje se obično naziva dozimetrijom unutrašnjeg polja (engl. internal field dosimetry). Analiza izloženosti ljudi poljima visokih frekvencija odnosi se na čitavo tijelo samo ako je čovjek dovoljno daleko od izvora elektromagnetskih valova, odnosno, ako se nalazi u području daljinskog polja danog izvora (primjerice u daljinskom polju bazne stanice). U tom slučaju možemo onda primjenjivati i pojednostavljene modele ljudskog tijela poput paralelepipeda ili cilindra. U slučajevima kad se čovjek nalazi u bliskom polju izvora zračenja (primjerice prilikom korištenja mobilnog telefona) tada se u većini slučajeva analizira dio tijela koji je neposredno izložen zračenju, primjerice glava, ili oko.

8.5.1. Koncept specifične gustoće apsorbirane snage (SAR)

Izlaganje čovjeka elektromagnetskom zračenju visokih frekvencija kvantitativno se opisuje specifičnom gustoćom apsorbirane snage, odnosno stupnjem specifične apsorpcije elektromagnetske energije SARom. SAR, kao jedna od najvažnijih veličina moderne dozimetrije, definira se kao vremenska promjena prirasta energije dW kojeg apsorbira element mase dm sadržan u elementu volumena dV gustoće mase ρ :

$$SAR = \frac{dP}{dm} = \frac{d}{dm} \frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt} \frac{dW}{dm} = \frac{d}{dt} \frac{dW}{\rho dV} \quad (8.96)$$

i izražava se u watima po kilogramu tkiva [W/kg]. SAR predstavlja ključni koncept u analizi mogućih štetnih posljedica elektromagnetskog zračenja i služi kao temelj za određivanje zaštitnih norma vezanih za izlaganje čovjeka elektromagnetskom zračenju na visokim frekvencijama. Deponiranje elektromagnetske energije u tijelu čovjeka uzrokuje porast temperature u tkivu pa SAR tako predstavlja i mjeru lokalnog zagrijavanja tkiva te se može izraziti i vremenskim prirastom temperature:

$$SAR = C \frac{dT}{dt} \quad (8.97)$$

gdje je T temperatura, a C specifični toplinski kapacitet. S obzirom na to da je riječ o mediju s gubicima, odnosno, konačne vodljivosti σ , porast temperature određen je električnom snagom disipiranom u toplinu.

Po jedinici volumena mjera te veličine definirana je preko gustoće snage p [89] – [94]:

$$\bar{P}_d = EJ^* = \sigma EE^* = \sigma |E|^2 \quad (8.98)$$

gdje je J gustoća struje, a E efektivna vrijednost električnog polja inducirano u tkivu čovjeka.

U skladu s relacijom (8.96) SAR se daje izraziti preko gustoće snage, odnosno, preko induciranog električnog polja:

$$SAR = \frac{dP}{dm} = \frac{dP}{\rho dV} = \frac{\sigma}{\rho} |E|^2 \quad (8.99)$$

gdje E predstavlja efektivnu vrijednost induciranog električnog polja.

8.5.2. Pojednostavljeni modeli ljudskog tijela

U ovom poglavlju prikazana su dva pojednostavljena modela ljudskog tijela. Radi se o paralelepipednom i cilindričnom modelu tijela. Kod paralelepipednog modela primjenjuje se analitički pristup, dok se kod primjene cilindričnog modela i analitički i numerički pristup.

8.5.2.1. Paralelepipedni model ljudskog tijela

Analitički proračun SAR-a induciranog u čovjeku daje se provesti preko sljedeće relacije [105]:

$$SAR = \frac{\sigma}{\rho} \frac{\mu\omega}{\sqrt{\sigma^2 + \varepsilon^2 \omega^2}} (1 + \gamma_{pw})^2 |H^{inc}|^2 \quad (8.100)$$

gdje je H^{inc} efektivna vrijednost incidentnog magnetskog polja, a γ_{pw} refleksijski koeficijent za ravni val oblika:

$$\gamma_{pw} = \frac{2|\sqrt{\varepsilon'}|}{|\sqrt{\varepsilon'} + \sqrt{\varepsilon_0}|} - 1 \quad (8.101)$$

gdje ε' označava kompleksnu permitivnost medija:

$$\varepsilon' = \varepsilon + j \frac{\sigma}{\omega} \quad (8.102)$$

Ako želimo SAR izraziti preko električnog polja induciranog u mediju s gubicima, uz primjenu relacije za ravni val:

$$H^{inc} = \frac{E^{inc}}{Z_0} \quad (8.103)$$

koja vrijedi u daljinskom polju slijedi [5]:

$$SAR = \frac{\sigma}{\rho} \frac{\mu\omega}{\sqrt{\sigma^2 + \varepsilon^2 \omega^2}} (1 + \gamma_{pw})^2 \frac{|E^{inc}|^2}{Z_0^2} \quad (8.104)$$

gdje E^{inc} predstavlja efektivnu vrijednost upadnog električnog polja. Ako se ljudsko tijelo izloženo zračenju opiše paralelepipedom dimenzija: 180 cm x 40 cm x 20 cm [106], slika 8.10, tada se relacija (8.103) može rabiti u smislu SAR-a induciranog na površini modela ljudskog tijela. Nadalje, prostorno usrednjeni SAR po gramu tkiva daje se izračunati, uz pretpostavku eksponencijalnog opadanja površinskog SAR-a (aproksimacija ravnim valom) pri prodiranju u dielektrik s gubicima, iz relacije [106]:

$$SAR_{1g} = \frac{\delta_{skin}}{2d} \left(1 - e^{-\frac{2d}{\delta_{skin}}} \right) SAR_{surf} \quad (8.105)$$

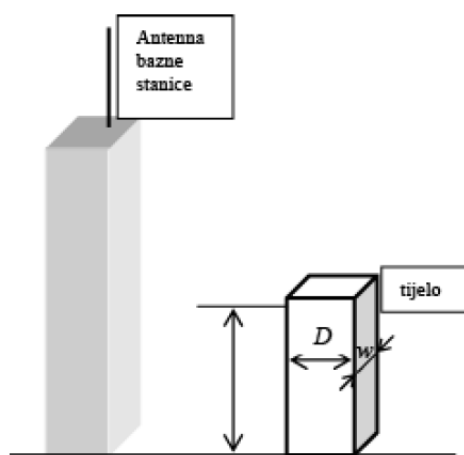
gdje je pri proračunu SAR-a usrednjenom po gramu tkiva $d = 1$ cm, dok δ_{skin} predstavlja debljinu kože:

$$\delta_{skin} = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} \quad (8.106)$$

Usrednjeni SAR čitavog tijela za paralelepipedni model tijela dobiva se iz relacije [82]:

$$\begin{aligned} SAR_{WB} &= \frac{1}{HD} \int_0^H \int_0^D SAR_{surf} e^{-\frac{2x}{\delta_{skin}}} dx dz = \\ &= \frac{\delta_{skin}}{2D} \left(1 - e^{-\frac{2D}{\delta_{skin}}}\right) SAR_{surf} \end{aligned} \quad (8.107)$$

Gdje $D = 20$ cm predstavlja debljinu paralelopeda.



Slika 8.10. Pojednostavljeni model ljudskog tijela [58].

8.5.2.2. Cilindrični model tijela

Prilikom izloženosti poljima visokih frekvencija čovjek se može smatrati konačno vodljivom prijemnom antenom, kako je prikazano na slici 8.3. [89], [95], [104]. U ovom slučaju primjenjuje se isti model temeljen na Pocklingtonovoj integralnoj jednadžbi, uz nužnu modifikaciju člana koji se odnosi na teretnu impedanciju.

Na visokim frekvencijama prosječna vodljivost tijela se može uzeti $\sigma = 1.4$ S/m, dok je odgovarajuća permitivnost $\epsilon_r = 55$ [93]. Ponašanje tkiva na visokim frekvencijama uzima se u obzir upravo preko teretne impedancije.

Raspodjela struje uzduž cilindra koji predstavlja ljudsko tijelo na visokim frekvencijama može se dobiti rješavanjem Pocklingtonove jednadžbe:

$$E_z^{inc} = -\frac{1}{j4\pi\omega\epsilon_0} \int_{-L}^L \left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right] g_E(z, z') I(z') dz' + Z_L(z) I(z) \quad (8.108)$$

primjenom metode rubnih elemenata, kako je opisano u odjeljku 6.1.1.1.

U radiofrekvencijskom području (od reda MHz naviše) odgovarajuća teretna impedancija ima oblik [83]:

$$Z_L(z) = \frac{1}{a^2\pi\sigma} \left(\frac{ka}{2}\right) \frac{J_0(j^{-1/2}ka)}{J_1(j^{-1/2}ka)} + Z_c \quad (8.109)$$

Gustoća struje je tada [83]:

$$J_z(\rho, z) = \frac{I(z)}{a^2\pi} \left(\frac{ka}{2}\right) \frac{J_0(j^{-1/2}k\rho)}{J_1(j^{-1/2}ka)} \quad (8.110)$$

a inducirano električno polje u tijelu je određeno izrazom:

$$E_z(\rho, z) = \frac{J_z(\rho, z)}{\sigma + j\omega\epsilon} \quad (8.111)$$

Kada se jednom odredi gustoća struje i električno polje inducirano u čovjeku može se dalje odrediti gustoća snage:

$$\bar{P}_d = \sigma |E_z|^2 \quad (8.112)$$

odnosno, SAR:

$$SAR = \sigma \frac{|E|^2}{\rho} = \frac{\bar{P}_d}{\rho} \quad (8.113)$$

Mjera totalne energije koju tijelo apsorbira može se izraziti preko totalne disipirane snage [68]:

$$P = \int_V \frac{1}{2} \vec{E} \vec{J}^* dV = \int_V \frac{1}{2} \sigma |\vec{E}|^2 dV \quad (8.114)$$

U izrazu (8.114) $|E|$ predstavlja vršnu vrijednost induciranog polja. Usrednjeni SAR čitavog tijela, kao integralna mjera zagrijavanja tijela se definira izrazom:

$$SAR_{WB} = \frac{\int SAR dV}{V_{WB}} \quad (8.115)$$

gdje V_{WB} predstavlja volumen cilindričnog modela ljudskog tijela. Integral (8.114) primijenjen na geometriju cilindra daje:

$$P = \int_0^a \int_0^{2\pi} \int_0^L \frac{\sigma |E(\rho, z)|^2}{2} \rho d\rho d\phi dz \quad (8.116)$$

gdje je polje $E(\rho, z)$ određeno izrazom (8.111). Ako se polje izrazi preko gustoće struje, odnosno, preko aksijalne struje slijedi:

$$P = \frac{\sigma k^2}{4(\sigma^2 + \omega^2 \epsilon^2) \sigma a^2 \pi} \frac{1}{J_1^2(j^{-1/2}ka)} \int_0^a J_0^2(j^{-1/2}k\rho) \rho d\rho \int_0^L |I(z)|^2 dz \quad (8.117)$$

8.6. Problem interakcije ljudi i sustava za bežični prijenos energije

Osim utjecaja podloge ili tla na efikasnost prijenosa snage, potrebno je procijeniti i međusobni utjecaj ljudi i WPT sustava. Prvi zaključci o utjecaju raznih predmeta između odašiljača i prijarnika na efikasnost prijenosa snage su zabilježeni u [109] na temelju grube procjene mjerenih rezultata. Primijećeno je da metalni predmeti i ljudi uzrokuju pomicanje rezonantne frekvencije sustava, a predmeti od kartona, PVC-a i drva snižavaju efikasnost prijenosa snage. Općenito, navedeni objekti imaju najjači utjecaj kad su vrlo blizu (par cm) odašiljača ili prijarnika [109]. Nadalje, analiza u [110] pokazuje da različiti tipovi ljudskog tijela (u FEKO-u modeliranog u obliku

dielektričnog cilindra s gubicima, mišićavog i kosturskog tipa tijela) snižavaju rezonantnu frekvenciju sustava i smanjuju efikasnost prijenosa snage više nego metalni objekti. Da bi se smanjio efekt degradacije efikasnosti prijenosa snage zbog prisustva van-rezonantnih objekata autori predlažu udaljavanje tih objekata od odašiljača i prijarnika. Teoretska granica za bežični prijenos snage u prisutnosti dielektričnog materijala s gubicima je dana u [111]. Temelji se na teoretskoj granici za bežični prijenos snage u slobodnom prostoru [112] koja je proširena za sustav antena sa sfernim omotačem od dielektričnog materijala uključujući dodatne parove ulaznih i izlaznih sfernih valova unutar omotača. Pokazano je da sferni dielektrični omotač ne utječe jednako na TM i TE antene što ovisi o njegovoj debljini, a smanjenje efikasnosti prijenosa snage je primijećeno za oba tipa antena i za različite materijale (ljudsko tijelo i zid). Istraživanja vezana za bežično napajanje uređaja ugrađenih u tijelo [113] razmatraju utjecaj različitih slojeva ljudskog tijela na efikasnost prijenosa snage i SAR. Zbog mm- i cm dimenzija antena prijarnika pokazalo se da je optimalna frekvencija ovih sustava u mikrovalnom području. Na maloj udaljenosti od odašiljača u ljudskom tkivu mogu se inducirati visoke razine polja. Stoga je nužno definirati kriterije pod kojima će WPT sustav biti usklađen s ograničenjima definiranim na međunarodnoj razini. Standardi i specifikacije za rezonantni prijenos snage u bliskom polju su još u razvojnoj fazi [114][115] i ne postoji velik broj istraživanja o elektromagnetskoj izloženosti ljudi ovim sustavima. Prije nekoliko godina je objavljeno istraživanje [116] u kojem je dana preporuka metodologije za procjenu utjecaja elektromagnetskoj izloženosti ljudi WPT sustavima u bliskom polju. Procjena izloženosti ljudi pomoću upadnog ravnog vala [117] se pokazala neodgovarajuća kod sustava za prijenos srednjih i većih iznosa snage zbog toga što se znatno precjenjuje izloženost ljudi ovim sustavima [118]. Zbog toga se provodi procjena izloženosti ljudi na temelju specifične stope apsorpcije (SAR) elektromagnetske snage u ljudskom tkivu na temelju sigurnosnih uputa za elektromagnetsku izloženost profesionalaca i stanovništva prema ICNIRP-u [119]. Za civilno stanovništvo u frekvencijskom području od 10 MHz - 10 GHz prosječna vrijednost SAR-a za cijelo tijelo iznosi 0.08 W/kg, a lokalizirani SAR uprosječen na 10 g ljudskog tkiva (glave i trupa) iznosi 2 W/kg [119]. Da bi se procijenili uvjeti pod kojima se postižu maksimalne granice SAR-a, u [116][120] korišten je sustav bežičnog prijenosa snage koji radi na $f = 8$ MHz s induktivno napajanim spiralnim zavojnicama vrlo niske efikasnosti zračenja (2 %). Za elektromagnetsko modeliranje sustava u [116] je korištena simulacijska platforma SEM CAD X koja koristi metodu konačnih diferencija u vremenskoj domeni (FDTD) prikladna za simulaciju kompleksnih ljudskih modela iz Virtual Family Project [121]. Iz analize amplitude električnog i magnetskog polja oko odašiljača proizlazi da ljudsko tijelo nema značajan utjecaj na raspodjelu magnetskog polja i struje na zavojnici osim snižavanja rezonantne frekvencije. Granične vrijednosti SAR-a su postignute za izloženost čovjeka u području leđa (ili trbuha) na udaljenosti od odašiljača 1 cm za vrijednosti amplitude struje na zavojnici od 0.5 – 1.2 ARMS, odnosno za snagu odašiljača od 45 – 280 W ovisno o razmatranoj granici SAR-a. U dozimetrijskim mjerenjima s fantomom na udaljenosti od odašiljača 1 cm je također uočeno smanjivanje rezonantne frekvencije, a SAR od 2 W/kg za 10 g tkiva je postignut za 0.44 ARMS. U ovom radu [122] analizirana je izloženost ljudskog tijela visokofrekventnom (HF) elektromagnetskom polju. Kratka antena kao odašiljač i ljudsko tijelo na određenoj udaljenosti su analitički i numerički modelirani. Analiza je provedena za pojednostavljeni cilindar i realističan model ljudskog tijela smještenog u slobodnom prostoru i izloženog HF zračenju u smislu inducirane gustoće struje i induciranog električnog polja unutar tijela na frekvenciji od 6.78 MHz. Analitički pristup uključuje korištenje približne sinusoidne raspodjele struje i analitičku evaluaciju integrala polja. Rezultati dobiveni analitički potvrđeni su numeričkim simulacijama u komercijalnom softveru FEKO, temeljenom na Metodi trenutaka (MoM). Također u radovima [123][124], izloženost ljudskog tijela visokofrekventnom elektromagnetskom polju koje zrače antene bežičnog sustava prijenosa energije analizirana je numeričkim modeliranjem pomoću komercijalnog softvera FEKO. Analiza je provedena za dva pojednostavljena modela ljudskog tijela (model paralelepipeda i cilindra) izloženog zračenju visoke

i niske frekvencije u smislu učinkovitosti prijenosa snage i specifične stope apsorpcije na frekvencijama od 13,56 MHz, 6,78 MHz i 100 kHz. Korišteni pojednostavljeni modeli potvrđeni su usporedbom s realističnim rezultatima modela ljudskog tijela.

9. REZULTATI I KRATKI PREGLED MODELA

U ovom poglavlju dani su rezultati iz [58] gdje su modeli opisani u prethodnim poglavljima analizirani u što realističnijim scenarijima.

9.1. Rezultati za aksijalnu gustoću struje primjenom cilindričnih modela ljudskog tijela

U prvom primjeru izračunata je gustoća struje, kao i ukupna aksijalna struja inducirana u tijelu čovjeka uslijed djelovanja vanjskog električnog polja generiranog u okolišu transformatorske stanice 110 (10)/20 kV. Ulazni parametri za cilindrični model tijela su dani u tablici 9.1.

Tablica 9.1. Ulazni parametri za cilindrični model tijela [58].

Duljina cilindra: L (m)	1.75
Radijus cilindra: a (m)	0.14
Frekvencija polja: f (Hz)	50
Prosječna vodljivost: σ (S/m)	0.5

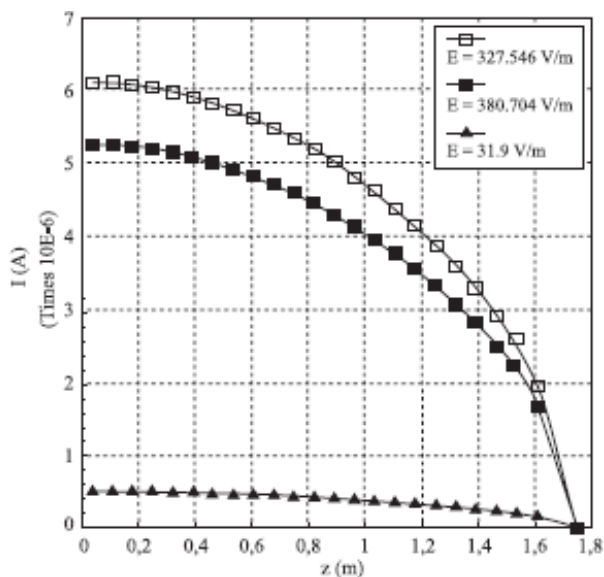
Proračun je proveden primjenom metode rubnih elemenata u skladu s teorijskom podlogom izloženom u odjeljku 6.1.1.1. Postoji više usvojenih dimenzija za duljinu i poprečni presjek cilindra kao i podataka za srednjuvodljivost. Za proračun proveden u ovom poglavlju preuzete su vrijednosti iz [93]. Za maksimalne izračunate vrijednosti električnog polja dobiveni su rezultati za gustoću i jakost aksijalne struje inducirane u tijelu čovjeka. Ti rezultati za tri kritična područja prikazani su u tablici 9.2.

Tablica 9.2. Maksimalne izračunate vrijednosti električnog polja, te ukupne aksijalne struje inducirane u tijelu čovjeka [58].

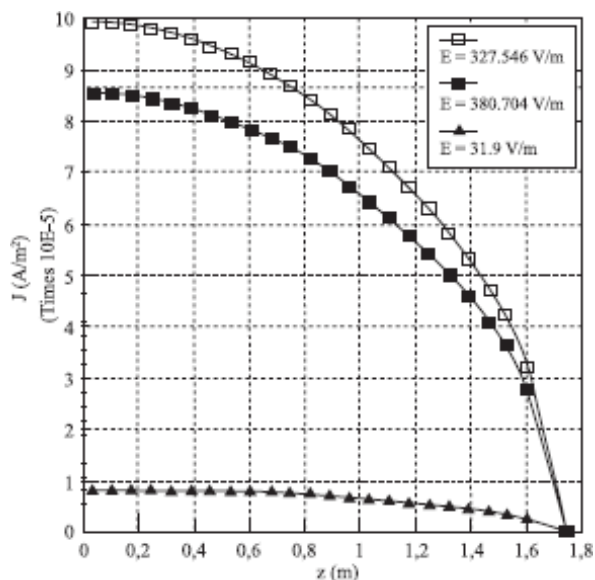
Područje	Jakost električnog polja (V/m)	Maksimalni iznos gustoće struje (mA/m ²)	Ukupna struja (mA)
1	327546	85.31	5.253
2	380704	99.15	6.105
3	31900	8.31	0.512

Maksimalna vrijednost inducirane gustoće struje u iznosu od 0.09915 mA/m^2 je znatno ispod graničnih veličina temeljnih ograničenja od 10 mA/m^2 za profesionalnu izloženost i 2 mA/m^2 za opću populaciju koje propisuje Pravilnik Ministarstva zdravstva [125].

Grafički prikaz raspodjele inducirane aksijalne struje i gustoće struja uzduž cilindra za različite vrijednosti vanjskog električnog polja dat je na slici 9.3, odnosno 9.4.

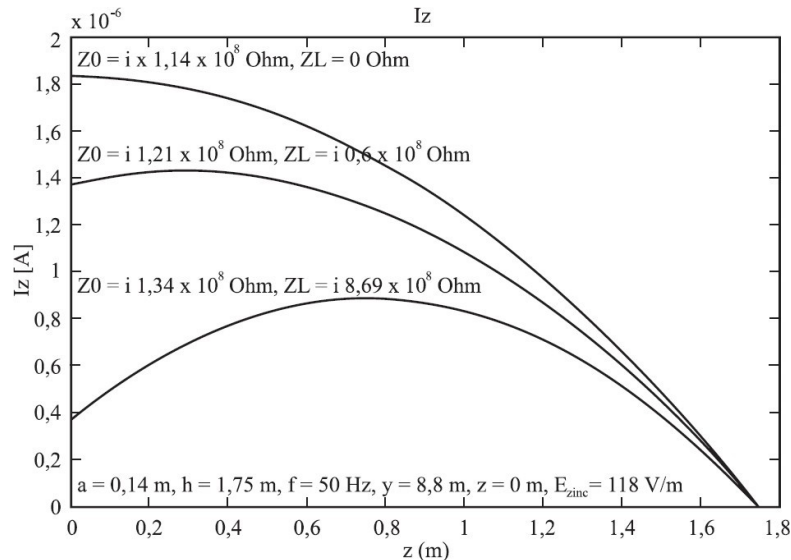


Slika 9.3. Raspodjela aksijalnih struja uzduž cilindra za različite vrijednosti vanjskog električnog polja [58].



Slika 9.4. Raspodjela aksijalnih gustoća struja uzduž cilindra za različite vrijednosti vanjskog električnog polja [58].

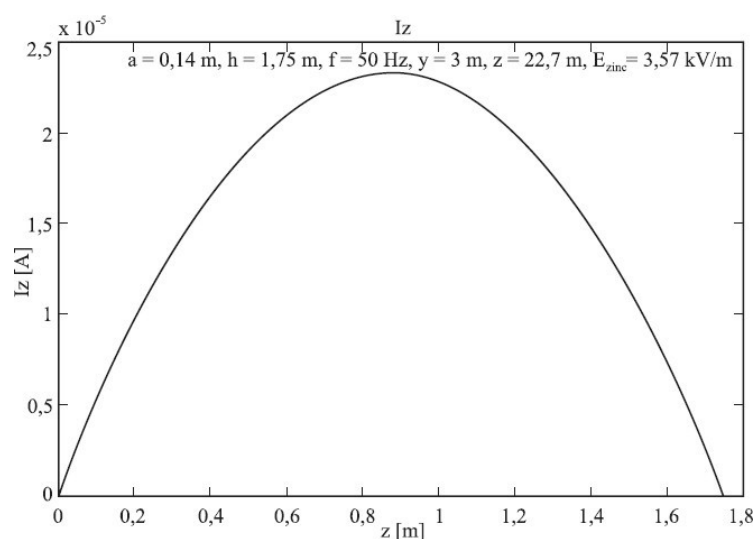
Sljedeći primjer odnosi se na čovjeka koji nije u direktnom kontaktu sa zemljom, odnosno kapacitivni otpor iz relacije 6.28 je različit od ništice. U tom slučaju uzima se analitičko rješenje Hallenove integralne jednadžbe (6.55) Utjecaj različitih uvjeta izoliranosti stopa čovjeka od zemlje prikazan je na slici 9.5, za slučaj izloženosti polju $E_z = 118 \text{ V/m}$.



Slika 9.5. Aksijalna struja inducirana u čovjeku uslijed vanjskog polja $E_z = 118 \text{ V/m}$ [58].

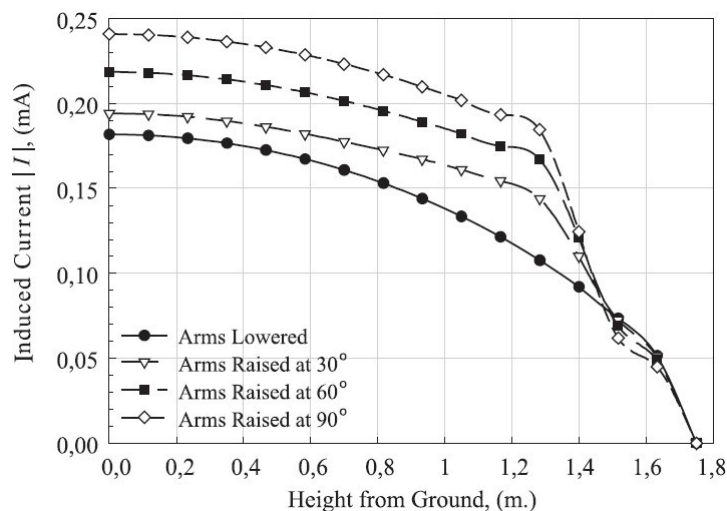
Kako je vidljivo iz slike 9.5, najveći iznos struje se inducira u čovjeku za slučaj izravnog kontakta sa zemljom, tj. Za slučaj $Z_c = 0$. Kako debljina izolacije raste (odnosno kako se povećava opterećenje u centru cilindra) iznos inducirane struje u tijelu se snižava, a položaj maksimuma se pomiče od peta prema središtu tijela.

Na slici 9.6 prikazana je raspodjela aksijalne struje u tijelu za slučaj čovjeka smještenog u zraku, dovoljno daleko od zemlje da se utjecaj zemlje može zanemariti. Takav slučaj interesantan je za analizu izloženosti radnika koji održavaju električne i komunikacijske instalacije. Vrijednost polja kojoj je čovjek izložen iznosi $E_z = 3,57 \text{ V/m}$.



Slika 9.6. Aksijalna struja inducirana u čovjeku uslijed vanjskog polja $E_z = 3,57 \text{ kV/m}$ [58].

Utjecaj ruku podignutih pod raznim kutovima u odnosu na vertikalni položaj tijela prikazan je na slici 9.7. Vidljivo je da iznos raspodjele struje raste s kutom pod kojim su ruke podignute u odnosu na trup.



Slika 9.7. Aksijalna struja inducirana u tijelu čovjeka uslijed vanjskog polja 1 kV/m 60 Hz, za različite položaje ruku u odnosu na tijelo [58].

9.2. Rezultati proračuna vrtložnih struja primjenom disk modela tijela

Gustoća struje inducirana u tijelu čovjeka uslijed djelovanja magnetskog polja, kao i ukupna inducirana struja u tijelu čovjeka izračunata je na temelju teorijske podloge izložene u odjeljku 6.1.2, odnosno preko relacija (6.91) i (6.92). Ulazni parametri za disk-model tijela su dani u tablici 6.4.

Tablica 9.4. Ulazni parametri za disk-model tijela [58].

Radijus diska: a (m)	0.14
Frekvencija polja: f (Hz)	50
Prosječna vodljivost: σ (S/m)	0.5

Postoji više usvojenih dimenzija za radijus diska i podataka za srednju vodljivost. Za proračun proveden u ovom poglavlju preuzete su vrijednosti iz [16].

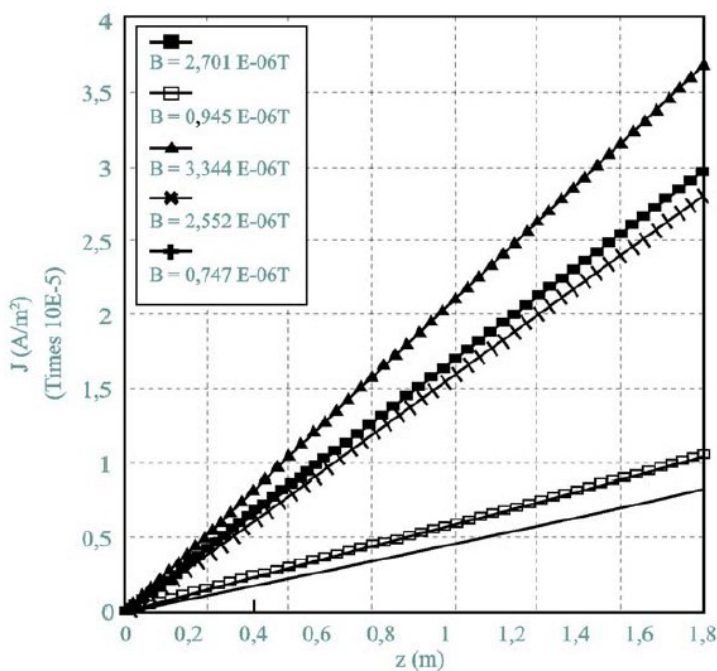
Za maksimalne izračunate vrijednosti magnetske indukcije generirane u okolišu transformatorske stanice izračunate su gustoće i jakosti vrtložnih struja induciranih u tijelu čovjeka. Dobiveni rezultati za 5 razmatranih područja prikazani su u tablici 9.5.

Tablica 9.5. Maksimalne izračunate vrijednosti magnetske indukcije gustoće, te ukupne vrtložne struje inducirane u tijelu čovjeka [58].

Područje	Magnetska indukcija (mT)	Maksimalni iznos gustoće struje (mA/m ²)	Ukupna struja (mA)
1	2.701	29.7	0.29
2	0.945	10.39	0.102
3	3.344	36.77	0.36
4	2.552	28.06	0.275
5	0.747	8.21	0.085

Maksimalna vrijednost inducirane gustoće struje u iznosu od 0.03677 mA/m² je znatno ispod graničnih veličina temeljnih ograničenja od 10 mA/m² za radništvo i 2 mA/m² za opću populaciju koje propisuje Pravilnik Ministarstva zdravstva [19].

Grafički prikaz raspodjele induciranih gustoća struja od osi do oboda diska za različite vrijednosti magnetske indukcije dan je na 9.8.



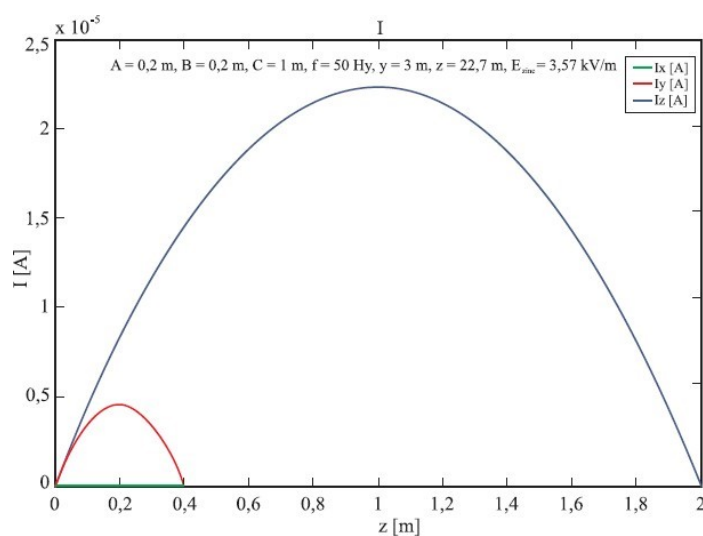
Slika 9.8. Raspodjela gustoća struja u disku za različite vrijednosti magnetske indukcije [58].

Zbrojeni maksimalni iznosi induciranih struja aksijalnog i vrtložnog karaktera daju vrijednost od 0.13592 mA/m^2 što je oko 15 puta manje od granične vrijednosti temeljnih ograničenja od 2 mA/m^2 za opću populaciju.

9.3. Rezultati za aksijalnu struju primjenom elipsoidnog modela

Primjer se odnosi na proračun svih triju komponenta aksijalne struje u ljudskom tijelu primjenom relacija (6.110) – (6.112). Dimenzije elipsoida su: $a = 0,2 \text{ m}$, $b = 0,2 \text{ m}$, $c = 1 \text{ m}$, dok je vodljivost $\sigma = 0,5 \text{ S/m}$. Komponente incidentnog polja su: $E_x = 1,66 \text{ V/m}$, $E_y = 1,23 \text{ kV/m}$ i $E_z = 3,57 \text{ kV/m}$, a odgovarajuće maksimalne aksijalne struje u trima osima su $I_{x_{max}} = 6,16 \cdot 10^{-15} \text{ A}$, $I_{y_{max}} = 4,55 \text{ }\mu\text{A}$ i $I_{z_{max}} = 22,34 \text{ }\mu\text{A}$ za $E_z = 3,57 \text{ kV/m}$.

Iz slike 9.9, te uvidom u numeričke rezultate vidljivo je da se I_x komponenta struje može sasvim zanemariti. Komponenta I_y nije u potpunosti zanemariva, ali je komponenta I_z dominantna.



Slika 9.9. Struja inducirana u elipsoidnom modelu [58].

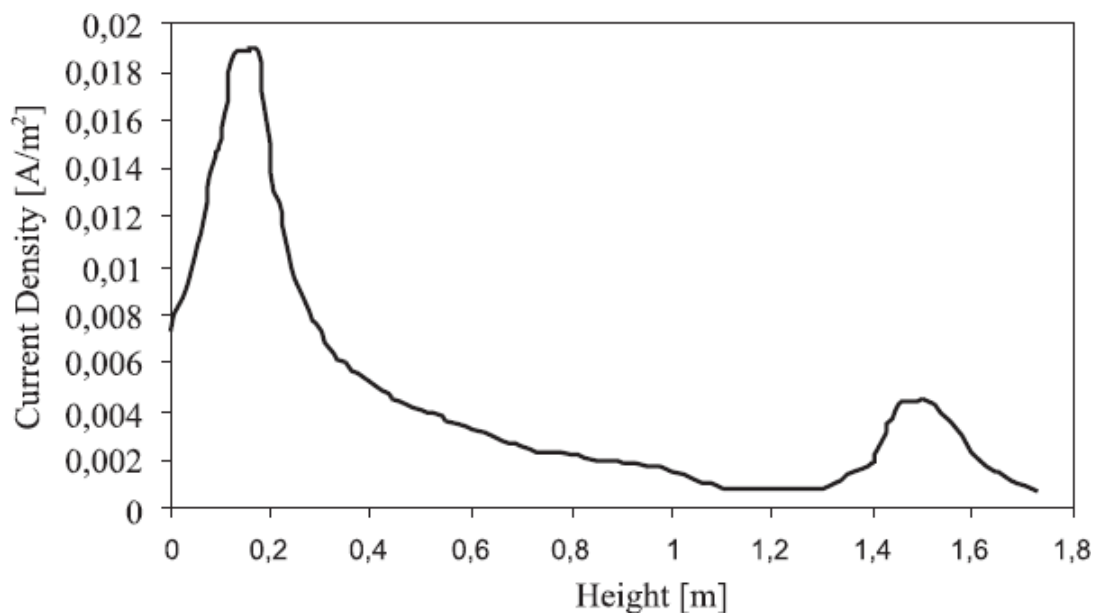
Usporedba cilindričnog i elipsoidnog modela tijela

Maksimalna vrijednost aksijalne struje koja se dobije primjenom aproksimacije tijela cilindrom za incidentno polje $E_z = 3,57 \text{ kV/m}$ iznosi $I_{z_{max}} = 23,23 \text{ }\mu\text{A}$ dok odgovarajući model elipsoida daje za struju duž osi z , za istu vrijednost incidentnog polja struju iznosa $I_{z_{max}} = 23,23 \text{ }\mu\text{A}$. Evidentno je da obje aproksimacije daju sličan rezultat.

9.4. Numerički rezultati za aksijalnu gustoću struje primjenom realističnih modela

Prvi numerički primjer odnosi se na rotacijsko-simetrični model tijela dimenzija 175 cm visina izloženog polju prijenosne linije $10 \text{ kV m}^{-1}/60 \text{ Hz}$. Visina dalekovoda je 10 m iznad zemlje. Dobivena raspodjela inducirane gustoće struje unutar tijela prikazana je na slici 6.18. Jasno se vidi da inducirana gustoća struje naglo raste u dijelovima tijela s uskim poprečnim presjekom, kao što su članci i vrat. U tablici 6.8 prikazani su rezultati proračuna inducirane gustoće struje primjenom metode rubnih elemenata uspoređeni su s rezultatima dobivenim primjenom metode konačnih elemenata i s eksperimentalnim rezultatima [12]. Uvidom u rezultate može se ustvrditi

da su rezultati dobiveni primjenom metode rubnih elemenata u adekvatnom slaganju s metodom konačnih elemenata i eksperimentalnim rezultatima.

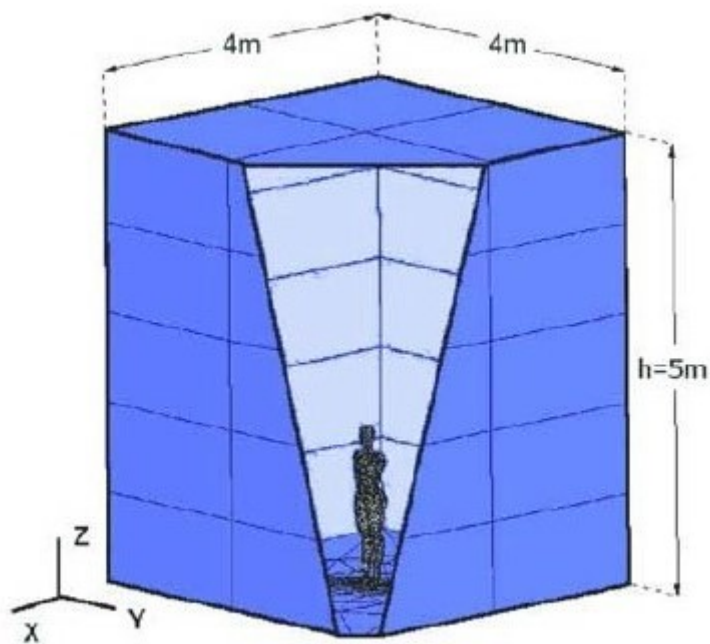


Slika 9.10. Raspodjela aksijalne gustoće struje u rotacijsko-simetričnom modelu tijela [58].

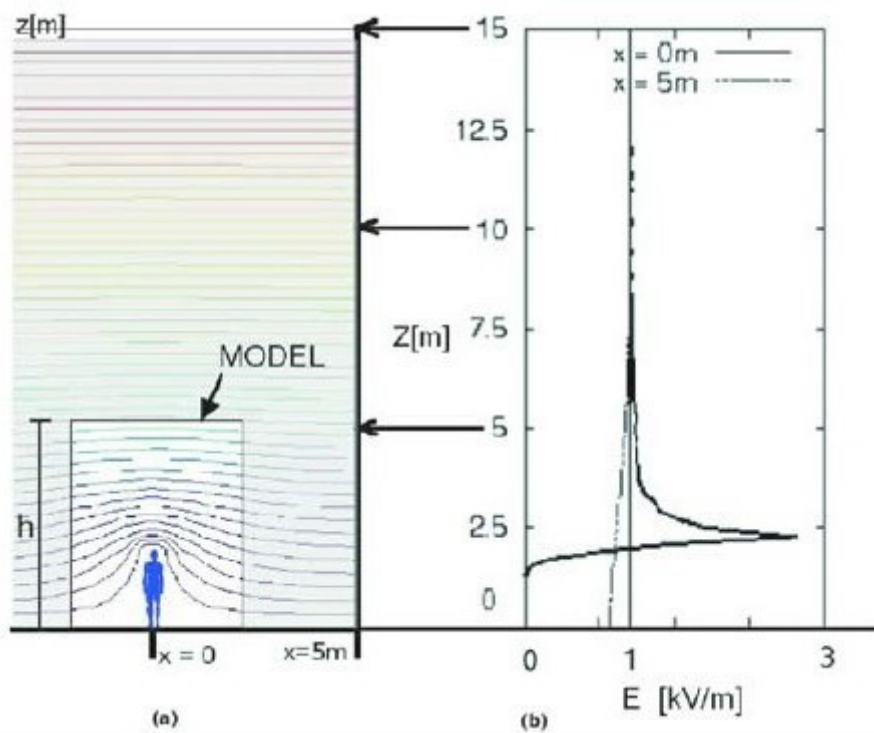
Tablica 9.8. Usporedba rezultata dobivenih primjenom različitih metoda, rezultati su izraženi u mA/m^2 [58]

Dio tijela	MRE	MKE [12]	Eksp. [12]
Vrat	4.52	4.62	4.66
Zdjelica	2.32	2.27	2.25
Članak	18.91	19.16	18.66

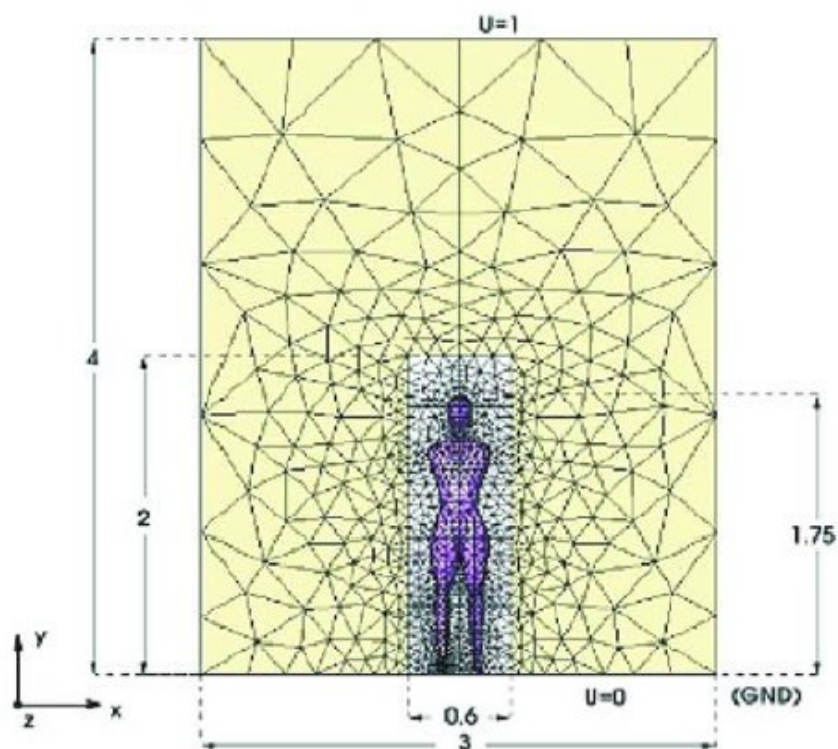
Drugi primjer odnosi se na realistični, anatomski zasnovan model ljudskog tijela. Područje proračuna prikazano je na slici 9.11. Udaljenosti su dane u metrima.



Slika 9.11. Raspodjela skalarnog potencijala i električnog polja u zraku iznad ljudskog tijela. Proračunska domena je reducirana na paralelepiped ($5\text{ m} \times 4\text{ m}$) [58].

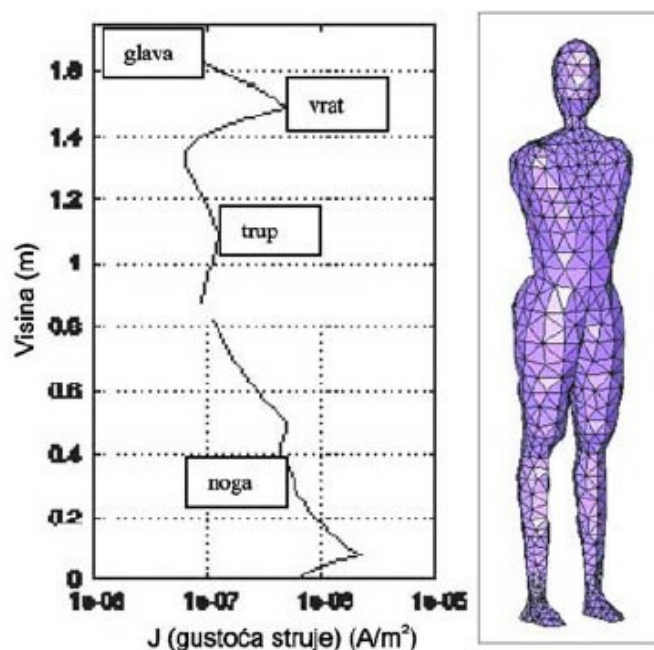


Slika 9.12. Raspodjela skalarnog potencijala i polja oko ljudskog tijela [58].



Slika 9.13. Mreža rubnih elemenata za model tijela bez uključenih ruku [58].

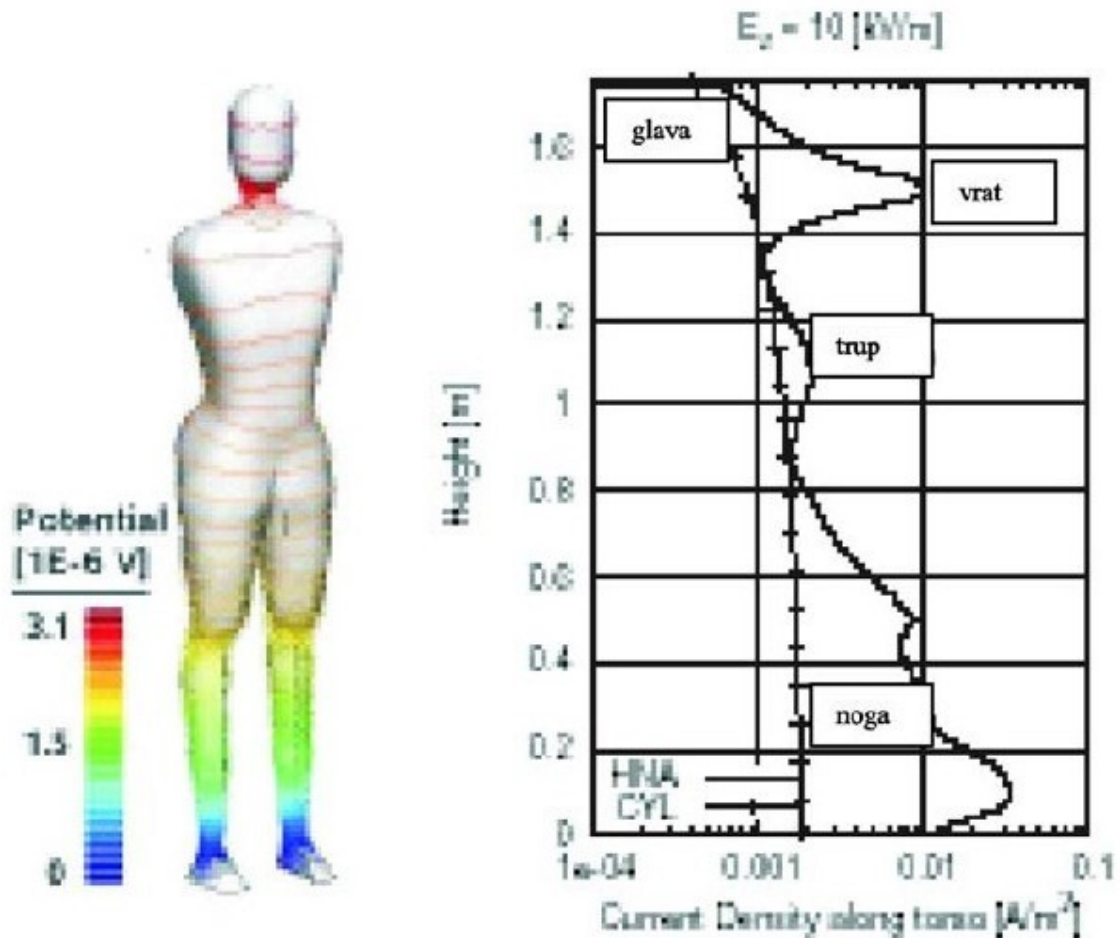
Na slici 9.13 prikazana je mreža rubnih elemenata korištena pri proračunu aksijalne gustoće struje za model tijela bez uključenog utjecaja ruku. Uzdužna raspodjela gustoće struje u tijelu prikazana je na slici 9.14 za slučaj jediničnog električnog polja. Vidljivo je da se prisutnost skokova u krivulji gustoće inducirane struje javlja u području članaka i vrata, kao i u slučaju rotacijsko-simetričnog modela.



Slika 9.14. Raspodjela aksijalne gustoće struje ($E = 1 \text{ V/m}$) [58]

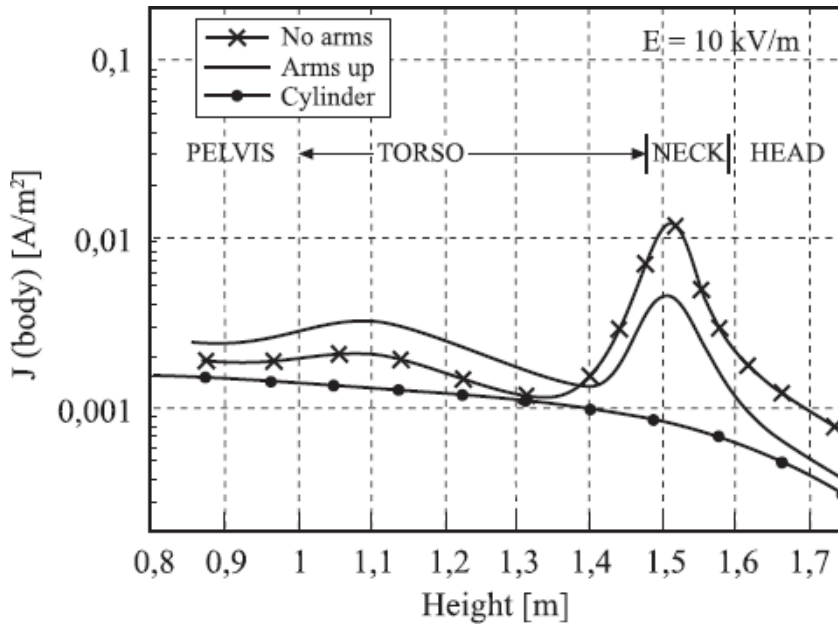
Na slici 9.14 prikazana je raspodjela skalarnog potencijala i gustoće struje u istom modelu za slučaj izloženosti realističnoj vrijednosti polja $E = 10 \text{ kV/m}$.

9.5. Usporedba



Slika 9.15. Usporedba realističnog modela s cilindričnom aproksimacijom [58].

Očito je da primjenom pojednostavljenog cilindričnog modela ljudskog tijela nije moguće predviđanje naglih porasta u gustoći struje u područjima s uskim poprečnim presjekom. Ipak cilindrična aproksimacija je još uvijek korisna za određivanje totalne aksijalne struje u trupu. Mreža rubnih elemenata anatomskog modela tijela s podignutim rukama prikazana je na slici 9.14. dok je odgovarajuća raspodjela skalarnog potencijala prikazana na slici 9.15 Broj korištenih elemenata iznosi gotovo 20 000. Usporedba dobivenih gustoća struje primjenom različitih realističnih modela ljudskog tijela prikazana je na slici 9.1



Slika 9.16. Inducirana gustoća struje za različite modele tijela [58].

Očito je da rješenje jako ovisi o položaju ruku. što su ruke više podignute maksimumi inducirane gustoće struje se smanjuju (efekt zaslona). U tablici 9.9 prikazane su vršne vrijednosti gustoće struje inducirane u vratu za neke tipične vrijednosti električnog polja ispodprijenosne linije blizu zemlje.

Tablica 9.9. Vršne vrijednosti gustoće struje u vratu za razne vrijednosti polja [58].

E [kV/m]	J_z [mA/m ²]
1	2
5	10
10	19

Analizirajući dobivene numeričke rezultate može se zaključiti:

Ondje gdje je prisutno suženje poprečnog presjeka nekog dijela tijela, postoji značajan porast u vrijednostima gustoće struje. primjerice skokovi struje se pojavljuju u vratu i zdjelici. Ruke podignute uvis uzrokuju efekt zaslona električnog polja, reducirajući tako iznos struje u vratu. Pojednostavljena cilindrična aproksimacija ljudskog tijela dovodi do nemogućnosti predikcije porasta gustoće struje u dijelovima tijela s uskim poprečnim presjekom.

10. ZAKLJUČAK

U ovom kvalifikacijskom radu opisan je pregled modela za proračun izloženosti ljudi sustavima za bežični prijenos energije. Opisani su osnovni koncepti samog sustava, kako ga dizajnirati te kako evaluirati biološke učinke na čovjeka. Dan je pregled dosadašnjih radova na tu temu kao i detaljan opis matematičkih modela za proračun. U dijelu rezultata dani su proračuni iz dosadašnjih radova. Vidljivo je kako ti rezultati ne prelaze preporuke za izloženost ljudi. Međutim, neki od ovih sustava mogu imati visoke amplitude elektromagnetskog polja te s modeliranjem ovakvih sustava treba biti na oprezu. Također, zbog razlika u anatomiji svakog čovjeka te stalnog napretka tehnologije potrebni su što bolji i što personaliziraniji modeli tako da ovdje svakako ima prostora za razvoj.

LITERATURA

- [1] URL: <https://www.image-illustration.net/shop/vector-smartphone-and-wirelessdevices-isometric-infographic/>. (02.03.2021.)
- [2] V. Muljević. Život i djelo Nikole Tesle. Energija. 55. 2 (2006) 218-235
- [3] A. Bomber. Wireless Power Transmission: An Obscure History. Possibly a Bright Future. 2006.; URL: http://web.pdx.edu/~larosaa/Applied_Optics_464-564/Projects_Presented/Projects2006/Andrew_Bomber_Report_Wireless_Power_Transmission_PH464.pdf. (02.03.2021.)
- [4] URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Inductive_charging
- [5] Héctor Vázquez-Leal i dr.. „Chapter 1 - The Phenomenon of Wireless Energy Transfer: Experiments and Philosophy.“ u Wireless Power Transfer - Principles and Engineering Explorations. D. K. Y. Kim. Ur.. InTech. str. 1-19.. 2012.
- [6] A. P. Sample. D. A. Meyer i J. R. Smith. „Analysis. experimental results. and range adaptation of magnetically coupled resonators for wireless power transfer.“ IEEE Transactions on Industrial Electronics 58(2). str. 544-554. 2011.
- [7] H. J. Liang i E. Cheever. „Wireless Energy Transfer Through Strongly Coupled Resonances.“ 2013.
- [8] H. Hirayama. „Chapter 6 - Equivalent Circuit and Calculation of Its Parameters of Magnetic-Coupled-Resonant Wireless Power Transfer.“ u Wireless Power Transfer - Principles and Engineering Explorations. K. Y. Kim. Ur.. InTech. str. 117-132. 2012.
- [9] Finkenzeller. „Introduction to RFID - Inductive coupling.“. RFID-handbook. <http://rfid-handbook.de/about-rfid.html?showall=&start=1>. 02.03.2021.
- [10] A. P. Sample. D. A. Meyer i J. R. Smith. „Analysis. experimental results. and range adaptation of magnetically coupled resonators for wireless power transfer.“ IEEE Transactions on Industrial Electronics 58(2). str. 544-554. 2011.
- [11] Y. Park. J. Kim i K.-H. Kim. „Magnetically coupled resonance wireless power transfer (MR-WPT) with multiple self-resonators.“ u Wireless Power Transfer-Principles and Engineering Explorations. InTech. str. 51-64. 2012.
- [12] A. Kurs. A. Karalis. R. Moffatt. J. D. Joannopoulos. P. Fisher. M. Soljačić. „Wireless Power Transfer via Strongly Coupled Magnetic Resonances.“ Wireless Power Transfer-Principles and Engineering Explorations“. br. 317. str. 83-86. 2007.
- [13] Héctor Vázquez-Leal i dr.. „Chapter 1 - The Phenomenon of Wireless Energy Transfer: Experiments and Philosophy.“ u Wireless Power Transfer - Principles and Engineering Explorations. D. K. Y. Kim. Ur.. InTech. str. 1-19.. 2012.
- [14] C. Cannon i dr.. „Magnetic resonant coupling as a potential means for wireless power transfer to multiple small receivers.“ Power Electronics. IEEE Transactions on. 24. str. 1819-1825. 7.2009.
- [15] H. Hirayama. „Chapter 6 - Equivalent Circuit and Calculation of Its Parameters of Magnetic-Coupled-Resonant Wireless Power Transfer.“ u Wireless Power Transfer - Principles and Engineering Explorations. K. Y. Kim. Ur.. InTech. str. 117-132. 2012.
- [16] A. P. Sample. D. A. Meyer i J. R. Smith. „Analysis. experimental results. and range adaptation of magnetically coupled resonators for wireless power transfer.“ IEEE Transactions on Industrial Electronics 58(2). str. 544-554. 2011.
- [17] Wheeler H. A.. “Fundamental limitations of small antennas”. Proc. IRE. Vol. 35. No. 12. 1479-1484. Dec. 1947.
- [18] Chu L. J.. “Physical limitations of omni-directional antennas”. Journal of Applied Physics. Vol. 19. 1163-1175. 1948.

- [19] Volakis J., C. C. Chen and K. Fujimoto. "Small antennas: miniaturization techniques and applications". New York. McGraw-Hill. 2010.
- [20] Harrington R. F.. "Matrix methods for field problems." Proc. IEEE. Vol. 55. 136149. February 1967.
- [21] Hansen R. C.. "Fundamental limitations in antennas." Proceedings of the IEEE. Vol. 69. No. 2. 170-182. February 1981.
- [22] Tak Y., Jongmin Park, Sangwook Nam. "The Optimum Operating Frequency for Near-Field Coupled Small Antennas". IEEE Trans. Antennas Propag.. Vol. 59. No.3. 1027-1031. March 2011.
- [23] Jun B. W.. "An investigation on transmitter and receiver diversity for wireless power transfer". MS thesis. University of Texas at Austin. 2011.
- [24] Škiljo. M., Blažević. Z.. "Investigation of electrically small monofilar spherical helical antenna used for mid-range wireless power transfer." Proceedings of MIPRO 2012. 241 - 245. 21-25 May 2012.
- [25] Wikipedia. „Coupled mode theory.“ s Interneta. Wikipedia. The Free Encyclopedia. http://en.wikipedia.org/wiki/Coupled_mode_theory. 24.11.2021.
- [26] H. J. Liang i E. Cheever. „Wireless Energy Transfer Through Strongly Coupled Resonances.“ 2013.
- [27] M. Kiani i M. Ghovanloo. „The circuit theory behind coupled-mode magnetic resonance-based wireless power transmission.“ IEEE Transactions on Circuits and Systems . svez. 59. br. 9. str. 2065-2074. 2012.
- [28] A. Karalis. J. Joannopoulos i M. Soljačić. „Efficient wireless non-radiative mid-range energy transfer.“ Annals of physics. br. 323. str. 34-48. 2008.
- [29] H. A. Haus. „Coupling of modes - resonators and couplers“ u Waves and fields in optoelectronics. New Jersey. Prentice-Hall. str. 197-233. 1984.
- [30] „Two inductively coupled RLC circuits.“ Department of Electrical & Computer Engineering. Ben-Gurion University of the Negev. 2014.
- [31] R. C. Rumpf. „Coupled-Mode Theory. Lecture 5“. The University of Texas. El Paso. USA. 2014.
- [32] „Two inductively coupled RLC circuits.“ Department of Electrical & Computer Engineering. Ben-Gurion University of the Negev. 2014.
- [33] A. P. Sample. D. A. Meyer i J. R. Smith. „Analysis, experimental results, and range adaptation of magnetically coupled resonators for wireless power transfer.“ IEEE Transactions on Industrial Electronics 58(2). str. 544-554. 2011.
- [34] M. Joler. Predavanja iz kolegija Radiokomunikacije. Tehnički fakultet u Rijeci. Rijeka. 2012/2013
- [35] D. Pelz. „Eigenmodes and Eigenmode Solvers.“ s Interneta. [rfcurrent.com](http://www.rfcurrent.com/eigenmode-solvers). <http://www.rfcurrent.com/eigenmode-solvers>. 25.11.2014.
- [36] Wikipedia. „Coupling coefficient of resonators.“ s Interneta. Wikipedia. The Free Encyclopedia. http://en.wikipedia.org/wiki/Coupling_coefficient_of_resonators. 22.10.2014
- [37] V. V. Tyurnev. „Coupling coefficients of resonators in microwave filter theory“. Progress In Electromagnetics Research 21. str. 47-67. 2010.
- [38] Héctor Vázquez-Leal i dr.. „Chapter 1 - The Phenomenon of Wireless Energy Transfer: Experiments and Philosophy.“ u Wireless Power Transfer - Principles and Engineering Explorations. D. K. Y. Kim. Ur.. InTech. str. 1-19.. 2012.
- [34] Cambridge journals online. <http://journals.cambridge.org/action/displayJournal?jid=wpt>. (01.03.2022.)
- [35] Hui H. T.. "Decoupling methods for the mutual coupling effect in antenna arrays: a review". Recent Patents on Engineering. Vol. 1. No. 2. 187-193. 2007.

- [36] Kurs A., A. Karalis, R. Moffat, J. D. Joannopoulos, P. Fisher and M. Soljačić. „Wireless power transfer via strongly coupled magnetic resonances”. *Sci.*. Vol. 317. 83-86. 2007.
- [37] Haus, H. A. and W. Huang. “Coupled-mode theory”. *Proc. IEEE*. Vol. 79. No. 10. 1505-1518. 1991.
- [38] Lee J. and S. Nam. “Fundamental aspects of near-field coupling small antennas for wireless power transfer”. *IEEE Trans. Antennas Propag.*. Vol. 58. No. 12. 3442-3449. 2010.
- [39] Kahn W. K. and H. Kurss. “Minimum-scattering antennas”. *IEEE Trans. Antennas Propag.*. Vol. 13. No. 5. 671-675. 1965.
- [40] Wasyliwskyj W. and W. K. Kahn. “Scattering properties and mutual coupling of antennas with prescribed radiation
- [41] Dicke R. H.. “General microwave circuit theorems”. in *Principles of microwave circuits*. McGraw-Hill Book Company. Inc.. USA. 1948.
- [42] Andersen J. B. and R. G. Vaughan. “Transmitting, receiving and scattering properties of antennas.” *IEEE Antennas Propag. Mag.*. Vol. 45. 93–98. Aug. 2003.
- [43] Gately C., Jr. D. J. R. Stock. and B. R.-S. Cheo. “A network description for antenna problems”. *Proc. IEEE*. vol. 56. pp. 1181–1193. Jul. 1968.
- [44] Green R.. "Scattering from conjugate-matched antennas." *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. Vol.14. No.1. 17-21. Jan 1966.
- [45] Sample A., D. Yeager, P. Powledge, A. Mamishev, and J. Smith. “Design of an rfid-based battery-free programmable sensing platform”. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*. Vol. 57. No. 11. 2608 – 2615. 2008.
- [46] Imura T., T. Uchida, and Y. Hori. “Flexibility of contactless power transfer using magnetic resonance coupling to air gap and misalignment for EV.” *World Electric Vehicle Journal*. Vol. 3. 1-10. 2009.
- [47] Kurs A., A. Karalis, R. Moffat, J. D. Joannopoulos, P. Fisher and M. Soljačić. “Wireless power transfer via strongly coupled magnetic resonances”. *Sci.*. Vol. 317. 83-86. 2007.
- [48] Haus, H. A. and W. Huang. “Coupled-mode theory”. *Proc. IEEE*. Vol. 79. No. 10. 1505-1518. 1991.
- [49] Poljak, D.. *Teorija elektromagnetskih polja s primjenama u inženjerstvu*“. Školska knjiga Zagreb. 2014.
- [50] Tesche, F.M., Ianoz, M., Karlson, T. (1997) *EMC Analysis Methods and Computational Models*. Wiley Interscience, New York, USA. 1997.
- [51] Grcev, L., Dawalibi, F. (1990) *An Electromagnetic Model for Transients in Grounding Systems*. *IEEE Trans. Power Delivery*. No 4.. pp. 1773-1781. Oct. 1990.
- [52] IEC Technical Report. (2002) *Wind Turbine Generation System – 24: Lightning Protection*. TR61400-24 (2002).
- [53] IEA (1997) *Recommended practices for wind turbine testing and evaluation*. 9. *Lightning Protection for Wind Turbine Installations*. Ed. 1997 (1997).
- [54] Poljak, D., El-Khamlichi Drissi, K. (2012) *Electromagnetic Field Coupling to Overhead Wire Configurations: Antenna Model versus Transmission Line Approach*. *International Journal of Antennas and Propagation*. pp. 1 – 18. 2012.
- [55] Poljak, D. (2007) *Advanced Modeling in Computational Electromagnetic Compatibility*. John Wiley & Sons, New Jersey. SAD. 2007.
- [56] Poljak, D., Šesnić, S., Čavka, D., El-Khamlichi Drissi, K.. *On the Analysis of Vertical Straight Thin Wire Above a Lossy Ground – Analytical versus Numerical Solution*. *Proc. EMC Europe 2012*.. Sept. 2012.
- [57] Poljak, D., El-Khamlichi Drissi, K., Kerroum, K., Šesnić, S. (2011) *Comparison of analytical and boundary element modeling of electromagnetic field coupling to overhead and buried wires*. *Engineering analysis with boundary elements*. 35 (2011.). 3; 555.-563.
- [58] Poljak, D.. „Izloženost ljudi neionizirajućem zračenju“. Kigen Zagreb. 2006.

- [59] R.W.Y. Habash: *Electromagnetic Fields and Radiation*. Marcel Dekker. New York 2002.
- [60] International Commission on Non-Ionizing Radiation Protection (ICNIRP): *Guidelines for Limiting Exposure to Time-Varying Electric, Magnetic, and Electromagnetic Fields (up to 300 Ghz)*. *Health Phys.*, Vol. 74, 4. (1998) 494-522.
- [61] W. Kainz et al.. “Advances in computational human phantoms and their applications in biomedical engineering—A topical review.” *IEEE Trans. Radiat. Plasma Med. Sci.*, vol. 3, no. 1, pp. 1–23, Jan. 2019.
- [62] H. Zaidi and X. G. Xu. “Computational anthropomorphic models of the human anatomy: The path to realistic Monte Carlo modeling in radiological sciences.” *Annu. Rev. Biomed. Eng.*, vol. 9, pp. 471–500, 2007.
- [63] X. G. Xu and K. F. Eckerman. *Handbook of Anatomical Models For Radiation Dosimetry*. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, 2009.
- [64] I. G. Zubal, C. R. Harrell, E. O. Smith, Z. Rattner, G. Gindi, and P. B. Hoffer. “Computerized three-dimensional segmented human anatomy.” *Med. Phys.*, vol. 21, no. 2, pp. 299–302, 1994.
- [65] P. Dimbylow. “Induced current densities from low-frequency magnetic fields in a 2 mm resolution, anatomically realistic model of the body.” *Phys. Med. Biol.*, vol. 43, no. 2, pp. 221–230, 1998.
- [66] T. Nagaoka, S. Watanabe, K. Sakurai, E. Kunieda, M. Taki, and Y. Yamanaka. “Development of realistic high-resolution whole-body voxel models of Japanese adult males and females of average height and weight, and application of models to radio-frequency electromagnetic field dosimetry.” *Phys. Med. Biol.*, vol. 49, no. 1, pp. 1–15, 2004.
- [67] C. H. Kim, S. H. Choi, J. H. Jeong, C. Lee, and M. S. Chung. “HDRKMan: A whole-body voxel model based on high-resolution colour slice images of a Korean adult male cadaver.” *Phys. Med. Biol.*, vol. 53, no. 15, pp. 4093–4106, 2008.
- [68] D. Yu, M. Wang, and Q. Liu. “Development of Chinese reference man deformable surface phantom and its application to the influence of physique on electromagnetic dosimetry.” *Phys. Med. Biol.*, vol. 60, no. 17, pp. 6833–6846, 2015.
- [69] J. W. Massey and A. E. Yilmaz. “AustinMan and austinwoman: Highfidelity, anatomical voxel models developed from the VHP color images.” in *Proc. 38th Annu. Int. Conf. IEEE Eng. Med. Biol. Soc.*, 2016, pp. 3346–3349.
- [70] A. Christ et al.. “The virtual Family—Development of surface-based anatomical models of two adults and two children for dosimetric simulations.” *Phys. Med. Biol.*, vol. 55, no. 2, pp. N23–N38, 2010.
- [71] R. Cech, N. Leitgeb, and M. Pediaditis. “Fetal exposure to low frequency electric and magnetic fields.” *Phys. Med. Biol.*, vol. 52, no. 4, pp. 879–888, 2007.
- [72] T. Nagaoka, T. Togashi, K. Saito, M. Takahashi, K. Ito, and S. Watanabe. “An anatomically realistic whole-body pregnant-woman model and specific absorption rates for pregnant-woman exposure to electromagnetic plane waves from 10 MHz to 2 GHz.” *Phys. Med. Biol.*, vol. 52, no. 22, pp. 6731–6745, 2007.
- [73] E. Conil, A. Hadjem, F. Lacroux, M. F. Wong, and J. Wiart. “Variability analysis of SAR from 20 MHz to 2.4 GHz for different adult and child models using finite-difference time-domain.” *Phys. Med. Biol.*, vol. 53, no. 6, pp. 1511–1525, 2008.
- [74] T. Nagaoka, E. Kunieda, and S. Watanabe. “Proportion-corrected scaled voxel models for Japanese children and their application to the numerical dosimetry of specific absorption rate for frequencies from 30 MHz to 3 GHz.” *Phys. Med. Biol.*, vol. 53, no. 23, pp. 6695–6711, 2008.
- [75] T. Wu et al.. “Slice-based supine to standing postured deformation for Chinese anatomical models and the dosimetric results by wide band frequency electromagnetic field exposure: Morphing.” *Radiat. Protection Dosimetry*, vol. 154, no. 1, pp. 26–30, 2012.

- [76] G. Litjens et al.. “A survey on deep learning in medical image analysis.” *Med. Image Anal.*, vol. 42, pp. 60–88, 2017.
- [77] E. A. Rashed, J. Gomez-Tames, and A. Hirata. “Development of accurate human head models for personalized electromagnetic dosimetry using deep learning.” *NeuroImage*, vol. 202, 2019. Art. no. 116132.
- [78] L. Henschel, S. Conjeti, S. Estrada, K. Diers, B. Fischl, and M. Reuter. “Fastsurfer-a fast and accurate deep learning based neuroimaging pipeline.” *NeuroImage*, vol. 219, 2020. Art. no. 117012.
- [79] S. Gabriel, R. W. Lau, and C. Gabriel. “The dielectric properties of biological tissues: II. Measurements in the frequency range 10 Hz to 20 GHz.” *Phys. Med. Biol.*, vol. 41, no. 11, pp. 2251–2269, 1996.
- [80] A. Peyman, S. J. Holden, S. Watts, R. Perrott, and C. Gabriel. “Dielectric properties of porcine cerebrospinal tissues at microwave frequencies: In vivo, in vitro and systematic variation with age.” *Phys. Med. Biol.*, vol. 52, no. 8, pp. 2229–2245, Apr. 2007.
- [81] A. P. O’Rourke et al.. “Dielectric properties of human normal, malignant and cirrhotic liver tissue: In vivo and ex vivo measurements from 0.5 to 20 GHz using a precision open-ended coaxial probe.” *Phys. Med. Biol.*, vol. 52, no. 15, pp. 4707–4719, 2007.
- [82] G. Schmid, R. Ueberbacher, T. Samaras, M. Tschabitscher, and P. R. Mazal. “The dielectric properties of human pineal gland tissue and RF absorption due to wireless communication devices in the frequency range 400–1850 MHz.” *Phys. Med. Biol.*, vol. 52, no. 17, pp. 5457–5468, 2007.
- [83] G. Schmid and R. Überbacher. “Age dependence of dielectric properties of bovine brain and ocular tissues in the frequency range of 400 MHz to 18 GHz.” *Phys. Med. Biol.*, vol. 50, no. 19, pp. 4711–4720, 2005.
- [84] E. Pickwell, B. Cole, A. Fitzgerald, M. Pepper, and V. Wallace. “In vivo study of human skin using pulsed terahertz radiation.” *Phys. Med. Biol.*, vol. 49, no. 9, pp. 1595–1607, 2004.
- [85] S. Alekseev and M. Ziskin. “Human skin permittivity determined by millimeter wave reflection measurements.” *Bioelectromagnetics*, vol. 28, no. 5, pp. 331–339, 2007.
- [86] K. Sasaki et al.. “Dielectric property measurement of ocular tissues up to 110 GHz using 1 mm coaxial sensor.” *Phys. Med. Biol.*, vol. 60, no. 16, pp. 6273–6288, 2015.
- [87] K. Wake, K. Sasaki, and S. Watanabe. “Conductivities of epidermis, dermis, and subcutaneous tissue at intermediate frequencies.” *Phys. Med. Biol.*, vol. 61, no. 12, 2016. Art. no. 4376.
- [88] C. Gabriel, A. Peyman, and E. Grant. “Electrical conductivity of tissue at frequencies below 1 MHz.” *Phys. Med. Biol.*, vol. 54, no. 16, pp. 4863–4878, 2009.
- [89] King, R. W. P., Sandler, S. S., *Electric Fields and Currents Induced in Organs of the Human body When Exposed to ELF and VLF Electromagnetic Fields*, *Radio Sci.*, Vol. 31, pp. 1153-1167, Sept.-Oct. 1996.
- [90] King, R. W. P., *Fields and Currents in the Organs of the Human Body When Exposed to Power Lines and VLF Transmitters*, *IEEE Trans. Biomedical Eng.*, Vol. 45, No 4, pp. 520-530, April 1998.
- [91] ICNIRP Guidelines for Limiting Exposure to Time-Varying, Electric, Magnetic and Electromagnetic Fields (up to 300GHz), *Health Phys.*, Vol. 74, 4 (1998), 494-522
- [92] R. W. Y. Habash: *Electromagnetic Fields and Radiation*, Marcel Dekker, New York 2002.
- [93] D. Poljak: *Human Exposure to Electromagnetic Fields*, WIT Pres, Southampton-Boston 2003.
- [94] Poljak, D. Rashed, Y. The Boundary Element Modelling of the Human Body exposed to the ELF Electromagnetic Fields, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 26, pp 871-875, 2002.

- [95] D. Poljak. C. Y. Tham. N. Kovac, The Assessment of Human Exposure to Low Frequency and High Frequency Electromagnetic Fields Using the Boundary Element Analysis Engineering Analysis with Boundary Elements. 27 (2003.). 10; 999-1007.
- [96] D. Poljak, M. Cvetković, Human Interaction with Electromagnetic Fields, Elsevier, Academic Press, St. Louis, USA, 2019.
- [97] D. Poljak. V. Roje. Currents Induced in Human Body Exposed to the Power Line Electromagnetic Field Proc. 20th Annual Int. Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society / H. K. Chang (ur.). Hong Kong: The Institute of Electrical and Electronic Engineers. Inc. 1998. 375-378.
- [98] R. W. P. King. Fields and Currents in the Organs of the Human Body When Exposed to Power Lines and VLF Transmitters. IEEE Trans. Biomedical Eng.. Vol. 45. No 4. pp. 520-530. April 1998.
- [99] D. Poljak. C. Y. Tham. V. Roje. T. Zemunik. Parasitic Cylindrical Antenna Representation of the Human Body Exposed to the Low Frequency (LF) Electromagnetic Radiation. Millennium Conference on Antennas & Propagation. Davos. Switzerland. 9-14 April 2000.
- [100] S. Šesnić. D. Poljak. A. Peratt. Electromagnetic Modeling of the Human Body Exposed to Extremely Low Frequency (ELF) Electromagnetic Field. Proc SoftCOM 2005. Split. Sept. 2005.
- [101] Chiba. A.. Isaka. K.. Yokoi Y.. Nagata M.. Kitagav M.. Matsuo T.. Application of Finite Element Method to Analysis of Induced Current Densities Inside Human Model Exposed to 60Hz Electric Field. IEEE Trans. Power Apparatus and Systems. Vol. PAS-103. No. 7. pp 1895-1901. July 1984.
- [102] Gandhi. O. P. Chen. J. Y. Numerical Dosimetry at Power Line Frequencies Using Anatomically Based Models. Bioelectromagnetics Suppl. Vol. 1. pp. 43-60. 1992.
- [103] D. Poljak. A. Peratta. C. A. Brebbia. A 3D BEM Modelling of Human Exposure to Extremely Low Frequency (ELF) Electric Fields. Boundary Elements XXVII. pp. 441-451. Orlando. USA. March 2005.
- [104] G. Bit-Babik. A. Faraone: Compliance Distance of Bystanders from Mobile Antennas at Frequencies from 30MHz to 900MHz. Proc. EMC EUROPE 2002. pp. 449-452 Sorrento. Italy. Sept 2002.
- [105] S. Šesnić: Electromagnetic Modelling of the Human Body Exposed to Extremely Low Frequency (ELF) Electric Field. Mphil Thesis. Wessex Institute of Technology. Dec. 2004.
- [106] N. Kuster. Q. Balzano: Energy Absorption Mechanism by Biological Bodies in the Near Field of Dipole Antennas Above 300MHz. IEEE Trans. Vehicular Tech.. Vol. 41. No.1. Feb. 1992. pp. 17-23.
- [107] Pravilnik o zaštiti od elektromagnetskih polja. Narodne novine 204. prosinac 2003.
- [108] R. W. P. King: A Review of Analytically Determined Electric Fields and Currents Induced in the Human Body When Exposed to 50–60-Hz Electromagnetic Fields. IEEE Transaction on Antennas and Propagation. Vol. 52. No. 5. May 2004. pp. 1186-1192.
- [109] R. W. P. King. Electric Current and Electric Field Induced in the Human Body When Exposed to an Incident Electric Field Near the Resonant Frequency. IEEE Trans.
- [110] Yuan Q.. Y. Chen. L. Li. and K. Sawaya. “Numerical analysis on transmission efficiency of evanescent resonant coupling wireless power transfer system.” IEEE Trans. Antennas Propag.. Vol. 58. No. 5. 1751–1758. May 2010.
- [111] Yoon I. J. and H. Ling. “Investigation of near-field wireless power transfer in the presence of lossy dielectric materials”. IEEE Trans. Antennas Propag.. Vol. 61. No. 1. 482-488. 2013.
- [112] Lee J. and S. Nam. “Fundamental aspects of near-field coupling small antennas for wireless power transfer”. IEEE Trans. Antennas Propag.. Vol. 58. No. 12. 3442-3449. 2010.

- [113] Kim S., Ho. J.S., Poon. A.S.Y., "Wireless Power Transfer to Miniature Implants: Transmitter Optimization." *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. Vol.60. No.10. 4838-4845. Oct. 2012
- [114] Wireless Power Consortium. <http://www.wirelesspowerconsortium.com/>. (02.03.2021.)
- [115] Alliance for wireless power. <http://www.rezence.com/alliance/about-a4wp>. (02.03.2021.)
- [116] Christ A., Douglas. M.G., Roman. J.M., Cooper. E.B., Sample. A.P., Waters. B.H., Smith. J.R., Kuster. N., "Evaluation of Wireless Resonant Power Transfer Systems With Human Electromagnetic Exposure Limits." *IEEE Transactions on Electromagnetic compatibility*. Vol.55. No.2. 265.274. April 2013
- [117] Wageningen D. van and E. Waffenschmidt. "Maximum power transfer into space limited by ICNIRP recommendations". <http://www.wirelesspowerconsortium.com/technology/maximum-power-transfer-into-space.html>. (02.03.2021.)
- [118] Kuster N. and Q. Balzano. "Energy absorption mechanism by biological bodies in the near field of dipole antennas above 300 MHz." *IEEE Trans. Veh. Technol.*. Vol. 41. No. 1. 17–23. Feb. 1992.
- [119] ICNIRP. "Guidelines for limiting exposure to time-varying electric, magnetic and electromagnetic fields (up to 300 GHz)." *Health Phys.*. Vol. 74. 494–522. 1998.
- [120] Sample A., D. Yeager. P. Powledge. A. Mamishev. and J. Smith. "Design of an rfid-based battery-free programmable sensing platform". *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*. Vol. 57. No. 11. 2608 – 2615. 2008.
- [121] Christ A., W. Kainz. E. G. Hahn. K. Honegger. M. Zefferer. E. Neufeld. W. Rascher. R. Janka. W. Bautz. J. Chen. B. Kiefer. P. Schmitt. H.-P. Hollenbach. J. Shen. M. Oberle. D. Szczerba. A. Kam. J. W. Guag. and N. Kuster. "The virtual family development of surface-based anatomical models of two adults and two children for dosimetric simulations." *Phys. Med. Biol.*. Vol. 55. No. 2. pp. N23– N28. Jan. 2010.
- [122] Petra Rašić, Zoran Blažević, Dragan Poljak, Maja Škiljo, „A Simplified Analytical Model for Human Exposure to Electromagnetic Radiation of HF Wireless Power Transmitter“, *SpliTech 2022*.
- [123] Petra Rašić, Maja Škiljo, Zoran Blažević, Vicko Dorić, Dragan Poljak, „Simulation of Human Body Exposure to Near Field of High and Low RF Wireless Power Transfer Systems“, *IJEM 2020*.
- [124] Petra Rašić, Maja Škiljo, Zoran Blažević, Vicko Dorić, Dragan Poljak, „Simulation of Human Body Exposure to High and Low Frequency Wireless Power Transfer Systems using Simplified Models“, *SpliTech 2018*.
- [125] D. Poljak, C.A. Brebbia: *Boundary Elements for Electrical Engineers*, WIT Press, Southampton-Boston, 2005.