SVEUČILIŠTE U SPLITU FAKULTET ELEKTROTEHNIKE, STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DOKTORSKI STUDIJ ELEKTROTEHNIKE I INFORMACIJSKIH TEHNOLOGIJA

KVALIFIKACIJSKI DOKTORSKI ISPIT

Modeliranje povratnog udara u kanalu munje

Ljubomir Hrboka

Split, srpanj 2025.

Sadržaj

1. Uvod	1
2. Povijest istraživanja munja	2
3. Principi nastanka munja i njihova klasifikacija	6
3.1. Općenito o grmljavinskim olujama	6
3.1.1. Meteorološki uvjeti za nastanak oluja	6
3.1.2. Grmljavinski oblaci	7
3.1.3. Učestalost i distribucija munja u svijetu	7
3.1.4. Globalni električni krug	8
3.2. Električni naboji u oblaku	9
3.2.1. Načini razdvajanja naboja u oblaku	10
3.2.2. Prostorna i vremenska raspodjela naboja u oblacima	10
3.3. Klasifikacija munja prema uzrocima nastanka	13
3.4. Tipovi munja prema mjestu, smjeru i naboju	14
3.4.1. Pražnjenja između oblaka	15
3.4.2. CG negativna munja prema tlu (Downward Negative Lightning)	16
3.4.3. Pozitivna munja prema tlu (Downward Positive Lightning)	27
3.4.4. Munja iz tla prema oblaku (Upward Lightning)	28
3.4.5. Izazvana pražnjenja (Triggered Lightning)	29
4. Modeli povratnog udara	31
4.1. Općenito o parametrima povratnog udara	31
4.2. Klasifikacija modela povratnog udara	
4.2.1. Modeli dinamike plinova	36
4.2.2. Inženjerski modeli	
4.2.3. Modeli distribuiranih krugova	42
4.3. Elektromagnetski modeli	44
4.3.1. Savršeno vodljiva/otporna žica u zraku iznad tla	45
4.3.2. Žica iznad tla ugrađena u dielektrik ($\epsilon_r > 1$)	46
4.3.3. Žica iznad tla opterećena dodatnom raspodijeljenom serijskom induktivnošću u z	zraku
	50
4.4. Modeliranje struje u bazi kanala munje	50
5. Modeliranje tankožičane antene u frekvencijskom području	52
5.1. Tankožičana antena proizvoljnog oblika u slobodnom prostoru	52
5.2. Utjecaj konačno vodljive zemlje na raspodjelu struje na anteni	56
6. Zaključak	61
7. Literatura	62

Popis slika

Slika 3.1. Primjer shematskog modela životnog ciklusa grmljavinske oluje Slika 3.2. Godišnja raspodjela ukupne aktivnosti munja Slika 3.3. Pojednostavljena shema globalnog atmosferskog električnog kruga Slika 3.4. Izolirani grmljavinski oblak Slika 3.5. Konceptualni model raspodjele električnog naboja grmljavinske oluje Slika 3.6. Shematska idealizacija evolucije strukture naboja grmljavine Slika 3.7. Mehanizmi električnog nabijanja vulkanskog oblak Slika 3.8. Četiri osnovne vrste munja koje prenose električni naboj iz oblaka prema tlu Slika 3.9. Ukupno električno polje i histogrami pojave impulsa električnog polja Slika 3.10. Procesi pri CG silaznoj negativnoj munji Slika 3.11. Geometrija vertikalnog kanala izlomljenog predvodnika Slika 3.12. Valni oblici promjena električnog polja negativnog predvodnika Slika 3.13. Izračun električnog polja predvodnika Slika 3.14. Slika izlomljenog predvodnika s identifikacijom struktura grananja Slika 3.15. Faze procesa pričvršćivanja Slika 3.16. Primjer promjene kontinuirane struje Slika 3.17. Raspodjela trajanja M-komponenti Slika 3.18. Dio izmjerenog električnog polja za munju Slika 3.19. Shematski prikaz profila struje za tri načina prijenosa naboja u tlo Slika 3.20. Konceptualne konfiguracije električnog naboja unutar oblaka Slika 3.21. Uzlazna munja kao posljedica razvoja unutaroblačnog predvodnika Slika 3.22. Uzlazna munja kao posljedica CG pražnjenja Slika 3.23. Struktura za izazivanje munje i raspored senzora Slika 4.1. Parametri oblika strujnog vala Slika 4.2. Shematski prikaz načina na koji model simulira poprečni presjek kanala munje Slika 4.3. Aproksimativni prikaz eksperimentalnog oblika strujnog vala na nivou zemlje Slika 4.4. Brzine propagacije kanala (v) i strujnog vala (u) prema Dennis i Pierce Slika 4.5. Faze razvoje kanala povratnog udara Slika 4.6. Ubrizgana struja, struja korone i neto struja crvenom Slika 4.7. Ekvivalentni električni krug osnovnog elementa RLC prijenosne linije Slika 4.8. Prikaz naknadnog udara u DNUTL modelu Slika 4.9. Brzina propagacije frontalnog vala u ovisnosti o visini Slika 4.10. Strukturna geometrija kanala munje i CN Towera Slika 4.11. Geometrija vertikalne monopolne antene u prijamnom režimu Slika 4.12. Struja u kanalu kao funkcija vremena na različitim visinama iznad tla Slika 4.13. Valni oblik struje prema Heidlerovoj funkciji Slika 4.14. Usporedba Heidlerovih funkcija za različite vrijednosti parametara <u>Slika 5.1. Žičana antena proizvoljnog oblika u slobodnom prostoru</u> Slika 5.2. Diferencijal luka krivulje Slika 5.3. Žičana antena proizvoljnog oblika iznad konačno vodljive površine Slika 5.4. TM i TE polarizacija Slika 5.5. Aproksimacija kanala munje sa strujnim izvorom u bazi kanala

Popis tablica

Tablica 4.1. Broj udara po negativnom CG pražnjenju i postotak munja s jednim udaromTablica 4.2. Raspodjele vršnih struja munjeTablica 4.3. Usporedba vršnih struja povratnog udaraTablica 4.4. Opis parametara valnog oblika struje munjeTablica 4.5. Parametri objedinjeni iz različitih istraživačkih izvora

1. Uvod

Munje, pojava naglog pražnjenja atmosferskog električnoga naboja, pripadaju skupini očaravajućih prirodnih fenomena koji se javljaju u Zemljinoj atmosferi i znatno utječu na svakojake ljudske djelatnosti, od elektroenergetskih i telekomunikacija sustava pa do zračnog prometa i poljoprivrede. Iako su kumulonimbusi, gusti i tamni oblaci velikog vertikalnoga razvoja, uobičajena mjesta u kojima se javljaju munje, gdje god u atmosferi dođe do odvajanja dovoljne količine pozitivnog i negativnog naboja može se dogoditi pojava munja - bilo da se radi o stupcu pepela iz vulkana ili dimu uzrokovanom požarom golemih razmjera. Stvaranje munja posljedica je kompleksnih prirodnih procesa zasnovanih na elektromagnetizmu, termodinamici i mehanici fluida. Ako se u to uključi i dodatna složenost početnih parametara poput atmosferske dinamike, sastava atmosfere i raspodjele naboja, postaje jasno zašto nakon stoljeća znanstvenih istraživanja potpuno razumijevanje temeljnih mehanizama munja ostaje veliki izazov za znanstvenike.

Jedan od osnovnih aspekata istraživanja munja uključuje modeliranje kanala munje - fizičkog puta kojim se električna pražnjenja šire između oblaka i tla, unutar oblaka ili između oblaka – i to za vrijeme povratnog udara, najintenzivnijeg dijela pražnjenja. Ovaj kvalifikacijski rad donosi pregled različitih načina modeliranja kanala povratnog udara munje, uključujući prikaz modela dinamike plinova, inženjerskih, distribuiranih i elektromagnetskih modela, pri čemu je na ove posljednje stavljen poseban naglasak. Modeli dinamike plinova su kompleksni modeli koji pokušavaju detaljno opisati fizikalne procese unutar kanala munje, uključujući ionizaciju zraka, gibanje elektrona i dinamiku plazme. Inženjerski modeli, poput Bruce-Goldeova modela, temelje se na pojednostavljenim pretpostavkama i parametrima izvedenima iz eksperimentalnih mjerenja, što ih čini pogodnima za tehničke primjene gdje je važna računalna učinkovitost i robusnost. Modeli distribuiranih krugova predstavljaju kompromis između inženjerskih i elektromagnetskih modela, pri čemu je kanal munje opisan kao lanac međusobno povezanih RLC elemenata, čime je uzeta u obzir prostorna raspodjela parametara. Elektromagnetski modeli temelje se izravno na rješavanju Maxwellovih jednadžbi, pa bi trebali omogućiti najviši stupanj točnosti. Sve veća osjetljivost moderne tehnologije na elektromagnetske smetnje, osobito u kontekstu obnovljivih izvora energije, električnih vozila i satelitske komunikacije, dodatno naglašava potrebu za preciznim i računalno optimiziranim modelima kanala munje. U tom smislu, suvremeni pristupi u modeliranju kanala munje pokušavaju pomiriti fizičku točnost s numeričkom izvedivošću, a upravo su elektromagnetski modeli ti koji povezuju teorijsku fiziku s konkretnim inženjerskim rješenjima.

Prvo poglavlje ovog rada je uvodno. U drugom poglavlju dan je kratki pregled povijesti istraživanja munja. Treće poglavlje donosi osnovne fizikalne principe nastanka munja i njihovu klasifikaciju, pri čemu se razlikuju različiti tipovi munja prema smjeru gibanja kanala (silazne i uzlazne munje), polaritetu (pozitivne i negativne), kao i prema lokaciji pražnjenja (unutar oblaka ili između oblaka i tla).. Četvrto poglavlje se bavi sistematizacijom modela kanala munja i valnim oblikom struje u bazi kanala munje. Peto poglavlje je usmjereno na analizu elektromagnetskog modeliranja tankožičanih vodiča u frekvencijskom području, s naglaskom na Pocklingtonovu integralnu jednadžbu i metode njenog rješavanja. Ovaj segment rada ima važnu ulogu u razumijevanju ponašanja elektromagnetskog zračenja iz realnih kanala munje, koji često imaju zakrivljen i vremenski promjenjiv oblik, a što se u mnogim postojećim modelima zanemaruje.

2. Povijest istraživanja munja

Najveći dio ljudske povijesti munje i gromovi su bili tumačeni kroz mitologiju, kao namjerni činovi bogova. S jedne strane te prirodne pojave su bile zastrašujuće, ali s druge strane, nadnaravna tumačenja su ljudima bila donekle umirujuća jer su im sugerirala da nebom upravlja neko svjesno biće, a ne kaos. Božanstva munja i gromova uživala su silno strahopoštovanje među ljudima, ponajprije zato jer su same prirodne pojave bljeska munje i tutnjave groma djelovale kao nadnaravno očitovanje moći. Upravo zato su svi ti mitološki gromovnici, od grčkog boga Zeusa, rimskog Jupitera, slavenskog Peruna ili nordijskog Thora, pa sve do hinduističkog boga Indre ili kineskog boga Leigonga, redom bili ili vrhovna mitološka bića ili hijerarhijski pri samom vrhu. Je li pojedini gromovnik zauzeo prijestolje vrhovnog vladara ili pak ostao sudac-izvršitelj božanske volje, ovisilo je o tome kako je pojedina kultura odmjeravala fizički strah i divljenje prema prirodnim silama naspram praktične ovisnosti o kiši i usjevima te vlastitoj teološkoj hijerarhiji i političkoj ideologiji.

Ali, čak i u antičkim vremenima, bilo je mislilaca koji su se odmaknuli od mitoloških objašnjenja. Tako Aristotel objašnjava grmljavinu i munju¹ kroz dvije vrste "izdaha" u atmosferi – vlažni i suhi izdah. Njegovo objašnjenje je kako se vlažni izdah kondenzira te postaje hladan na gornjoj granici oblaka jer je to mjesto gdje toplina napušta oblake. Ukoliko se u tom procesu zateknu džepovi zarobljenog suhog izdaha, oni bivaju istisnuti prema dolje velikom brzinom te taj suhi vrući izdah udara u susjedne guste oblake rezultirajući tutnjavom koju nazivamo grmljavinom. Ovisno o nepravilnostima u gustoći oblaka i neravnomjerno raspoređenim šupljinama dolazi do varijacija u visini tona. Prilikom istiskanja dolazi do zapaljenja vrućeg izdaha koji onda izgara i zasja na kratko, a taj kratki bljesak se zove munja. Pri tome Aristotel špekulira kako "munja nastaje nakon grmljavine, iako je vidimo ranije jer je vid brži od sluha."

Početkom Nove ere, na drugom kraju svijeta, kineski filozof i mislilac Wang Chong² konstatira da munje i gromovi nisu znak da su nebesa nezadovoljna pojedincima i da predstavljaju božju kaznu, jer bi u suprotnom munja ubila samo prokletnika, a ne bi uništavala i nežive stvari poput kuća ili spaljivala stabla.

Od latinskih i islamskih filozofa do kineskih dvorskih astronoma, mnogi su na temelju Aristotelove teorije "vatrenog izdaha" i vlastitih opažanja nastojali sistematizirati pojavu munje, bilježiti njezinu sezonalnost, jačinu i razornu moć. Seviljski nadbiskup Izidor od Sevilje u svom djelu Etimologija³ iz 7. stoljeća, ponavljajući Aristotelove riječi, piše da "zbog svog sjaja, munja dopire do očiju prije nego grmljavina do ušiju". Poznati islamski filozof i liječnik iz 11. stoljeća, otac moderne medicine Ibn Sina, u Europi poznatiji kao Avicenna, u svojim djelima kaže da postoje četiri uzroka munja⁴: sudar dvaju oblaka koji ispuštaju vatru poput dvaju kamena koji ispuštaju iskre; trljanje dvaju oblaka koje, poput trljanja dvaju komada drva, uzrokuje vatru; gašenjem vatre vlagom oblaka što uzrokuje iskre baš kao kad kovač stavlja vruće željezo u vodu; stiskanjem oblaka koji sadrže vatru što uzrokuje izlazak vatre baš kao što stiskanje spužve tjera vodu unutra da iscuri vani.

Hinduistički mislilac i astronom Varahamihira iz 6. stoljeća u svojoj enciklopediji Brhat Samhita⁵ piše o munjama, ali i donosi detaljna zapažanja i prognoze vremenskih obrazaca, oborina te prirodnih pojava poput grmljavine, potresa i oluja.

¹ Aristotel, Meteorologica, 340 B.C., knjiga II.8.

² Zhang, Daile. "The legacy of the Chinese lightning and thunder gods", 2022.

³ Isidoro de Sevilla, Etymologiae, 630.

⁴ Seyyed Hossein Nasr, "An Introduction to Islamic Cosmological Doctrines", 1978.

⁵ Brhat Samhita enciklpoedija na Sanskritu 6. stoljeće

Zakariya al-Qazwini, srednjovjekovni astronom i geograf, u svom djelu o čudima stvaranja⁶ kaže da " ... munja može rastopiti željezo na vratima bez oštećenja drva, i može rastopiti zlato u tepihu bez oštećenja tepiha, i može pogoditi vodu i spaliti ribu u njoj, ili pogoditi planinu i rascijepiti je". Također, ponavlja da se munja i grom stvaraju zajedno, ali se munja vidi prije nego se grom čuje, uspoređujući to s valjačem koji udara vunenu tkaninu i čiji udarac udaljeni promatrač prvo vidi, pa tek nakon nekog vremena čuje.

Kineski znanstvenik i državnik Shen Kuo opisuje udar munje u kuću⁷ jednog stanovnika Kine, pri čemu su se srebreno posuđe i čelični mač otopili, ali su lakirane posude i drveni dijelovi kuće ostali netaknuti. Pri tome zaključuje:

"Većina ljudi prosuđuje stvari samo prema iskustvima iz svakodnevnog života, ali činjenica je da postoji niz pojava izvan tog okvira. O, kako je nesigurno istraživati zakonitosti prirode oslanjajući se samo na opće znanje i vlastite predodžbe!"

U ranom novom vijeku pojavljuju se istraživači koji raskidaju s pretežno skolastičkim tumačenjima prirode i, potaknuti eksperimentima, mjerenjima i matematičkom analizom, postavljaju temelje moderne znanosti.

William Gilbert⁸ (1544.–1603.), inače liječnik kraljice Elizabete I i kralja Jamesa I, u djelu De magnete prvi je pokazao da se Zemlja ponaša kao golemi magnet te je, eksperimentirajući s malim magnetiziranim globusom (terrella), objasnio zašto igla kompasa pokazuje prema sjeveru. U istom je djelu skovao i pridjev electricus, temelj riječi kojim će se u buduće služiti istraživači elektriciteta. Zbog sustavnog korištenja pokusa i razlikovanja magnetskih od "električnih" privlačenja, povjesničari ga danas nazivaju ocem geomagnetizma i ranim utemeljiteljem eksperimentalne fizike, a posebno je vrijedna spomena njegova izjava:

"Što se tiče objašnjenja uzroka magnetskih gibanja koja filozofske škole svode na četiri elementa i njihova temeljna svojstva, takve rasprave ćemo ostaviti žoharima i moljcima da se njima hrane."⁹

Otto von Guericke (1602.–1686.), inženjer iz Magdeburga, oko 1663. konstruira sumporni globus promjera gotovo pola metra. Rastaljeni sumpor ulio je u sferni kalup i postavio kuglu na ručku te pokazao da trenjem rukom globus privlači pero i daje iskre vidljive u mraku. Von Guericke je zabilježio da u kugli postoji zvučna sila (kada se prinese uhu, u njoj se čuju šumovi ili praskovi) te svijetleća sila (vidi se u zamračenoj prostoriji)¹⁰.

Nove ideje i otkrića postupno su mijenjala svijet. Znanstvenici su, korak po korak, dolazili do novih spoznaja što je otvaralo put razumijevanju elektriciteta. Tako, primjerice, francuski fizičar Jean-Antoine Nollet, čovjek koji je u Francuskoj popularizirao tek otkrivenu leidensku bocu, kondenzator napravljen od staklene posude, u svojim lekcijama eksperimentalne fizike¹¹ u poglavlju o munjama i gromovima piše:

"Kad bi netko, na primjer, dobro promišljenom usporedbom fenomena pokušao dokazati da je grmljavina u rukama prirode isto ono što je elektricitet u našima ... priznajem da bi me ta ideja, kad bi bila dobro oblikovana, jako zadovoljila; ... Sve ove analogije o kojima već neko vrijeme razmišljam, počinju me navoditi na pomisao da bi se, uzimajući elektricitet kao model, mogle formirati ideje o grmljavini i munji koje su jednostavnije i uvjerljivije od svega što je do sada zamišljeno."

⁶ Zakarīyā Ibn Muḥammad al-Qazwīnī, "The Wonders of Creation", 13. stoljeće

⁷ Needham, Joseph. "Science and Civilization in China" Vol 3., 1959.

⁸ Stephen Pumfrey and David Tilley, "William Gilbert: forgotten genius." Physics World 16.11 (2003)

⁹ Gilbert, William. De magnete, 1600.

¹⁰ Von Guericke, Otto. "Experimenta nova (ut vocantur) Magdeburgica de Vacuo Spatio", 17. stoljeće

¹¹ Jean Antoine Nollet, "Leçons de physique expérimentale", 1746, p.315-316

Godinu dana nakon ovih Nolettovih riječi, američki erudit Benjamin Franklin izvodi svoje prve eksperimente s elektricitetom. Od 1747. do 1750. godine Franklin šalje pet formalnih pisama¹² članu Londonskog kraljevskog društva Peteru Collinsonu u kojima opisuje navedene eksperimente.

U prvom pismu Franklin opisuje važnost oštrih vrhova za privlačenje elektriciteta. U drugom pismu navodi kako se, pri eksperimentu puštanja struje iz leidenske boce kroz zlatni premaz na knjizi, "…pojavio živi plamen, poput najoštrije munje". U trećem pismu prvi put spominje punjenje i pražnjenje, te opisuje serijsko spajanje nekoliko kondenzatora kako bi se povećao kapacitet.

Četvrto pismo¹³ datirano je 29.4.1749. U njemu Franklin opisuje nastanak munja te uvodi pojam električnog pražnjenja na daljinu:

"Kad je cijev topa u električnom pokusu slabo napunjena električnom "vatrom", moraš joj zglobom prsta prići gotovo sasvim blizu da bi iz nje iskočila iskra. Povećaš li naboj, iskra preskoči s veće udaljenosti; spojiš li dvije jednako naelektrizirane cijevi, udaljenost još poraste. Ako, dakle, dvije cijevi mogu "pucnuti" i na pet centimetara te pritom odjeknuti glasno, na kolikoj tek udaljenosti može bljesnuti oblak velik 10 000 jutara i ispustiti svoj naboj – i koliko će tek zaglušujuć biti taj prasak!"

Također, povezujući prethodna iskustva o važnosti oštrih vrhova, daje prvu uputu za zaštitu za vrijeme grmljavine: "Stoga je opasno skloniti se pod drvo za vrijeme grmljavine".

U petom pismu¹⁴ poslanom dana 29.7.1750. Franklin između ostalog predlaže eksperiment sa stražarskom kućicom i željeznom šipkom. Svrha eksperimenta je "… kako bi se odgovorilo na pitanje jesu li oblaci koji sadrže munje naelektrizirani ili ne …".

Franklinova pisma dolaze do Georges-Louis Leclerca, grofa od Buffona, velikog rivala¹⁵ ranije spomenutog Jean-Antoine Nolleta. Njihov međusobni sukob bio je dio šireg filozofskog raskola između spiritualističkog i racionalističkog tumačenja prirode. Grof od Buffona, predstavnik vitalizma, smatrao je da živa bića posjeduju posebnu "životnu silu" koja ih razlikuje od nežive materije i ne može se objasniti isključivo fizičko-mehaničkim zakonima. Nasuprot tome, Nollet je bio štićenik René-Antoine Ferchault de Réaumura, koji je zastupao kartezijanski mehanicizam prema kojem se i živi organizmi mogu u potpunosti razumjeti kroz mehaničke procese, kao složeni strojevi.

Grof od Buffona vidio je priliku da iskoristi Franklinovu teoriju kako bi napadom na Nolleta posredno nanio štetu svom glavnom protivniku - de Réaumuru. Daje Franklinova pisma Thomas-Françoisu Dalibardu na prijevod na francuski jezik te ih predstavlja kralju Louisu XV. Kraljevo oduševljenje inspirira Dalibarda da pokuša Franklinov predloženi eksperiment sa stražarskom kućicom. Prema uputama iz Franklinovog pisma postavio je u jednom vrtu u selu Marly-la-Ville željeznu šipku visoku oko 12 metara i izoliranu od tla, te dao jednom pomoćniku, umirovljenom francuskom vojniku, upute da čeka grmljavinsko nevrijeme te da željeznoj šipki približi mjedenu žicu sa staklenom drškom. Dana 10. svibnja 1752., dok je oluja prolazila iznad sela, uspješno su dobivene iskre iz željezne šipke prema mjedenoj žici.

Osim što su potvrdili Franklinovu teoriju, Buffon i Dalibard su u kratkom povijesnom uvodu koji su priložili uz svoj prijevod Franklinove knjige u potpunosti su zanemarili sav Nolletov rad. Kada je Dalibard, 13. svibnja 1752., pred Francuskom akademijom znanosti pročitao izvještaj o eksperimentu sa stražarskom kućicom, Nollet je, kao tada utjecajan član Akademije, odlučio zadržati rezultate i spriječiti njihovu službenu objavu. Godinu dana nakon, Nollet je objavio seriju pisama u kojima je

¹² Krider, E. Philip. "Benjamin Franklin and lightning rods." Physics Today 59.1 (2006): 42-48.

¹³ Benjamin Franklin, "Letter 4 to Mr. P. Collinson, of London, F. R. S.", 1749.

¹⁴ Benjamin Franklin, "Additional papers to Mr. Peter Collinson, F.R.S. London", 1750.

¹⁵ Riskin, Jessica. "Poor Richard's Leyden Jar: Electricity and Economy in Franklinist France." Historical studies in the physical and biological sciences 28.2 (1998): 301-336.

napadao eksperimente izložene u Franklinovim pismima i tako je, u konačnici, direktno napadao ideju koja je izvorno bila njegova – da su munja i elektricitet iz leidenske boce dio iste prirodne pojave.

Sam Franklin je, zahvaljujući ovom sukobu koji je iz područja tumačenja elektriciteta prešao u sferu tumačenja prirode, u Francuskoj stekao veliku popularnost koja mu je dosta koristila u njegovim budućim državničkim posjetima.

Vrijedno je napomenuti da Franklin u svojim eksperimentima nije uzeo u obzir mogućnost da munja udari izravno u željeznu šipku. Takav udar munje bi, gotovo sigurno, bio smrtonosan za izvođača eksperimenta. Svi koji su provodili ove eksperimente bili su izloženi velikoj opasnosti, ali poznat je samo jedan zabilježeni slučaj u kojem je munja zaista izravno udarila u metalnu šipku tijekom izvođenja pokusa. Bilo je to 6.8.1753. u Sankt-Peterburgu¹⁶ kada je rusko-njemački fizičar Georg Wilhelm Richmann smrtno stradao iako navodno nije niti bio u fizičkom kontaktu sa šipkom.

¹⁶ Heilbron, J. L., "Electricity in the 17th and 18th centuries: A study of early modern physics", Univ of California Press, 1979

3. Principi nastanka munja i njihova klasifikacija

Munja se može definirati kao kratkotrajno, snažno električno pražnjenje u atmosferi. Struja pražnjenja doseže desetke tisuća ampera, a duljina na kojoj se odvija pražnjenje može se protezati na više kilometara. To pražnjenje predstavlja jednu od najsnažnijih prirodnih manifestacija električne energije. Munje nastaju kao rezultat složenih električnih procesa unutar grmljavinskih oblaka (kumulonimbusa) u kojima dolazi do razdvajanja električnih naboja između različitih dijelova oblaka, te između oblaka i tla. Ukoliko se za to stvore uvjeti, dolazi do naglog pražnjenja atmosferskog električnoga naboja koncentriranog u oblacima, praćenog intenzivnim bljeskovima svjetlosti i snažnim zvučnim udarima koje nazivamo gromovima. Gromovi nastaju uslijed eksplozivnog širenja zraka zagrijanog munjama.

Ovo poglavlje bavi se tim složenim procesima raspodjele električnog naboja unutar grmljavinskih oblaka, nastanka električnog pražnjenja te različitih oblika i ponašanja munja. Poseban naglasak stavljen je na fizikalne osnove navedenih pojava, te razvoj električnog pražnjenja kroz pojedine faze (izlomljeni predvodnik, povratni udar, naknadni procesi ...). Munje su klasificirane prema prema smjeru i polaritetu struje. Također je analizirana uloga munja u globalnom električnom sustavu Zemlje (globalni električni krug).

3.1. Općenito o grmljavinskim olujama

U uvjetima atmosferskih nestabilnosti, kada topli i vlažni zrak u nižim slojevima dolazi u kontakt s hladnijim zrakom u višim slojevima troposfere, može doći do stvaranja visokih grmljavinskih oblaka. U takvim strukturama stvaraju se fizikalni uvjeti za razdvajanje nabijenih čestica te pojavu električnih pražnjenja u obliku munja. Prostorna distribucija i učestalost grmljavinskih oluja nije ravnomjerna jer ovisi o geografskim, sezonskim i klimatskim uvjetima, pri čemu su tropska područja su znatno aktivnija u odnosu na umjereni Zemljin pojas.

3.1.1. Meteorološki uvjeti za nastanak oluja

Na formiranje grmljavinskog nevremena i razvoj munja utječu specifični meteorološki uvjeti te kompleksni procesi u atmosferi uslijed kojih u oblacima dolazi do pojave razdvajanja područja s pozitivno i negativno nabijenim česticama. Veliki utjecaj na vjerojatnost razvoja grmljavinskih oluja ima relativna vlažnost zraka u donjoj i srednjoj troposferi [1,2]. Pokazalo se da, čak i kada je konvektivna raspoloživa potencijalna energija (CAPE) visoka, ako je srednja relativna vlažnost u sloju 850–500 hPa manja od 50 %, učestalost pojave munja opada ispod 15 %.

Glavni faktor koji doprinosi razdvajanju naboja u grmljavinskim oblacima je neinduktivno nabijanje čestica [3,] koje se događa u sudarima između zrnastih čestica (meka tuča) i kristala leda u prisutnosti pothlađene vode. Procesi [4] poput kozmičkog zračenja i radioaktivnosti, koronskog pražnjenja i fotoionizacije, u atmosferi uzrokuju stvaranje pozitivnih i negativnih parova iona koji se zatim prenose na zrnate čestice ili kristale leda u oblacima. Zbog djelovanja gravitacije i promjene vertikalne brzine vjetra dolazi do daljnjeg pomaka čestica i prijenosa naboja u druga područja u oblaku. Osim navedenog neinduktivnog nabijanja čestica, dodatan faktor razdvajanja naboja može predstavljati i induktivno nabijanje čestica [5] pri kojem se kišne kapi polariziraju u vertikalnom električnom polu kakvo postoji u atmosferi. Stalan razvoj znanosti, uz primjenu naprednih tehnologija za detekciju i lociranje munja [6,7], omogućio je znatno preciznije praćenje, analizu i predviđanje razvoja grmljavinskih pojava.

3.1.2. Grmljavinski oblaci

Grmljavinski oblaci razvijaju se iz malih kumulusa, tzv. oblaka lijepog vremena, koji nastaju uzdizanjem toplog i vlažnog zraka. Tijekom uzdizanja, zrak se hladi adijabatskim širenjem, odnosno bez izmjene topline ili mase s okolinom. Kada relativna vlažnost unutar uzlazne zračne mase premaši razinu zasićenja, vodena para počinje kondenzirati na aerosolnim česticama prisutnima u zraku, pri čemu se formiraju brojne sitne kapljice koje čine vidljivi oblak. Visina na kojoj započinje kondenzacija određuje visinu baze oblaka i povećava se sa smanjenjem relativne vlažnosti zraka pri tlu.

Kumulonimbusi [8] su veliki debeli i gusti oblaci odgovorni za razvoj intenzivnih vremenskih pojava kao što su obilni pljuskovi, munje, tuče te jaki udari vjetra i tornada. Ubrajaju se u konvekcijske oblake te se uzdižu vertikalno u vis, ponekad i iznad 10 km. Pojava munja u oblacima automatski označava da se radi o kumulonimbusima, jer su to jedini oblaci koji proizvode munje. Za razliku od ostalih kišnih oblaka, baze kumulonimbusa često su obilježene izraženim kišnim stupcima (*eng. rainshafts*), po čemu ih se može vizualno razlikovati od ostalih oblaka čak i kada munje u njima nisu izravno opažene.

Postanak grmljavinske oluje prikazan je na (Sl. 3.1.) Grmljavinski oblak se počinje razvijati (Sl. 3.1.a) u uvjetima u kojima s promjenom visine u sloju zraka koji okružuje oblak dolazi do promjene brzine i smjera vjetra. U zreloj fazi (Sl 3.1.b) dolazi do velikih uzlaznih i silaznih strujanja, te se javljaju munje i kiša. U fazi disipacije (Sl 3.1.c) prevladavaju silazna strujanja te se fronta vjetra raspoređuje ispred oluje.



Sl. 3.1. Primjer shematskog modela životnog ciklusa grmljavinske oluje (prilagođeno iz [9])

3.1.3. Učestalost i distribucija munja u svijetu

Procjene globalnih učestalosti munja su otprilike 1,4 milijardi bljeskova godišnje, što čini otprilike 44 bljeska u sekundi [10]. Pri tome je omjer munja nad kopnenom površinom Zemlje u odnosu na vodenu površinu otprilike 10:1, a većina globalnih munja (75-91%) pojavljuje se između 30° južne i 30° sjeverne geografske širine (Sl. 3.2.). Mjesto Kamembe u Ruandi je mjesto s najvećim brojem detekcija munja i u prosjeku godišnje ima 221 grmljavinski dan, a godišnji prosjek detektiranih bljeskova prelazi 80 po kilometru kvadratnom.



Sl. 3.2. Godišnja raspodjela ukupne aktivnosti munja (u jedinicama broja bljeskova po km² godišnje)

3.1.4. Globalni električni krug

Zemlja i njezina ionosfera ponašaju se poput ploča ogromnog sfernog kondenzatora koji polako propušta naboj. Na visinama iznad 50km u ionosferi dominiraju uvjeti vodljivosti izazvani utjecajem solarne aktivnosti i ostalog kozmičkog zračenja [11]. Zemljina površina je poznata kao dobar vodič, primjerice vapnenac i glina imaju prosječnu vodljivost od 10⁻² Sm⁻¹ [12]. Zbog ionizacije koju uzrokuju galaktičke kozmičke zrake i zemaljski radioaktivni izvori, Zemljina atmosfera je slabo električno vodljiva i predstavlja vrlo dobar, ali ne i idealan izolator (nesavršeni dielektrik) [13] s vodljivosti od otprilike 10⁻¹⁴ Sm⁻¹ uz zemljinu površinu [14]. Prema ovom modelu [13], Zemljina površina je negativno nabijena s ukupnom vrijednošću naboja od otprilike 5×10⁶ C, dok je jednaka količina pozitivnog naboja raspoređena po cijeloj atmosferi. Kako je Zemljina atmosfera slabo vodljiva, kada ne bi bilo nekog mehanizma generiranja, brzo bi došlo do neutralizacije naboja. Taj mehanizam je prepoznat upravo u grmljavinskim oblacima.

Globalne oluje s grmljavinom i grmljavinski oblaci djeluju kao globalni električni generatori koji dovode do razdvajanja električnog naboja u atmosferi i struja usmjerenih prema gore (eng. upward current), te tako dolazi do razlike električnog potencijala od oko 250-300 kV između Zemljine površine i područja donje ionosfere na približno 50 km nadmorske visine [15]. Koncentracija atmosferskih iona, zajedno s navedenom razlikom potencijala između površine i ionosfere, omogućuje vertikalnu gustoću vodljive struje reda veličine 1pAm⁻². Ta struja (Sl. 3.3.a) teče u svim područjima lijepog vremena (*eng. fair weather*) diljem svijeta, zatvarajući globalni atmosferski električni krug, čiji je koncept predložio Wilson [16].



Sl. 3.3. a)Pojednostavljena shema globalnog atmosferskog električnog kruga [prilagođeno iz 14] b) Inženjerski model globalnog električnog kruga, Markson, 1978. [prilagođeno iz 16] c) Inženjerski model globalnog električnog kruga Rycroft et al. [prilagođeno iz 18]

Markson je 1978 osmislio inženjerski električni model strujnog kruga (Sl. 3.3.b.), koji je izvorno uključivao samo otpornike [17]. Moderniji i realističniji model (Sl. 3.3.c.) koji osim otpornika uključuje i kondenzatore razvili su Rycroft i ostali [18].

3.2. Električni naboji u oblaku

Primarni izazov u razjašnjavanju mehanizama razdvajanja naboja grmljavinskih oblaka proizlazi iz njihovih velikih volumena, strukturne složenosti i prolazne prirode tih atmosferskih sustava. Sveobuhvatno razumijevanje tih mehanizama bi zahtijevalo istovremenu analizu, kako na makroskopskoj razini cijelog sustava, tako i na mikroskopskoj razini u svakom pojedinom dijelu volumena. Električno ponašanje grmljavinskih oblaka usko je povezano s dinamikom njihova kretanja i njihovim mikrofizičkim svojstvima, a posebno s raspodjelama, karakteristikama i interakcijama tzv. hidrometeora - čestica oborina, kapljica u oblaku, kristala leda i drugih zrnatih čestica unutar njihova okruženja.

3.2.1. Načini razdvajanja naboja u oblaku

Laboratorijske i numeričke simulacije, te teorijsko modeliranje potencijalnih procesa električnog nabijanja grmljavinskih oblaka bili su korisni za procjenu različitih hipoteza, ali, u konačnici, za svaku pojedinu realnu situaciju, uvijek je na djelu niz specifičnih mehanizama. Tako Sartor [19] pokazuje da je koalescencija kapljica vode koje padaju kroz mineralno ulje i kapljica vode suspendiranih u zraku funkcija jakosti primijenjenog električnog polja, čime se sugerira učinkovit proces naboja kapljica i predlaže ga se kao hipotezu za električno nabijanje oblaka i grmljavine.

Sounders [20] općenito dijeli procese električnog nabijanja u dvije glavne kategorije:

- a) konvektivni procesi, u kojima se električki nabijene čestice hvatanjem iona prenose konvekcijskim strujanjima, čime doprinose jačanju električnog polja unutar oblaka, i
- b) procesi međudjelovanja čestica, pri čemu dolazi do prijenosa naboja tijekom sudara ili bliskih interakcija između različitih vrsta čestica.

Nakon prijenosa naboja, uzlazna strujanja razmiču suprotno nabijene čestice, što dovodi do formiranja grupiranja različitih naboja u oblaku. Procesi iz skupine (b) nadalje se klasificiraju na induktivne mehanizme, koji ovise o prethodno postojećem električnom polju, i neinduktivne mehanizme, koji djeluju i bez početnog električnog polja.

Sun i ostali [21] razvijaju numeričke modele koji uključuju mikrofiziku oblaka i mehanizme električnog nabijanja te uspješno reproduciraju uočene karakteristike grmljavinske oluje i pokazuju da procesi električnog nabijanja mogu značajno promijeniti konačne brzine hidrometeora i prijenos mase među česticama.

Altaratz i ostali [22] provode simulacije razdvajanja naboja i razvoja električnog polja u grmljavinskim oblacima do trenutka nastanka munje, primjenom numeričkog modela koji uključuje isključivo neinduktivni mehanizam prijenosa naboja između zrnastih čestica i leda, pri čemu su uspoređene dvije različite formulacije tog mehanizma.

Mansell i ostali [23] provode simulaciju koja pokazuje da neinduktivno razdvajanje naboja u visinama u grmljavinskom oblaku može dovoljno pojačati glavni negativni naboj te proizvesti negativne munje od oblaka prema zemlji čak i prije nego što započnu munje među oblacima na većim visinama.

3.2.2. Prostorna i vremenska raspodjela naboja u oblacima

S razvojem mjernih tehnologija, studije su sve češće koristile instrumentalne zrakoplove i balone za istraživanje unutrašnjosti oluja, višestruke radarske sustave za mjerenje intenziteta i brzine oborina te mreže instrumenata na tlu za registraciju meteoroloških i električnih parametara.

Krehbiel [24] navodi da unutrašnjost oluje sadrži bipolarnu raspodjelu naboja koja se sastoji od pozitivnog naboja u gornjem dijelu oblaka i negativnog naboja ispod pozitivnog. Te dominantne akumulacije naboja u oluji i naziva "gornji pozitivni" i "glavni negativni" naboj (Sl. 3.4.).



Sl. 3.4. Izolirani grmljavinski oblak iznad laboratorija Langmuir u središnjem Novom Meksiku i rudimentarna slika raspodjele električnog naboja unutar i oko grmljavinskog oblaka [24]

Kitagawa i Michimoto [25] pokazali su da oblaci tijekom faze razvoja poprimaju dipolnu električnu strukturu, dok u fazi zrelosti prelaze u tripolnu konfiguraciju. Razdoblje u kojem su istovremeno prisutne dipolna i tripolna struktura vrlo je kratko i obično traje kraće od 10 minuta na početku ili kraju zime, te kraće od nekoliko minuta tijekom njezina središnjeg dijela, budući da zrnaste čestice, koje nose glavni negativni naboj i niži pozitivni naboj, nisu stacionarne unutar oblaka, već se ubrzano talože. Tijekom preostalog, znatno duljeg dijela životnog ciklusa oblaka, u električnoj strukturi prevladava pozitivni naboj.

Novija istraživanja ukazuju na složeniju prostornu raspodjelu električnog naboja unutar grmljavinskih oblaka. Stolzenburg i Marshall [26] identificirali su osnovnu strukturu naboja u konvektivnim uzlaznim strujanjima, koja se sastoji od četiri vertikalno raspoređena područja. Najniže (Sl. 3.5.) se nalazi slabo pozitivno nabijeno područje, iznad kojeg se smještaju glavno negativno i gornje pozitivno područje, često zajednički opisivani kao "glavni dipol" oblaka. Najviše, četvrto područje sadrži negativni naboj i obično je plitko izraženo. Izvan uzlaznih strujanja, ali unutar konvektivnog dijela oluje, obično se nalazi najmanje šest područja električnog naboja, raspoređenih u vertikalnom profilu s izmjeničnim polaritetom, pri čemu najviše smješteno područje nosi negativni naboj.



Sl. 3.5. Konceptualni model raspodjele električnog naboja unutar idealizirane, izolirane i zrele grmljavinske oluje temeljen na analizi 49 mjerenja provedenih balonima kroz različite oblake s vertikalnim profilima električnog polja (E), temperature (T) i relativne vlažnosti (RH_{ice}) [prilagođeno iz 26]

Također je prikazan i reprezentativni vertikalni profili električnog polja (E), temperature (T) i relativne vlažnosti s obzirom na led (RH_{ice}) te izvedene raspodjele električnog naboja (crveni okviri označuju pozitivna, a sivi negativna područja naboja) kroz konvektivne oblake.

Na lijevom dijelu (Sl. 3.5.) prikazan je primjer sondiranja kroz uzlazno strujanje zraka u tipičnom konvektivnom oblaku, s jasno izražena četiri područja naboja pri čemu se glavno negativno područje nalazi na visini od približno 6–7 km. Na desnom dijelu (Sl. 3.5.) prikazan je primjer sondiranja izvedenog balonom izvan uzlaznog strujanja. U ovom slučaju identificirano je šest uobičajenih područja naboja, pri čemu je gornji pozitivni naboj razdvojen u dva sloja između 10 i 12,5 km nadmorske visine.

Tipične dipolarne ili tripolarne raspodjele naboja uobičajeno se opažaju u mezoskalnim konvektivnim sustavima (*eng. Mesoscale convective systems - MCS*), s pozitivnim nabojima na većim visinama i negativnim nabojima u područjima intenzivnih radarskih odjeka [27]. Struktura naboja evoluira tijekom razvoja oluje, s intenzitetom i visinom naboja koji se povećavaju s vremenom (Sl. 3.6.).



Sl. 3.6. Shematska idealizacija evolucije strukture naboja grmljavine [prilagođeno iz 27]

3.3. Klasifikacija munja prema uzrocima nastanka

Najčešći tip munja su meteorološke grmljavinske munje koje nastaju u grmljavinskim oblacima gdje dolazi do sudara između leda i ostalih zrnastih čestica kako je navedeno u prijašnjim poglavljima. Ali, munje ne nastaju samo u grmljavinskim oblacima te se, općenito, mogu kategorizirati na temelju lokacije njihovog nastanka i materijala uključenih u razdvajanje naboja.

Primjerice, munje vulkanskog pepela (Sl. 3.7.) nastaju iz erupcija bogatih pepelom pri čemu dolazi do turbulentnog miješanja i sudaranja eruptiranih čestica što rezultira značajnim nakupljanjem naboja. Vulkanski pepeo, dio tefre nominalnog promjera manjeg od 2 mm, smatra se glavnim nositeljem naboja u vulkanskom oblaku [28].



Sl. 3.7. Predloženi mehanizmi električnog nabijanja vulkanskog oblaka te opaženi oblici vulkanske munje (VL), zajedno s pripadajućim metodama detekcije, prikazani su za svaku zonu unutar vulkanskog oblaka [prilagođeno iz 28].

Munje kao posljedica šumskih požara nastaju u pirokumulonimbusnim oblacima koje stvaraju intenzivni šumski požari, a sastoje se od čađe i organskih čestica koje se uzdižu u atmosferu. Promatranja pokazuju da se u ovim slučajevima radi uglavnom o pozitivnom pražnjenju [29].

Pješčane oluje često su praćene snažnim električnim poljima i pojavom munja. U uskom sloju blizu tla, pijesak prolazi kroz proces razdvajanja naboja – pri čemu veće čestice stječu pozitivan, a manje negativan naboj – nakon čega se sve čestice uzdižu i zadržavaju u zraku zahvaljujući turbulentnom strujanju [30].

Uman i suradnici [31] proučavali su munje inducirane kao posljedica termonuklearne detonacije na atolu Eniwetok u Pacifiku 1952. godine. Zabilježeno je pet uzlaznih pražnjenja prema gore, iniciranih s instrumentalnih stanica koje se nalaze iznad razine mora. Gama zračenje koje prati detonaciju može izazvati izbacivanje tzv. Comptonovih elektrona iz atoma zraka, međutim, procijenjeni dostupni naboj nije bio dovoljan da objasni opažene munje. Na osnovu originalnih fotografskih zapisa Colvin i suradnici [32] rade ponavljaju izračune i konstatiraju da je najvjerojatnija vrijednost vršne struje bila 250±50 kA, ali i da su, zbog potencijalne sustavne pogreške u kalibraciji filma i usporedbi laboratorijskih podataka, moguće i veće struje, što ukupno daje znatno veće procjene od početnih procjena Umana i suradnika iz 1972.

Poznat je još jedan od oblika pražnjenja električnog naboja u atmosferi koji nastaje kao posljedica potresa. Prolazne svjetlosne pojave, koje se već dugo povezuju s potresima, danas se sve češće tumače kao posljedica električnih polja nastalih uslijed seizmičkog naprezanja. Sorokin i suradnici [33] pokazali su da pojačano istosmjerno električno polja prije potresa u atmosferi može doseći probojnu jakost na visinama od 1 do 10 km i pokrenuti brojna kaotična električna pražnjenja u tom području.

Kuglasta munja je prirodni fenomen poznat od davnina, koji, unatoč brojnim predloženim teorijama, do danas nije dobio općeprihvaćeno znanstveno objašnjenje niti je uspješno reproduciran u laboratorijskim uvjetima. Odlikuje je povezanost s grmljavinskim nevremenima, a pojavljuje se i na otvorenom i u zatvorenim prostorima te se kreće na način koji nije u skladu s ponašanjem vrućeg plina. Najčešće zabilježeno opažanje odnosi se na kuglu veličine naranče ili košarkaške lopte, koja je obično narančaste ili žute boje te svjetline približno jednakoj žarulji od 60 W i relativno je postojanog izgleda tijekom trajanja. Kuglasta munja najčešće traje nekoliko sekundi, tijekom kojih se uglavnom kreće horizontalno ili blago vodoravno (ne uzdiže se poput toplog zraka), nakon čega postupno i tiho nestaje ili pak naglo i eksplozivno iščezava [34, 35]. U literaturi se može pronaći više teorija nastanka kuglaste munje. Primjerice, Morrow [36] opisuje mehanizam nastanka i stabilnosti kuglaste munje modelom koji koristi sfernu geometriju zraka pri atmosferskom tlaku i, uz Poissonovu jednadžbu, rješava i jednadžbe kontinuiteta za elektrone, pozitivne i negativne ione. Pokazuje da elektroni brzo nestaju, a daljnja dinamika ovisi uglavnom o ionima. Pozitivni ioni se kreću prema van, dok se negativni kreću prema središtu, što dovodi do ravnoteže bez električnog polja u centru. Takva kuglasta plazma može ostati stabilna nekoliko sekundi. Utvrđeno je da sama neutralizacija iona nije dovoljna da objasni zabilježenu svjetlost kuglaste munje, pa se pretpostavlja dodatni izvor svjetlosti. Moguće je i postojanje "fantomskih" kugli plazme koje su previše tamne da bi se primijetile.

3.4. Tipovi munja prema mjestu, smjeru i naboju

Pražnjenja atmosferskog električnog naboja mogu se općenito podijeliti prema mjestu pražnjenja na sljedeće kategorije:

- 1. Pražnjenja između oblaka IC (eng. cloud discharges)
 - i. unutaroblačno (eng. intracloud),
 - ii. međuoblačno (eng. intercloud),
 - iii. oblačno-prema-zraku (eng. cloud-to-air).
- 2. Pražnjenja između oblaka i tla CG (*eng. cloud-to-ground*) (Sl. 3.8.)
 - i. silazna negativna munja (downward negative lightning),
 - ii. uzlazna negativna munja (samo iz visokih objekata),
 - iii. silazna pozitivna munja (downward positive lightning),
 - iv. uzlazna pozitivna munja (samo iz visokih objekata).
- 3. Neobična pražnjenja
 - i. biserna munja (eng. bead lightning)
 - ii. kuglasta munja (eng. ball lightning)
 - iii. plavi mlaz (eng. blue jet BJ)
 - iv. gigantski mlaz (eng. gigantic jet GJ)
 - v. munja od potresa (eng. eartquake lightning EQL)
 - vi. sprite
 - vii. elves



Sl. 3.8. Prikazane su četiri osnovne vrste munja koje prenose električni naboj iz oblaka prema tlu. Za svaku vrstu ilustrirani su samo početni predvodnici. [43]

3.4.1. Pražnjenja između oblaka

Unutaroblačna munja je električno pražnjenje koje se odvija unutar jednog oblaka, najčešće između negativno nabijene zone u srednjem dijelu oblaka i pozitivno nabijene zone u njegovom vršnom dijelu. Međuoblačne munje su oblik atmosferskog električnog pražnjenja koji se događa između dvaju ili više oblaka. Za razliku od munje unutar istog oblaka (*eng. intracloud*) i munje između oblaka i tla (*eng. cloud-to-ground*), međuoblačne (*eng. intercloud*) munje električki povezuju nabijene regije u različitim oblacima unutar istog olujnog sustava ili između susjednih oblaka. Oblačno-prema-zraku (*eng. cloud-to-air*) munja je oblik atmosferskog električnog pražnjenja u kojem se električni naboj iz oblaka prazni prema okolnom zraku, odnosno iz oblaka prema regijama izvan oblaka (intercloud) i između oblaka i zraka (cloud-to-air) javljaju se rjeđe od unutaroblačnih (IC) i oblak-prema-tlu (CG) munja. Danas je uobičajeno razlikovati munje između oblaka i tla (*CG*) od onih koje to nisu (zajednički naziv za njih je IC), a zajedno čine ukupnu aktivnost munja (*eng. total lightning*).

IC munje dominiraju u ranim fazama razvoja oluje. Inicijalna aktivnost pražnjenja između oblaka i tla (CG) kasni 5-10 minuta za vršnom međuoblačnom aktivnosti munja, te se može dogoditi deset ili više IC pražnjenja prije nego se pojavi prvi CG događaj [38]. Također, IC pražnjenja čine ukupno otprilike 75% svih munja, a prosječno im je trajanje otprilike 350ms [39]. Mattos i suradnici [40] prijavljuju studiju u kojoj su većini (98%) prvih CG bljeskova otprilike 6 minuta ranije prethodile munje unutar oblaka (IC). Tipično pražnjenje u oblaku učinkovito pomiče desetke kulona naboja na udaljenost od 5 do 10 km [41].



Sl. 3.9. Ukupno električno polje i histogrami pojave velikih (ii), srednjih (iii) i malih (iv) impulsa električnog polja u različitim dijelovima ovog zapisa za bljesak oblaka 64 231. dana godine 1991. u Svemirskom centru Kennedy na Floridi [42]

Na Sl. 3.9. prikazan je primjer promjene električnog polja za jedan IC bljesak. Villanueva i suradnici [42] označili su impulse s amplitudom od vrha do vrha većom ili jednakom 50% prosječne amplitude kao "velike impulse", impulse s amplitudama između 25% i 50% prosječne amplitude kao "srednje impulse", a impulse između 12,5% i 25% prosječne amplitude kao "male impulse". Impulsi koji su bili premali da bi se uklopili u "malu" kategoriju (u nekim bljeskovima bilo ih je na stotine) nisu bili uključeni u ovu analizu.

3.4.2. CG negativna munja prema tlu (Downward Negative Lightning)

Razvoj negativne munje najčešće započinje unutar grmljavinskog oblaka, iz regije negativnog naboja (Sl. 3.10.). Početne predvodnici (*eng. initial leaders - IL*) u procesu inicijalnog proboja (*eng. preliminary breakdown - PB*) su prva električna pražnjenja koja se događaju unutar grmljavinskog oblaka prije nego što se razvije puni bljesak munje, te predstavljaju glavne pokretače kanala munje. Inicijalni proboji uobičajeno se javljaju u dijelovima grmljavinskog oblaka između regija suprotnih naboja, primjerice između glavnog negativnog centra i manjeg pozitivnog dna oblaka. Traju svega nekoliko milisekundi, a njihovo gibanje je sporije od izlomljenih predvodnika, s brzinama u rasponu od 10⁴ do 10⁵ m/s [44, 45]. Premda su češće negativnog polariteta, polaritet može varirati ovisno o

raspodjeli naboja unutar oluje. Tijekom razvoja, inicijalni proboji emitiraju niz elektromagnetskih impulsa, poznatih kao impulsi inicijalnog proboja (PBPs), koji se mogu detektirati pomoću suvremenih senzora za detekciju munja [46, 47].

Ti impulsi predstavljaju prvi znak destabilizacije električnog polja u oblaku i ključni su za inicijaciju glavnog kanala munje. Ovaj proces prethodi formiranju izlomljenog predvodnika, te često vodi prema daljnjim fazama IC i CG pražnjenja.

U sljedećoj fazi munja se prema tlu širi u obliku izlomljenog predvodnika (*eng. stepped leader*). Ovaj predvodnik napreduje diskontinuirano, u koracima duljine do 50 metara, pri čemu između koraka dolazi do zastoja od 20-50 μ s kada je još daleko od tla, pa do oko 10 μ s kada se približi tlu. Srednja brzina spuštanja iznosi približno 2 × 10⁵ m/s, a za cijeli put od oblaka do tla potrebno je oko 35 milisekundi. Predvodnik se može razgranati te nosi prosječno oko 5 C negativnog naboja raspoređenog duž duljine kanala. Kroz kanal predvodnika teče struja prosječne jačine 100-200 A [43].



Sl. 3.10. Procesi pri CG silaznoj negativnoj munji (prilagođeno iz Uman 2002. [41])

Kako se izlomljeni predvodnik približava površini tla, pri visinama od nekoliko stotina metara dolazi do naglo povećanja električnog polja pri površini zemlje te se formira uzlazno, pozitivno nabijeno pražnjenje. Ukupno električno polje predvodnika sastoji se od elektrostatske, indukcijske i radijacijske komponente, dok ukupno magnetsko polje obuhvaća magnetostatsku i radijacijsku komponentu. Izračun električnog i magnetskog polja izlomljenog predvodnika dao je Thottappillil [48], koristeći elektrostatsku aproksimaciju za promjene električnog polja te magnetostatsku aproksimaciju za promjene magnetskog polja znatno veće od dimenzija sustava munje i promatrača [43]. Očekuje se da su

ove aproksimacije primjenjive na sva elektromagnetska polja koja generiraju bliski predvodnici kanala munje.



Sl. 3.11. Geometrija korištena za izvođenje izraza za električno i magnetsko polje u točki P na horizontalnoj udaljenosti r od vertikalnog kanala izlomljenog predvodnika koji se spušta prema dolje brzinom v (prilagođeno iz Thottappillil [48])

Opći izraz za elektrostatsko polje prema Rakov [43] dan je sljedećom jednadžbom:

$$E_{z}(r,t) = \frac{1}{2\pi\varepsilon_{0}} \int_{h(t)}^{H_{m}} \frac{z'}{R^{3}(z')} \rho_{L}(z',t) - \frac{R(z')}{c} dz' - \frac{1}{2\pi\varepsilon_{0}} \frac{H_{m}}{R^{3}(H_{m})} \int_{h(t)}^{H_{m}} \rho_{L}(z',t) - \frac{R(z')}{c} dz' \quad (3.1)$$

gdje je:

$$R(H_m) = (H_m^2 + r^2)^{1/2} , \qquad (3.2)$$

a h(t) je visina donjeg kraja kanala predvodnika kako je vidi promatrač, dana rješenjem jednadžbe:

$$t = \frac{H_m - h(t)}{v} + \frac{\sqrt{h^2(t) + r^2}}{c}$$
(3.3)

Prvi član jednadžbe (3.1) opisuje promjenu električnog polja uzrokovanu raspodjelom naboja duž kanala predvodnika koji se širi prema tlu. Drugi član predstavlja promjenu polja uslijed iscrpljivanja naboja iz izvorišne regije oblaka produživanjem kanala predvodnika tijekom svog razvoja. Ukupni

naboj akumuliran u kanalu u svakom trenutku je jednak ukupnom naboju uklonjenom iz izvora naboja, što znači da je neto naboj u sustavu kanal-izvor uvijek jednak nuli. Postavljanjem naboja suprotnog polariteta u ishodište, u simulaciji se modelira približno sferno simetričan razvoj više razgranatih kanala, čija je glavna funkcija prikupljanje negativnog naboja s hidrometeora i njegovo usmjeravanje prema silaznom kanalu koji se širi prema tlu. Cjelokupna struktura predvodnika može se interpretirati kao sustav sastavljen od negativnog i pozitivnog dijela, pri čemu se negativni dio razvija okomito prema tlu, dok je pozitivni dio snažno razgranat i ostaje unutar oblaka.

U daljnjoj analizi pretpostavlja se da je maksimalna razlika u vremenu širenja signala od bilo koje točke na kanalu do promatrača zanemariva u odnosu na vrijeme potrebno za značajne promjene izvora. Drugim riječima, efekti kašnjenja (usporavanja) se zanemaruju, što omogućuje pojednostavljenje izraza pa se jednadžba (3.1) može se prepisati u sljedećem obliku:

$$E_{z}(r,t) = \frac{-1}{2\pi\varepsilon_{0}} \int_{H_{m}}^{z_{t}} \left[\frac{z'}{R^{3}(z')} - \frac{H_{m}}{R^{3}(H_{m})}\right] \rho_{L}(z',t) dz'$$
(3.4)

gdje je

$$z_t = H_m - vt \quad , \tag{3.5}$$

visina vrha predvodnika u vremenu t, a v je brzina propagacije predvodnika za koju se pretpostavlja da je konstantna. Ako se pretpostavi da je

$$\rho_L(z',t) = \rho_L = konstanta \tag{3.6}$$

što odgovara jednoliko nabijenom kanalu predvodnika, jednadžba 3.4 može se napisati:

$$E_{z}(r,t) = \frac{\rho_{L}}{2\pi\varepsilon_{0}r} \left[\frac{1}{\left(1 + \frac{z_{t}^{2}}{r^{2}}\right)^{1/2}} - \frac{1}{\left(1 + \frac{H_{m}^{2}}{r^{2}}\right)^{1/2}} - \frac{(H_{m} - z_{t})H_{m}}{r^{2}\left(1 + \frac{H_{m}^{2}}{r^{2}}\right)^{3/2}} \right]$$
(3.7)

gdje prva dva člana predstavljaju doprinos kanala predvodnika, a treći član doprinos izvora.

Promjene električnog polja uzrokovane predvodnikom, a izračunate pomoću jednadžbe (3.7.), prikazane su na (Sl. 3.12.) kao funkcija normaliziranog vremena t/T, gdje je T=H_m/v, pri čemu je H_m maksimalna visina predvodnika, a v njena brzina širenja. Prikaz obuhvaća više vrijednosti normalizirane udaljenosti r/H_m od kanala. Na primjer, za H_m=5km, udaljenosti prikazane na (Sl. 12.) odgovaraju rasponu od 3,5 do 7 km. Oblik promjene električnog polja u vremenu ovisi o relativnim doprinosima kanala predvodnika koji generira negativno polje i izvora naboja koji daje pozitivan doprinos. Zbog toga se s porastom udaljenosti valni oblik promjene električnog polja mijenja od kukastog negativnog odziva, preko kukastog pozitivnog odziva pa do monotono pozitivnog vala. Neto promjena električnog polja predvodnika, koja na (Sl. 12.) odgovara trenutku t/T=1,0, jednaka je nuli pri normaliziranoj udaljenosti r/H_m=0,79, odnosno $\alpha_s = 52^\circ$, gdje je α_s kut između linije koja spaja izvor naboja i točku promatrača te horizontalnu ravninu tla:

$$\tan \alpha_s = \frac{H_m}{r} = 1,27 \quad , \tag{3.8}$$

Dodatno, promjene električnog polja u blizini kanala, na udaljenostima od 30 m i 500 m, prikazane su na (Sl. 3.13.) Ovi rezultati temelje se na proračunima Rubinsteina i suradnika [49] i odnose se na različite brzine širenja, karakteristične za naknadne predvodnike (*eng. subsequent leaders*).



Sl. 3.12. Valni oblici promjena električnog polja negativnog predvodnika na različitim udaljenostima



Sl. 3.13. Izračun električnog polja predvodnika pomoću modela vertikalne linije s jednolikim nabojem i konstantnom brzinom [49]

Za izračune (Sl. 3.13.) se koristi model vertikalne linije s ravnomjerno raspoređenim nabojem, pri čemu se predvodnik giba konstantnom brzinom. Visina izvora naboja postavljena je na H = 7,5 km, iako su bliska električna polja relativno neosjetljiva na točan iznos visine H. U trenutku t = 0 pretpostavlja se da je početna visina predvodnika $z_t=0$, a ne da je $z_t=H$. Rezultat na Sl. 13. (a) predstavlja izračun na udaljenosti od 500 m od kanala s brzinama predvodnika 2×10^6 m/s, 5×10^6 m/s, 1×10^7 m/s i 2×10^7 m/s. Rezultat na Sl. 13. (b) predstavlja izračun na udaljenosti od 30 m od kanala s brzinama predvodnika 1×10^7 m/s, 2×10^7 m/s i 3×10^7 m/s.

Za vrlo blisku točku promatranja, u uvjetima kada vrijedi $H_m >> 2r$, te za slučaj kada je $z_t=0$ (predvodnik dodiruje tlo) ili kada su $z_t^2 \ll r^2$ i $z_t \ll H_m$ (predvodnik je blizu tla), jednadžba (3.7), prema Rubinstein i suradnici [49], poprima približeni oblik:

$$E_z(z_t=0) \approx \frac{\rho_L}{2\pi\varepsilon_0 r}$$
(3.9)

Razvidno je da, u neposrednoj blizini kanala, okomita elektrostatska komponenta električnog polja pri tlu, uzrokovana potpuno razvijenim kanalom predvodnika, opada s udaljenošću proporcionalno s r^{-1} , dok na većim udaljenostima od kanala, kada vrijedi $H_m^2 << r^2$, polje opada brže, i to približno s r^{-3} . Pri tome je zanimljivo da jednadžba (3.9) ima identičan oblik kao radijalno električno polje koje bi proizvela beskonačno duga, jednoliko nabijena linija u slobodnom prostoru.

Magnetostatsko polje vertikalnog kanala predvodnika, čiji se gornji kraj nalazi na visini H_m , a donji kraj na visini z_t =h(t) (Sl. 3.11), određeno je sljedećim izrazom:

$$B_{\phi}(r,t) = \frac{\mu_0}{2\pi r} \left[\frac{H_m}{R(H_m)} - \frac{Z_t}{R(Z_t)} \right] I(t)$$
(3.10)

Za potpuno razvijeni kanal predvodnika, odnosno u slučaju kada donji kraj kanala doseže tlo (z_t=0), jednadžba se dodatno pojednostavljuje:

$$B_{\phi}(r,t) = \frac{\mu_0}{2\pi r} \left[\frac{H_m}{R(H_m)} \right] I(t)$$
(3.11)

Jednadžba (3.11) predstavlja izraz za magnetostatsko polje vertikalne vodljive žice kroz koju teče struja, pri čemu se donji kraj nalazi u tlu koje se smatra idealnim vodičem, a gornji kraj na visini H_m. Ako se točka promatranja nalazi vrlo blizu baze kanala, tj. ako vrijedi r << H_m, tada se jednadžba 3.11 može dodatno pojednostaviti i poprima oblik identičan izrazu za magnetsko polje beskonačno dugačke žice s konstantnom strujom u slobodnom prostoru:

$$B_{\phi}(r,t) = \frac{\mu_0 I(t)}{2 \pi r}$$
(3.12)

Beasley i suradnici [50] su analizirali varijacije električnog polja koje su prethodile prvim povratnim udarima 80 munja od oblaka do tla u devet različitih oluja koje su promatrali u NASA-inom svemirskom centru Kennedy tijekom ljeta 1976. i 1977. Izmjerili su da je ukupno trajanje izlomljenog predvodnika u rasponu od 6 do 20ms. Također su utvrdili da je najpouzdaniji način za identifikaciju početka promjene električnog polja izlomljenog predvodnika pojava karakterističnih bipolarnih impulsa u širokopojasnom zapisu električnog polja, u trajanju od nekoliko milisekundi na početku elektrostatske promjene polja. Crawford i suradnici [51] istaknuli su da mjerenja električnog polja na vrlo malim udaljenostima (unutar nekoliko desetaka do stotina metara) od umjetno izazvanih udara munje pokazuju da je aproksimacija jednolike gustoće naboja predvodnika u donjem kilometru kanala dovoljno točna za računanje električnih polja na površini tla.

Predvodnik u prirodi nikad nije ravan vertikalni kanal, već se radi o stepenastoj strukturi kreiranoj u nizu koraka. Proces formiranja koraka u negativnom silaznom predvodniku može se opisati na sljedeći način (Sl. 3.14.). Kako se negativni kanal predvodnika širi iz oblaka prema tlu, nekoliko metara ispred vrha predvodnika formira se plazmena struktura koju možemo nazvati prostorni izdanak (*eng. space stem*). Od tog izdanka se, prema gore (prema negativnom kanalu predvodnika), propagira pozitivni strimer, a u slobodni prostor prema dolje se propagira negativni strimer. U trenutku kada se uzlazni ogranak novonastalog strimera spoji s vrhom silaznog (primarnog) predvodnika, visoki potencijal primarnog predvodnika brzo se prenosi na donji kraj novonastalog kanala. Formiranje sljedećeg koraka započinje pojavom novog prostornog izdanka ili predvodnika ispred vrha primarnog predvodnika, te se cijeli proces ponavlja [52].



Sl. 3.14. Slika izlomljenog predvodnika s identifikacijom struktura grananja. Na desnoj strani se vide primjeri prostornih izdanaka. Prikazano je pet uzastopnih okvira od 3,33 μs - prilagođeno iz [52]

Postoji niz teorijskih modela izlomljenog predvodnika, od kojih se mogu izdvojiti: Castellani i suradnici [53] iz 1998. u kojem je utvrđen dvosmjerni razvoj koraka predvodnika; Bacchiega i suradnici [54] razvio je prvi teorijski model izlomljenog predvodnika u dugim zračnim rasporima; Cooray i suradnici [55] utvrđuju kako se duljina koraka i prosječna brzina predvodnika povećavaju s porastom očekivane struje povratnog udara, te predviđaju da će brzina izlomljenog predvodnika rasti kako se on približava tlu; Shi i suradnici [56] razvijaju stohastički model širenja izlomljenog predvodnika temeljen na teoriji fraktala.

Kada se izlomljeni predvodnik dovoljno približi tlu ili uzemljenim objektima dolazi do induciranja uzlaznog poveznog predvodnika suprotnog polariteta iz tla (Sl. 3.15.). Uzlaznog poveznog predvodnika može inicirati izlomljeni predvodnik koja se probija kroz netaknuti zrak ili naknadni predvodnici koji slijede već ionizirani kanal. Moguće je da se iz tla istovremeno pokrene dva ili više uzlaznih predvodnika prema silaznom predvodniku, najvjerojatnije kao odgovor na različite grane silaznog predvodnika. Uzlazni predvodnik koji uspostavi kontakt s granom silaznog predvodnika naziva se uzlazni povezni predvodnik (eng. upward connecting leader). Kada se slabo vodljive zone strimera, koje se nalaze ispred vrhova uzlaznog i silaznog predvodnika, međusobno sretnu i formiraju zajedničku zonu strimera, započinje faza proboja (eng. breakthrough phase). Faza proboja može se promatrati kao zatvaranje prekidača, pri čemu iz točke spajanja dolazi do stvaranja dva vala povratnog udara, jedan val putuje prema dolje - prema tlu, a drugi val putuje prema gore - prema oblaku. Val koji se širi prema tlu brzo dolazi do površine i reflektira se natrag prema gore. Taj reflektirani val putuje brže i sustiže val koji se širio prema oblaku, jer se kreće kroz kanal koji je već uspostavljen povratnim udarom, dok se, za razliku od njega, izvorni val prema oblaku širi kroz manje vodljivi kanal predvodnika. Nakon ovih refleksija i interferencija, spajanjem oba vala uspostavlja se jedinstveni val povratnog udara koji se kreće prema oblaku.



Sl. 3.15. Faze procesa pričvršćivanja na kojima su prikazani silazni predvodnik, uzlazni predvodnik (UCL - upward unconnected leader), nespojeni uzlazni predvodnik (UUL - unconnected upward leader) te zona spajanja [57]

Povratni udar (eng. return stroke) je najsnažniji i najsvjetliji dio udara munje, dakle, onaj dio koji golim okom percipiramo kao bljesak. U fazi povratnog udara se, u dijelu sekunde, prenosi glavnina struje iz oblaka prema tlu, uobičajeno u rasponu od 10 do 100 kA. Pri tome, osim emisije intenzivne svjetlosti, dolazi i do emisija radio valova i elektromagnetskih impulsa, što značajno doprinosi uočljivosti i mogućnosti instrumentalne detekcije i analize povratnog udara. Povratni udar generira jaka elektromagnetska polja širokog frekvencijskog spektra (od ekstremno niskih frekvencija do vrlo visokih frekvencija), koja se lako registriraju pomoću senzora, instrumenata za mjerenje jakosti električnog polja i antena. Za snimanje i analizu samih bljeskova svjetlosti koriste se fotografske kamere vrlo visokih brzina, primjerice frekvencije od 300 tisuća kadrova u sekundi (ekspozicije od 3.33 mikrosekunde po kadru) [52]. Osim toga, upravo je ova faza odgovorna za najveći dio šteta na građevinama, elektroničkoj opremi i elektroenergetskim sustavima, pa je razumijevanje vrijednosti struje, vršne amplitude i vremena trajanja povratnog udara nužno za projektiranje gromobrana, sustava uzemljenja i prenaponske zaštite. Također, za razliku od složenih i manje predvidivih faza poput silaznog širenja predvodnika ili procesa pričvršćivanja, povratni udar moguće je matematički modelirati s visokom točnošću, a njegova svojstva mogu se djelomično simulirati i u laboratorijskim uvjetima, što dodatno olakšava eksperimentalna istraživanja. Iz tih je razloga povratnom udaru u ovom radu posvećeno zasebno poglavlje.

Naknadni povratni udari (*eng. subsequent return stroke*) najčešće su inicirani usmjerenim predvodnikom (*eng. dart leader*). Za razliku od izlomljenog predvodnika, usmjereni predvodnik daje privid kontinuiranog kretanja, pri čemu najniži dio kanala predvodnika, tzv. "dart", svijetli tijekom cijelog širenja od oblaka prema tlu. Više od trećine naknadnih povratnih udara inicirano je

predvodnicima koji pokazuju izraženo izlomljeno ponašanje u donjem dijelu kanala. Takvi predvodnici generiraju niz pravilnih impulsa, koji se mogu detektirati neposredno prije povratnog udara i nazivaju se usmjereno-izlomljeni predvodnici (*eng. dart-stepped leaders*) ili naknadni izlomljeni predvodnici (*eng. subsequent stepped leaders*). Postoje i kaotični predvodnici (*eng. chaotic leaders*) koje prethode nekim naknadnim udarima, a karakterizirane su generiranjem nepravilne sekvence impulsa prije samog udara. Ako se naknadni predvodnik odvoji od prethodno formiranog kanala, nastavlja se širiti kao izlomljeni predvodnik. Više od trećine predvodnika drugog udara pokazuje ovo ponašanje. Naknadni udari koji formiraju novu točku udara na tlu često imaju svojstva negdje između svojstava prvog udara iniciranog izlomljenim predvodnikom i svojstava naknadnog udara koji slijedi već postojeći kanal. U praksi se često svi predvodnici koji prethode naknadnim povratnim udarima u postojećim kanalima, bez obzira na specifične razlike u ponašanju, nazivaju usmjerenim predvodnicima (eng. dart leaders).

Ovdje je izdvojeno nekoliko primjera detekcije naknadnih predvodnika u novijoj literaturi. Rubin i suradnici [58] koriste vrlo brze video kamere i izmjerene podatke o električnom polju za proučavanje sekvenci predvodnika i naknadnih povratnih udara. Uočavaju pojavu kaotičnih usmjerenih predvodnika i više točaka udara na tlu, te opisuju kako prostorni izdanci i zone strimera utječu na ponašanje naknadnih predvodnika. Stolzenburg i suradnici [59] analiziraju 88 naknadnih udara koji uključuju naknadne izlomljene predvodnike (SSL); identificiraju dva načina inicijacije - "usmjerena pa izlomljena" i "kaotična"; identificiraju vrijeme između prethodnog povratnog udara i naknadnog povratnog udara (105 - 204 ms) za predvodnike koji napuste prethodno uspostavljeni kanal. Qie i suradnici [60] uspoređuju ponašanje pozitivnih, negativnih i povratnih predvodnika (*eng. recoil leaders*) koristeći vrlo brze video kamere i elektromagnetska mjerenja. Utvrđuju da se proces širenja izlomljenog pozitivnog predvodnika razlikuje od onih kod negativnih izlomljenih predvodnika.

Sljedeća faza koja se može pratiti u razvoju munje naziva se kontinuirana struja. Radi se o relativno niskoj struji, uobičajeno u rasponu od nekoliko desetaka do nekoliko stotina ampera, koja se pojavljuje odmah nakon povratnog udara, te teče istim kanalom prema tlu. Uobičajeno trajanje ove pojave je od nekoliko desetaka do nekoliko stotina milisekundi. Unutar tog vremena često se pojavljuju kratkotrajne perturbacije struje, koje traju nekoliko milisekundi ili kraće, a nazivaju se M-komponente. Zbog značajnog prijenosa naboja, kontinuirane struje su glavni uzrok toplinskih oštećenja izazvanih munjom, uključujući proboje na metalnim površinama zrakoplova, oštećenja vodiča dalekovoda i izazivanje šumskih požara. Većina dostupnih podataka o kontinuirane strujama u negativnim CG munjama odnosi se na duge kontinuirane struje, proizvoljno definirane kao one koje traju dulje od 40 ms. Osnovna razlika između struje povratnog udara i kontinuirane struje leži u izvoru prenesenog naboja. U fazi povratnog udara primarno se neutralizira naboj nataložen u kanalu od strane prethodnog predvodnika, dok se kod kontinuirane struje pretpostavlja da dolazi do nastavka pražnjenja iz oblaka, iz novog ili dodatnog naboja. Općenito se smatra da faza povratnog udara maksimalno traje do otprilike 3 ms.

Campos i suradnici [61, 62] konstatiraju da je luminiscencija kanala izravno proporcionalna struji koja kroz njega protječe, te mjere grafove luminiscencije u funkciji vremena i klasificiraju ih u šest tipova vremenskih oblika:

- I. Više-manje eksponencijalni pad (More or less exponential decay) (Sl. 3.16. (a))
- II. Izbočina praćena postupnim opadanjem (*Hump followed by a gradual decay*) (Sl. 3.16. (b))
- III. Postupno povećanje i smanjenje (Gradual increase and decrease)
- IV. Izbočina s dugotrajnim stabilnim platoom (Hump followed by a long-lasting steady plateau)
- V. Dvije ili više izbočina (Two or more humps)
- VI. Plato niskog intenziteta (*Low intensity plateau*)



Sl. 3.16. Primjer promjene kontinuirane struje (luminoznosti) u vremenu za vrstu I i vrstu II [62]

Campos i suradnici također konstatiraju da je u više od 90 % slučajeva trajanje M-komponenti bilo kraće od 10 ms (Sl. 3.17.). Najveća učestalost M-komponenti zabilježena je u intervalu između 4 i 6 ms (oko 30 %), dok je najduži zabilježeni slučaj trajao 21 ms.



Sl. 3.17. Raspodjela trajanja M-komponenti

Tijekom vremenskog intervala između dvaju povratnih udara u CG pražnjenju, u oblaku se javljaju Jprocesi i K-procesi [43]. J-proces se manifestira kao relativno postojana promjena električnog polja u trajanju od nekoliko desetaka milisekundi. Može imati isti ili suprotni polaritet u odnosu na promjenu električnog polja uzrokovanu povratnim udarom. U slučajevima kada polaritet odgovara polaritetu polja povratnog udara, J-proces je obično manjeg intenziteta i nije povezan s vidljivim kanalom između oblaka i tla. Uz J-procese, često se javljau i K-procesi, brze promjene električnog polja koje se pojavljuju u intervalu od nekoliko milisekundi do nekoliko desetaka milisekundi. Čini se da su ovi procesi superponirani J-procesima, što ukupnu sliku električnog polja čini dosta složenijom. Pretpostavka je da K-procesi predstavljaju neuspjele ili nepotpune pokušaje formiranja predvodnika naknadnih udara.



Sl. 3.18. Dio izmjerenog električnog polja za munju koja se dogodila na Floridi na udaljenosti od 2,5 km. Označeno je pet izraženih K-procesa (K1 do K5), J-proces, promjene polja predvodnika i povratnog udara te tri promjene polja zbog M komponenti (M1 do M3) [prilagođeno iz 43]

Tri osnovna načina kako se električni naboj može prenijeti iz oblaka prema tlu pri negativnim naknadnim udarima tijekom munje su prikazana na (Sl. 3.19.). U prvom slučaju (usmjereni predvodnik – povratni udar) silazni predvodnik stvara vodljiv kanal između izvora naboja u oblaku i tla, pri čemu deponira negativni naboj duž te putanje. Povratni udar zatim prolazi tim kanalom, od tla prema oblaku, te neutralizira prethodno deponirani naboj. U drugom slučaju, kontinuirana struja se može promatrati kao kvazistacionarni električni luk između oblaka i tla karakteriziran vrijednostima struje od nekoliko desetaka do nekoliko stotina ampera i trajanjem do nekoliko stotina milisekundi. U trećem slučaju (M-

komponente) predstavljaju poremećaje unutar kontinuirane struje i povezanih promjena u svjetlosti kanala. Duljina prostornog fronta M-komponente je oko 1 km, dok su za usmjerene predvodnike i povratne udare te duljine oko 10 m i 100 m. Za nastanak M-komponente nužno je postojanje uzemljenog kanala kojim već teče kontinuirana struja, dok u slučaju sekvence usmjereni predvodnik - povratni udar, takav vodljivi put još ne postoji, već ga formira sam predvodnik tijekom svog silaska prema tlu. Može se kazati da je upravo glavna razlika između načina prijenosa naboja putem predvodnika - povratnog udara i putem M-komponente upravo u postojanju ili odsutnosti vodljivog puta prema tlu. Za sve prikazane procese, vodljivost kanala iznosi približno 10⁴ S/m, osim u dijelu između vrha usmjerenog predvodnika i tla (prikazan isprekidanom linijom), gdje je vodljivost znatno niža – oko 0,02 S/m.



Sl. 3.19. Shematski prikaz profila struje za tri načina prijenosa naboja u tlo kod naknadnih udara negativne munje: (a) sekvenca usmjerenog predvodnika i povratnog udara; (b) kontinuirana struja; (c) M-komponenta. [prilagođeno iz 37]

3.4.3. Pozitivna munja prema tlu (Downward Positive Lightning)

Oko 90% munja prenosi negativni naboj na Zemlju [55], a pozitivna pražnjenja čine otprilike preostalih 10% ukupne svjetske aktivnosti munja. Pojava pozitivnih munja može biti povezana s pojavom ekstremnih vremenskih nepogoda poput jakog vjetra, tuče i tornada [43]. Ove vrsta munja imaju više svojstva koja ih razlikuju od negativnih munja, primjerice različiti broj udara po munji, pojava kontinuirane struje, način širenja predvodnika i razgranavanje. Osim toga, pozitivan naboj može se prenijeti na tlo i putem bipolarne munje, koja uzastopno spušta i pozitivni i negativni naboj. Iako se bipolarna munja često ne smatra značajnim dijelom ukupne aktivnosti, mogla bi biti podjednako česta kao i pozitivna munja. Nag i suradnici [63] na osnovu promatrana 52 pozitivna pražnjenja donose sljedeću statistiku: 81% munja je imalo samo jedan udar, 17% dva udara, a samo jedna munja (2%) je imala tri udara. Od ta, ukupno 63 pozitivna povratna udara, kod njih 15 (24 %) prethodili su izraženi stepenasti impulsi, a u 5 slučajeva je zabilježena je pojava novih točaka udara na tlu. Samo 8 od 52 pozitivne CG munje (15 %) pokazalo je preliminarne probojne impulse, s prosječnim trajanjem impulsa od 25 ms i razmakom između impulsa od 157 ms. Prosječni vremenski razmak između vrhova impulsa je bio 20ms.



Sl. 3.20. Konceptualne konfiguracije električnog naboja unutar oblaka i scenariji koji dovode do nastanka silazne pozitivne munje - Nag i suradnici [prilagođeno iz 63]

3.4.4. Munja iz tla prema oblaku (Upward Lightning)

Uzlazna munja predstavlja oblik električnog pražnjenja koji, za razliku od uobičajene munje, ne putuje iz oblaka prema tlu, već se kreće iz tla prema oblaku. Ova pojava najčešće se javlja iz visokih struktura na tlu kao što su neboderi, tornjevi ili vjetroturbine. Do uzlazne munje dolazi kada se električno polje iznad visokog objekta dovoljno jako pojača tako da potakne stvaranje uzlaznog predvodnika kroz kojeg munja započinje svoj put prema oblaku. Uzlazna munja može biti pozitivna ili negativna, ovisno o vrsti električnog naboja koji prenosi. Bez obzira na polaritet, ona ima ključnu ulogu u redistribuciji električnog naboja između tla i oblaka, posebice u područjima s intenzivnom grmljavinskom aktivnošću i velikom koncentracijom visokih građevina.

Uzlazne munje često su potaknute prethodnom aktivnošću munja (Sl. 3.21.), posebno obližnjim munjama od oblaka prema tlu (Sl. 3.22.). CG munja može značajno promijeniti lokalno električno polje u blizini visokih građevina. Ova nagla promjena može pojačati električno polje iznad građevine do te mjere da inicira predvodnika koji se širi prema gore, što u konačnici može rezultirati uzlaznim pražnjenjem munje. Nisu sve uzlazne munje potaknute na ovaj način, zabilježene su i spontana pojava pod jakim prostornim električnim poljima, ali prethodna aktivnost munja je često dokumentiran inicijator, a naročito za slučajeve pozitivnog CG pražnjenja i unutaroblačnog predvodnika [64-66].



Sl. 3.21. Uzlazna munja kao posljedica razvoja unutaroblačnog predvodnika: (a) Razvoj dvosmjerne munje unutar oblaka započinje s pozitivnim (crvenim) i negativnim (plavim) predvodnicima koji se šire iz početne točke. (b) Približavanje negativnog predvodnika visokoj strukturi inicira uzlaznog pozitivnog predvodnika (crveno) (c.1) za vrijeme munje unutar oblaka ili (c.2) prije povratnog udara CG munje (prilagođeno iz [64]).



Sl. 3.22. Uzlazna munja kao posljedica CG pražnjenja: (a) Razvoj dvosmjerne munje unutar oblaka započinje s pozitivnim (crvenim) i negativnim (plavim) predvodnicima koji se šire iz početne točke. (b) Pozitivni predvodnik se približava tlu prije pokretanja povratnog udara. (c) Povratni udar (narančasto) prelazi mrežu predvodnika. (d) Rast negativnog predvodnika nakon povratnog udara (plavo proširenje izvan putanje kanala povratnog udara) prolazi blizu tornja i iz njega se pokreće uzlazni pozitivni predvodnik (crveno) (prilagođeno iz [64]).

3.4.5. Izazvana pražnjenja (Triggered Lightning)

Izazvana munja je umjetno potaknuta munja, najčešće stvorena pomoću rakete s uzemljenom žicom, koja se lansira u grmljavinski oblak. Kada raketa dosegne visinu s dovoljno jakim električnim poljem, oko uzemljene žice počinje se stvarati uzlazni strimer, koji inicira povratni udar – na isti način kao kod prirodne munje.

Rubenstein i suradnici [49] opisuju rezultate takvih mjerenja električnog polja dobivene kroz dva eksperimenta s izazvanom munjom, a provedenima na području Mosquito Lagoon-a u NASA-inom svemirskom centru Kennedy, 1986. i 1991. godine (Sl. 3.23.). U prvom eksperimentu (1986.) rakete su lansirane s kopna, munja se najčešće spajala na štap 20m iznad tla, a mjerenja su obavljena na udaljenosti od 500 m pomoću sferne antene. U drugom eksperimentu (1991.) rakete su lansirane s manje strukture iznad vode, a munja se spajala na štap oko 5m, također iznad površine vode. Mjerenja su tada obavljena na udaljenosti od 30m, koristeći dvije antene: pločastu za derivaciju električnog polja i sfernu antenu široke propusnosti.



Sl. 3.23. Struktura za izazivanje munje i raspored senzora prikazani su za mjerenja (a)1986. i (b)1991. (prilagođeno iz [49])

Danas su umjetno izazvane munje postale standardna metoda u eksperimentalnom istraživanju munja jer omogućuju kontrolirane uvjete za precizno mjerenje električnih i elektromagnetskih parametara.

4. Modeli povratnog udara

U trenutku kada uzlazni predvodnik dođe u kontakt sa silaznim predvodnikom dolazi do nagle razmjene električnog naboja. Neposredno nakon prijenosa tog naboja prema tlu, generira se snažni udarni val izuzetno visokog intenziteta svjetlosti, koji se velikom brzinom pruža natrag prema oblaku. Taj povratni val prati već ioniziranu putanju izlomljenog predvodnika ili, puno rjeđe, prolazi alternativnim putem kroz atmosferu. Ovaj proces poznat je kao povratni udar i predstavlja najintenzivniju fazu munje, pri kojoj dolazi do naglog protoka naboja kroz kanal munje i oslobađanja velike količine energije u vrlo kratkom vremenu. Upravo u toj fazi nastaju jaka električna i magnetska polja koja mogu ozbiljno oštetiti elektroenergetsku infrastrukturu, elektroničke uređaje i komunikacijske sustave, mogu prouzročiti materijalnu štetu na kućama i gospodarskim objektima, te predstavljaju izravnu opasnost za živote ljudi i životinja. Nakon prvog povratnog udara stvara se glavni ionizirani kanal između oblaka i tla koji koriste naknadni udari, što im omogućuje da se brže i lakše propagiraju. Sve ovo govori o važnosti modeliranja povratnog udara. Prije same klasifikacije modela, u sljedećem poglavlju dane su neki općeniti parametri povratnog udara dobiveni godinama mjerenja na različitim mjernim postajama diljem svijeta.

4.1. Općenito o parametrima povratnog udara

Tipičan negativni udar munje oblaka prema tlu sastoji se od 3 do 5 pojedinačnih sekvenci predvodnika i povratnog udara, pri čemu je geometrijska sredina vremenskog razmaka između udara oko 60 milisekundi. Iako pozitivni udari munje čine 10% ili manje ukupne svjetske aktivnosti munja između oblaka i tla, postoji pet situacija u kojima je njihova pojava češća. To su: završna faza grmljavinske oluje; zimske grmljavinske oluje; zavjetrinske stratiformne regije u mezoskalnim konvektivnim sustavima; naročito snažne oluje; oblaci nastali iznad šumskih požara ili oblaci zagađeni dimom. Pozitivni udari munje obično se sastoje samo od jednog udara, za razliku od negativnih koji ih imaju više. Prosječno se 18% udara munja sastoji od samo jednog povratnog udara (*eng. single-stroke*) [72].

Otprilike od jedne trećine do polovice munja stvara dvije ili više točaka udara u tlo. Te točke mogu biti međusobno udaljene i do nekoliko kilometara. Vršne struje prvog udara u bljesku obično su 2 do 3 puta veće od vršnih struja naknadnih udara, ali otprilike jedna trećina munja oblaka prema tlu sadrži barem jedan naknadni udar, čiji je vrh električnog polja, a prema teoriji i vršna struja, veći od onoga u prvom udaru. Prema izravnim mjerenjima struje, medijan vršne struje povratnog udara za negativne prve udare iznosi oko 30kA u Švicarskoj, Italiji, Južnoj Africi i Japanu. Za naknadne udare, kao i za izazvanu munju i za uzlaznu munju, tipično iznosi 10–15kA u Švicarskoj. U Brazilu su odgovarajuće vrijednosti 45kA za prve udare te 18kA za naknadne. [73]

Lokacija (Referenca)	Prosječan broj udara po munji	Postotak munja s jednim udarom	Veličina uzorka
New Mexico (Kitagawa et al., 1962) [74]	6.4	13%	83
Florida (Rakov and Uman, 1990b) [75]	4.6	17%	76
Sweden (Cooray and Perez, 1994) [76]	3.4	18%	137
Sri Lanka (Cooray and Jayaratne, 1994) [77]	4.5	21%	81
Brazil (Ballarotti et al., 2012) [78]	4.6	17%	883
Arizona (Saraiva et al., 2010) [79]	3.9	19%	209
Malaysia (Baharudin et al., 2012) [80]	4.0	16%	100

U Tablici (4.1.) dana je raspodjela broja udara po negativnim CG pražnjenjima za različita mjerenja uz reference prema autorima.

Sljedeći zanimljivi parametar je vršna struja povratnog udara. Praktički svi nacionalni i međunarodni standardi za zaštitu od munja (primjerice IEEE Std 1410-2010, IEEE Std 1243-1997 i IEC 62305-1) uključuju statističku raspodjelu vršne struje prvih udara u negativnim CG pražnjenjima (uključujući i munje s jednim udarom). Usporedba vršnih struja povratnog udara za prve udare u negativnoj CG munji dana je u Tablici (4.2.).

Tablica 4.2. Raspodjele vršnih struja munje (u kA) iz pojedinačnih studija (samo izravna mjerenja) i one dobivene kombiniranjem različitih mjerenja uspoređene za prve povratne udare [73].

Referenca	Lokacija	Veličina uzorka	Post	otak koji pr vrijednost	elazi	$\sigma_{\rm lg} I$	Napomena
			95%	50%	5%		
Berger et al. (1975) [81]	Švicarska	101	14	30 (~30)	80	0,265	Izravna mjerenja na tornjevima visine 70 metara
Anderson and Eriksson (1980) [73]	Švicarska	80	14	31	69	0,21	Izravna mjerenja na tornjevima visine 70 metara
Dellera et al. (1985) [73]	Italija	42	-	33	-	0,25	Izravna mjerenja na tornjevima visine 40 metara
Geldenhuys et al. (1989) [82]	Južna Afrika	29	7	33 (43)	162*	0,42	Izravna mjerenja na stupu visokom 60 metara
Takami and Okabe (2007) [83]	Japan	120	10	29**	85	0,28**	Izravna mjerenja na dalekovodnim tornjevima visine od 40 do 140 metara
Visacro et al. (2012) [84]	Brazil	38	21	45	94	0,20	Izravna mjerenja na stupu visokom 60 metara
Anderson and Eriksson (1980) [73]	Švicarska (N=125), Australija (N=18), Čehoslovačka (N=123), Poljska (N=3), Južnoafrička republika (N=11), Švedska (N=14), SAD (N=44)	338	9*	30 (34)	101*	0,32	Kombinirana izravna i neizravna (magnetska veza) mjerenja.
CIGRE Report 63 (1991) [73]	Švicarska (N=125), Australija (N=18), Čehoslovačka (N=123), Poljska (N=3), Južnoafrička republika (N=81), Švedska (N=14), SAD (N=44)	408	-	31 (33)	-	0,21	Isto kao uzorak Andersona i Erikssona (1980), uz dodatnih 70 mjerenja iz Južne Afrike.

Vrijednosti za 95%, 50% i 5% su određene pomoću log-normalne aproksimacije stvarnih podataka, pri čemu su vrijednosti za 50% u zagradama temeljene na stvarnim izmjerenim podacima.

Parametar σ_{lg} I predstavlja standardnu devijaciju logaritma po bazi 10 vršne struje.

* Prema izvješću Takamija i Okabea (2007).

** 26kA i 0,32 nakon korekcije zbog donje granice mjerenja od 9 kA.

U Tablici (4.3.) [73] dana je usporedba vršnih struja naknadnih povratnih udara u negativnoj CG munji. Isti izvor navodi da, u usporedbi s prvim negativnim povratnim udarima, većina naknadnih udara ima jedan vrh struje, kraće vrijeme uspona, kraće vrijeme do polovice vršne vrijednosti te manju količinu prenesenog naboja.

Tablica 4.3. Usporedba vršnih struja povratnog udara (u kA) za naknadne udare pri negativnoj munji.

Referenca	Lokacija	Veličina uzorka	Postotak koji prelazi vrijednost		Postotak koji prelazi vrijednost		Postotak koji prelazi vrijednost		$\sigma_{\rm lg} I$	Napomena
			95%	50%	5%					
Berger et al. (1975) [81]	Švicarska	135	4,6	12	30	0,265	Izravna mjerenja na tornjevima visine 70 metara			
Anderson and Eriksson (1980) [73]	Švicarska	114	4,9	12	29	0,23	Izravna mjerenja na tornjevima visine 70 metara			
Dellera et al. (1985) [73]	Italija	33	-	18	-	0,22	Izravna mjerenja na tornjevima visine 40 metara			
Geldenhuys et al. (1989) [82]	Južna Afrika	?	-	7-8	-	-	Izravna mjerenja na stupu visokom 60 metara			
Visacro et al. (2012) [84]	Brazil	71	7,5	18	41	0,23	Izravna mjerenja na stupu visokom 60 metara			
Diendorfer et al. (2009)	Austria	615	3,5	9,2	21	0,25	Izravna mjerenja na tornju visokom 100 metara; uzlazna munja.			
Schoene et al. (2009)	Florida	165	5,2	12	29	0,22	Izravna mjerenja; munja izazvana raketom			

Vrijednosti za 95%, 50% i 5% su određene pomoću log-normalne aproksimacije stvarnih podataka. Parametar σ_{lg}I predstavlja standardnu devijaciju logaritma po bazi 10 vršne struje. Uključeni su podaci za naknadne udare u uzlaznim i munjama izazvanim raketom jer su ti udari slični naknadnim udarima kod prirodnih silaznih munja.

Osim vršne struje, iz izravnih mjerenja munje mogu se dobiti i drugi parametri poput maksimalne derivacije struje, prosječne brzine porasta, vremena porasta i trajanja struje te prenesenog naboja. Najpouzdaniji skup podataka o tim parametrima potječe od mjerenja Berger i suradnici [81] u Švicarskoj. Većina parametara oblika strujnog vala prikazana je na (Sl. 4.1.) Parametri objedinjeni iz različitih istraživačkih izvora sažeto su prikazani u Tablici (4.4.), prema CIGRE Dokumentu 63 i IEEE standardu 1410-2010 [73].



Sl. 4.1. Parametri oblika strujnog vala (prilagođeno iz [73])
Tablica 4.4. Opis parametara valnog oblika struje munje

Parametar (Sl 28)	Onis
I ₁₀	Točka od 10% vrijednosti duž struje udara
I ₃₀	Točka od 30% vrijednosti duž struje udara
I ₉₀	Točka od 90% vrijednosti duž struje udara
$\mathbf{I}_{100} = \mathbf{I}_{\mathrm{I}}$	Inicijalni vršni izboj struje
I _F	Najviša zabilježena vrijednost struje
T _{10/90}	Vrijeme dok struja naraste s 10% na 90% svoje vršne vrijednosti
T _{30/90}	Vrijeme dok struja naraste s 30% na 90% svoje vršne vrijednosti
S ₁₀	Trenutna derivacija struje u točki I_{10} (intenzitet početnog porasta struje)
S _{10/90}	Prosječna brzina porasta struje između točaka I_{10} i I_{90}
S _{30/90}	Prosječna brzina porasta struje između točaka I_{30} i I_{90}
S _m	Najveća vrijednost brzina porasta struje na fronti strujnog vala, koja se najčešće javlja oko točke I_{90}
t _{d 10/90}	Ekvivalentno linearno trajanje valne fronte, izračunato kao omjer $I_{\text{F}}/S_{10/90}$
t _{d 30/90}	Ekvivalentno linearno trajanje valne fronte, izračunato kao omjer $I_{\text{F}}/S_{10/90}$
t _m	Ekvivalentno linearno trajanje valne fronte, izračunato kao omjer $I_{\text{F}}/S_{\text{m}}$
QI	Impulsni naboj (integral struje po vremenu)

Tablica 4.5. Parametri objedinjeni iz različitih istraživačkih izvora prema CIGRE Dokumentu 63 i IEEE standardu 1410-2010 [73]

Parametri log-normalne raspodjele za negativne silazne udare munje						
Parametar	Prvi udar		Naknadni udari			
	M, Medijan	β, logaritamska (baza e) standardna devijacija	M, Medijan	β, logaritamska (baza e) standardna devijacija		
Vrijeme valne fronte (µs)						
$t_{d\ 10/90} = T_{10/90} / 0.8$	5,63	0,576	0,75	0,921		
$t_{d\ 30/90} = T_{30/90} / 0.6$	3,83	0,553	0,67	1,013		
$t_m = I_F / S_m$	1,28	0,611	0,308	0,708		
Nagib (kA/µs)						
S _m , Maksimum	24,3	0,599	39,9	0,852		
S ₁₀ , na 10%	2,6	0,921	18,9	1,404		
S _{10/90} , na 10-90%	5,0	0,645	15,4	0,944		
S _{30/90} , na 30-90%	7,2	0,622	20,1	0,967		
Vršna (maksimalna) struja (kA)						
I _I inicijalna	27,7	0,461	11,8	0,530		
I _F , finalna	31,1	0,484	12,3	0,530		
Omjer I _I /I _F	0,9	0,230	0,9	0,207		
Ostali relevantni parametri						
Vrijeme pada na polovicu vrijednosti t _h (μs)	77,5	0,577	30,2	0,933		
Broj udara po munji	1	0	2,4	0,96 na temelju medijana ukupnog broja udara N _{total} = 3,4		
Naboj udara, Q _I (Coulomb)	4,65	0,882	0,938	0,882		
Specifična energija impulsa munje ∫I²dt ((kA)²s)	0,057	1,373	0,0055	1,366		
Interval između udara (ms)	-	-	35	1,066		

4.2. Klasifikacija modela povratnog udara

U literaturi se spominju četiri osnovne vrste modela povratnog udara munje [43] te se većina modela mogu svrstati u neku od tih klasa ili mogu pripadati u više njih istovremeno. Klasifikacija je prvenstveno napravljena prema tipu jednadžbe koje pojedini model koristi za opisivanje kanala munje:

- Modeli dinamike plinova (fizikalni ili elektro-termodinamički modeli) Ovi modeli temelje se na osnovnim zakonima očuvanja u fizici, poput očuvanja energije ili naboja, pri čemu se u izračune uključuju matematički aspekti modeliranja povezani s dinamikom fluida i termodinamikom. Cilj je izračunati i opisati vremenske i radijalne promjene različitih fizikalnih veličina poput temperature, tlaka, radijusa, itd., zajedno s električnim svojstvima kao što su gustoća naboja i električna vodljivost.
- Inženjerski modeli opisuju uzdužnu struju u kanalu munje u bilo kojem trenutku i na bilo kojoj visini, na temelju zadane struje u podnožju kanala. Njihova karakteristična prednost je vrlo mali broj prilagodljivih parametara – najčešće samo jedan ili dva.
- 3. Modeli distribuiranih krugova Predstavljaju aproksimaciju elektromagnetskih modela, pri čemu se povratni udar munje prikazuje kao prolazni proces na vertikalnoj prijenosnoj liniji, karakteriziranoj otporom (R), induktivitetom (L) i kapacitetom (C) po jedinici duljine. Upravljačke jednadžbe u tim modelima su telegrafske jednadžbe. Modeli se koriste za izračunavanje struje u kanalu kao funkcije vremena i visine, a posljedično i za proračun udaljenih električnih i magnetskih polja.
- 4. Elektromagnetski modeli Temelje se na numeričkom rješenju Maxwellovih jednadžbi kako bi se izračunala raspodjela struje duž kanala, iz koje se potom mogu izračunati udaljena električna i magnetska polja.

4.2.1. Modeli dinamike plinova

Modeli dinamike plinova opisuju ponašanje kratkog segmenta cilindričnog stupca plazme koji je pobuđen otpornim zagrijavanjem uzrokovanim unaprijed zadanom strujom koja se mijenja u vremenu. Rakov i Uman [37] iznose kako su modeli ove vrste prvotno bili razvijeni za opis iskrovitih pražnjenja u laboratorijskim uvjetima u zraku, ali su ih Drabkina (1951) i Braginskii (1958) smatrali primjenjivima za modeliranje povratnih udara munje. Drabkina polazi od pretpostavke da je tlak unutar kanala iskre znatno veći od okolnog tlaka i opisuje radijalni razvoj kanala iskre i pripadajućeg udarnog vala kao funkciju vremenski promjenjive energije koja se unosi u kanal. Braginskii također koristi aproksimaciju jakog udarnog vala, kako bi razvio model kanala iskre koji opisuje vremensku promjenu parametara (poput radijusa, temperature i tlaka) kao funkciju ulazne struje. Plooster [85] prikazuje rješenje Bragiinskog kao formulu:

$$r(t) \approx 9.35 I(t)^{1/3} t^{1/2} \tag{4.1}$$

Braginskii pretpostavlja električnu vodljivost σ kanala 2,22×10⁴ Sm⁻¹ i gustoću okolnog zraka 1,29×10⁻³ gcm⁻³. Za poznati r(t), otpor po jedinici duljine kanala R(t) se može prikazati kao:

$$R(t) = [\sigma \pi r(t)^2]^{-1}$$
(4.2)

a energija unesena po jedinici duljine kanala kao:

$$W(t) = \int_{0}^{t} I(\tau)^{2} R(\tau) d\tau$$
 (4.3)

36

Nešto noviji algoritmi modeliranja ovog tipa [85-90] mogu se ukratko opisati kroz nekoliko osnovnih pretpostavki. Prvo, smatra se da je plazma stupac ravan i cilindrično simetričan, što pojednostavljuje geometriju problema. Drugo, pretpostavlja se da je algebarski zbroj pozitivnih i negativnih naboja u bilo kojem volumenskom elementu jednak nuli, čime se osigurava električna neutralnost sustava. I treće, modeli polaze od toga da u svakom trenutku vlada lokalna termodinamička ravnoteža, što omogućuje primjenu termodinamičkih zakona na mikroskopskoj razini unutar kanala.

Od najnovijih fizikalnih modela može se spomenuti Da Silva i suradnici [91] koji proučavaju zašto negativne munje iz oblaka prema tlu uobičajeno prenose naboj u više uzastopnih povratnih udara koji ponovno koriste isti kanal, dok pozitivne munje uglavnom imaju samo jedan udar, te uvode šest jednadžbi nulte dimenzije koje mogu obuhvatiti i neravnotežne plazme (plazme niske temperature), kao i lokalno termodinamički uravnotežene plazme (plazme visoke temperature). Njihov model kanala je prikazan na (Sl. 4.2.).



Sl. 4.2. (a) Shematski prikaz načina na koji model simulira poprečni presjek kanala munje, pri čemu su poznati samo struja I(t) koja prolazi kroz taj dio i početni uvjeti kanala. (b) Oblik strujnih valnih oblika korištenih u ovom istraživanju: stalna struja nasuprot impulsnom profilu s četiri parametra. (c) Radijalni temperaturni profil i pripadajuće širenje kanala. Kanali predvodnika munje okruženi su zonama strimera i korona omotačima, koji nisu prikazani na slici (a) [prilagođeno iz 91].

4.2.2. Inženjerski modeli

Inženjerski modeli opisuju uzdužnu struju u kanalu munje I(z, t) na proizvoljnoj visini z i u bilo kojem trenutku t, u odnosu na struju I(0, t) na početku kanala z=0. Jedna od karakteristika im je da djelomično zanemaruju određene aspekte fizike pri definiranju ulaznih parametara potrebnih za modeliranje, točnije, ulazni parametri za neke od tih modela nisu izravno određeni temeljnim fizikalnim zakonima, ali se zbog svoje niže matematičke složenosti i prihvatljive razine slaganja s promatranim podacima i dalje se široko koriste u proračunima elektromagnetskih polja. Ulazni parametri u inženjerskim modelima u pravilu se temelje na eksperimentalnim podacima, a neki od njih dodatno se kalibriraju kako bi rezultati modela bili u skladu s promatranim vrijednostima. Primjerice, jedan od proizvoljno određenih ulaznih parametara koji je zajednički za sve inženjerske modele je brzina strujnog vala.

Načelno se inženjerski modeli mogu podijeliti u tri kategorije:

- Modeli propagacije struje (eng. current propagation models CP),
- Modeli generiranja struje (eng. current generation models CG),
- Modeli disipacije struje (eng. current dissipation models CD),

U svom novijem radu Cooray [92] opisuje različite aproksimacije koje se koriste pri konstruiranju navedenih inženjerskih modela povratnog udara te zastupa stajalište da su svi ti modeli poseban slučaj općenitijeg modela kojeg naziva Model struje (C-model).

Modeli propagacije struje (eng. current propagation models)

Ove modele karakterizira način na koji se strujni val ubrizgan u bazu kanala propagira duž kanala. Prema Cooray [92] osnovu za ove modele je postavio Norinder 1939., a njegov model su doradili Bruce i Golde [93]. Osnovna zamisao ta dva modela prikazana je na (Sl. 4.3.). Norinderov model imao je dvije pretpostavke koje nisu bile u skladu sa zakonima fizike. Prva pretpostavka je da je brzina razvoja kanala munje od zemlje prema oblaku trenutačna, a druga pretpostavka je da je promjena struje duž cijelog kanala munje trenutačna. Bruce i Golde pretpostavljaju da se brzina povratnog udara smanjuje kako se kanal produžuje, te uvode jednadžbu za brzinu kojom se razvija kanal munje

$$v = v_0 e^{-\gamma t} \tag{4.4}$$

i postavljaju v₀ = 8×10^9 cm/s i γ = 3×10^4 , čime ispravljaju prvu pogrešnu pretpostavku.

Dennis i Pierce [94] rješavaju nedostatak Bruce i Golde modela tako što osim brzine propagacije kanala v dodaju i brzinu propagacije struje u te modeliraju povratni udar na sljedeći način:

$$I(z,t) = I(0,t-z/u)H(t-z/v)$$
(4.5)

gdje je I(0,t) struja u bazi kanala, v je brzina propagacije kanala predstavljenog funkcijom H, a u je brzina propagacije struje I. Za beskonačne brzine propagacije struje ovaj model postaje isti kao i Bruce i Golde model. Poboljšani model je prikazan na (Sl. 4.4.).

a) Struja na nivou zemlje



Sl. 4.3. a) Aproksimativni prikaz eksperimentalnog oblika strujnog vala na nivou zemlje; b) Nordinerov model povratnog udara iz 1939.; c) Model Bruce i Golde iz 1941. koji uvodi brzinu širenja kanala munje, ali i dalje ostaje problem trenutačne promjene struje duž čitavog kanala



Sl. 4.4. Brzine propagacije kanala (v) i strujnog vala (u) prema Dennis i Pierce

Uman i MacLain [95] uvode model, popularno nazvan model prijenosne linije, u kojem je brzina propagacije struje jednaka brzini propagacije kanala, te povezuju izračune promjene struje s promjenama udaljenog elektromagnetskog polja čime su praktički omogućili istraživačima promatranje struje u kanalu munje na osnovu mjerenja udaljenog elektromagnetskog polja. Nucci i suradnici [96] uvode modificirani model prijenosne linije (*eng. Modified Transmission Line model with exponential current decay*), čija je karakteristika eksponencijalno opadanje struje s visinom, dok u modificiranom modelu koji su uveli Rakov i Dulzon [97] (*eng. Modified Transmission Line model with linear current decay*) struja s visinom opada linearno. Treba spomenuti i model koji su uveli Cooray i Orville [98] koji osim atenuacije i disperzije struje uvode i promjenjivu brzinu vala povratnog udara.

Modeli generiranja struje (eng. current generation models)

U ovim modelima vodljivi kanal se promatra kao nabijena prijenosna linija, pri čemu se pretpostavlja da se struja povratnog udara generira kao posljedica vala kojim se potencijal zemlje širi duž kanala od tla prema oblaku (Sl. 4.5.). Dolazak fronte povratnog udara do određene točke na kanalu mijenja njezin električni potencijal s potencijala oblaka na potencijal zemlje, što dovodi do oslobađanja vezanog naboja iz središnje jezgre i koronskog omotača, pri čemu nastaje struja koja je u literaturi poznata kao struja korone (*eng. corona current*). Kako se fronta povratnog udara širi prema višim slojevima atmosfere, naboj akumuliran u kanalu predvodnika prelazi u visoko vodljivu jezgru kanala povratnog udara, pa se, u tom kontekstu, svaka točka duž kanala predvodnika može modelirati kao izvor struje koji se aktivira pri dolasku fronte povratnog udara do te lokacije. Korona struja koju ovi izvori ubrizgavaju u visoko vodljivu jezgru propagira se prema tlu brzinom označenom s v_c , za koju se u većini modela pretpostavlja se da je $v_c = c$, gdje je c brzina svjetlosti u vakuumu. Ovaj koncept uveo je Wagner [99], ali uz pretpostavku da je brzina struje korone beskonačna.



Sl. 4.5. Faze razvoje kanala povratnog udara (prilagođeno iz [99])

Lin i suradnici nadograđuju model uvođenjem propagacije struje uz generiranje struje [100]. Heidler [101] proširuje model temeljen na ovom principu uvođenjem struje u bazi kanala i brzine povratnog udara kao ulaznih parametara. Cooray [102] je razvio model u kojem se raspodjela naboja koju taloži povratni udar, odnosno zbroj pozitivnog naboja potrebnog za neutralizaciju negativnog naboja na kanalu predvodnika i pozitivnog naboja induciranog djelovanjem pozadinskog električnog polja, te vremenska konstanta raspada struje korone uzimaju kao ulazni parametri. Na temelju tih parametara, model predviđa struju u bazi kanala te brzinu širenja povratnog udara. Diendorfer i Uman [103] uveli su model u kojem su kao ulazni parametri uzeti struja u bazi kanala, brzina povratnog udara i

vremenska konstanta raspada struje korone. Thottappillil i Uman [104] modificiraju ovaj model uključivanjem promjenjive brzine povratnog udara te uvođenjem vremenske konstante raspada struje korone koja se mijenja s visinom.

Modeli disipacije struje (eng. current dissipation models)

Godine 2009. Cooray [105] pokazuje da se koncept struje korone koja se širi prema gore također može koristiti za izradu modela povratnog udara te, za takve modele, uvodi naziv modeli disipacije struje. U ovim modelima, struja koja se ubrizgava na osnovi kanala disipira se djelovanjem struje korone. Povratni udar simulira se ubrizgavanjem struje u bazu kanala, koja se zatim širi prema gore brzinom svjetlosti. Kako se struja povratnog udara širi prema gore inducira se struja korone. Za razliku od modela generiranja struje, gdje se struja korone struja širi prema dolje, u modelima disipacije struje struja korone se širi prema gore, istom brzinom kao i ubrizgana struja. Kako je korona struja suprotnog polariteta u odnosu na ubrizganu struju, dolazi do djelomične neutralizacije, odnosno disipacije, ubrizgane struje. Kao rezultat toga, efektivna neto struja koja se širi kanalom propagira se prema gore brzinom manjom od brzine svjetlosti (Sl. 4.6.).



Sl. 4.6. Ubrizgana struja je prikazana plavom bojom, struja korone zelenom bojom, a neto struja crvenom. Ubrizgana struja i struja korone šire se prema gore istom brzinom (npr. brzinom svjetlosti), dok se njihova rezultanta (neto struja) širi manjom brzinom. Čak i ako se odabere neka druga brzina za širenje ubrizgane i korona struje, neto struja će se i dalje širiti sporije od te odabrane brzine (prilagođeno iz [92]).

4.2.3. Modeli distribuiranih krugova

Modeli distribuiranih krugova opisuju kanal munje kao RLC prijenosnu liniju (Sl. 4.7.) za koju su napon V i struja I rješenja telegrafskih jednadžbi:

$$-\frac{\partial V(z',t)}{\partial z'} = L \frac{\partial I(z',t)}{\partial t} + RI(z',t)$$
(4.6)

$$-\frac{\partial I(z',t)}{\partial z'} = C \frac{\partial V(z',t)}{\partial t}$$
(4.7)

gdje je z' vertikalni položaj na kanalu munje, t predstavlja vrijeme, R je serijski otpor, L je serijska induktivnost, a C je paralelna kapacitivnost, pri čemu su R, L i C izraženi po jedinici duljine z'. Za vertikalni kanal munje u savršeno vodljivom tlu, vrijednosti L i C ovise o koordinati z'. Međutim, ta ovisnost je slaba logaritamska i često se u modelima zanemaruje.



Sl. 4.7. Ekvivalentni električni krug osnovnog elementa RLC prijenosne linije. Izrazi 4.6 i 4.7 mogu se izračunati iz ovog kruga pomoću Kirchoffovih zakona kada $\Delta z \rightarrow 0$ [37]

Godine 1968. Oetzel [106] koristi ovakav model za mjerenje promjera kanala povratnog udara i usporedbu s rezultatima mjerenja. Mjeri na dvije vrste modela distribuiranih krugova, jedan koji pretpostavlja da je kanal prijenosna linija bez početnog naboja na čijem je jednom kraju priključen skupni izvor pobude, te drugi, u kojem je prijenosna linija u početku nabijena na određenu raspodjelu potencijala, koja može biti neuniformna, a pražnjenje započinje zatvaranjem sklopke. Pierce i Pierce [107] postavljaju kanal povratnog udara kao vertikalnu prijenosnu liniju te uključuju gubitke otpora duž linije. Little [108] utvrđuje da se amplituda vršne struje smanjuje kako se povećava visina iznad tla. Takagi i Takeuti [109] koriste model za izračun struje kako bi objasnili zabilježene promjene električnog polja uzrokovane bliskim povratnim udarima munje tijekom zimskog grmljavinskog nevremena. Rakov [110] modelira prijenosnu liniju za mehanizme propagacije usmjerenih predvodnika i povratnih udara uz pretpostavku da je prijenosna linija linearna, odnosno da je R konstanta. Ako se uzmu u obzir nelinearnosti prijenosne linije, rješenje telegrafskih jednadžbi zahtijeva korištenje numeričkih metoda. Primjerice, Quinn [111] za modeliranje valnog oblika struje koristi metodu konačnih razlika.

Amoruso i Lattarulo [112] povezuju struje povratnog udara na razini tla s elektromagnetskim poljima na površini. Uvode modificirani model prijenosne linije s nelinearnom karakterističnom impedancijom i u obzir uzimaju konačna brzina širenja struje.

Visacro i De Conti [113] za izračun vremenske i visinske ovisnosti parametara kanala munje koriste dinamičku neuniformnu prijenosnu liniju (*eng. Dynamic Non-Uniform Transmission Line*). Kanal munje dijele u tri različite zone (Sl. 4.8.): kanal predvodnika, kanal u prijelazu i kanal povratnog udara.



Sl. 4.8. Prikaz naknadnog udara u DNUTL modelu (c = 3x10⁸m/s). a) Kanal predvodnika: Koronska ovojnica, veliki gubici, brzina 0,33<v<0,66c; (b) Kanal u prijelazu: Smanjenje koronske ovojnice i gubitaka, porast brzine v; (c) Kanal povratnog udara: Nema koronske ovojnice, smanjeni gubici, brzina v približno jednaka c (prilagođeno iz [113])</p>

4.3. Elektromagnetski modeli

Elektromagnetski modeli su relativno novi i predstavljaju najrigorozniji pristup među svim modelima pogodnima za izračunavanje elektromagnetskih polja munje [114]. Temelje se na numeričkom rješavanju Maxwellovih jednadžbi kako bi se dobila vremensko-prostorna raspodjela struje duž kanala munje, pri čemu se koriste numeričke metode poput metode momenata (MoM) i metode konačnih razlika u vremenskoj domeni (FDTD). Kako bi se postigla realistična brzina širenja strujnog vala, koja je manja od brzine svjetlosti u zraku, modelirana žica (kanal munje) smješta se u umjetni dielektrični medij ili se opterećuje dodatnom raspodijeljenom serijskom induktivnošću, a predlaže se i kapacitivno opterećenje. Taj umjetni medij koristi se isključivo za određivanje raspodjele struje, nakon čega se kanal promatra kao da zrači u zraku. Slabljenje struje s visinom modelira se otpornim opterećenjem. Za razliku od distribuiranih strujnih i tzv. inženjerskih modela, elektromagnetski modeli povratnog udara omogućuju potpuno samodostatno rješenje valne jednadžbe koje opisuje i raspodjelu struje i pripadajuća elektromagnetska polja.

Baba i Rakov [114] klasificiraju elektromagnetske modele u dostupnoj literaturi na četiri vrste:

- 1. Savršeno vodljiva/otporna žica u zraku iznad tla (eng. Perfectly Conducting/Resistive Wire in Air Above Ground);
- 2. Žica iznad tla ugrađena u dielektrik (drugačiji od zraka) (*eng. Wire Embedded in a Dielectric* (*Other Than Air*) *Above Ground*);
- 3. Žica iznad tla opterećena dodatnom raspodijeljenom serijskom induktivnošću u zraku (*eng. Wire Loaded by Additional Distributed Series Inductance in Air Above Ground*);
- 4. Dvije žice s dodatnom raspodijeljenom paralelnom kapacitivnošću u zraku (*eng. Two Wires Having Additional Distributed Shunt Capacitance in Air*). Baba i Rakov [114] definiraju ovu kategoriju, ali u njoj nema dostupnih recenziranih radova.

Kategorije 2., 3. i 4. uvedene su kako bi se smanjila brzina širenja strujnog vala duž žice koja predstavlja kanal, na vrijednost manju od brzine svjetlosti u zraku. Tipične vrijednosti brzine frontalnog vala povratnog udara (Sl. 4.9.) kreću se u rasponu od c/3 do 2c/3 [115].



Brzina propagacije frontalnog vala u ovisnosti o visini za dva povratna udara u dva različita udara munje izazvana kod Camp B Landing, Florida [prilagođeno iz 115].

Kako prenose Gorin i Shkilev (1984), ekvivalentna impedancija kanala povratnog udara munje procjenjuje se na raspon od 0,6 do 2,5 k Ω [115]. Osim toga, vrijednosti radijusa kanala munje u literaturi uobičajeno su veće od očekivanih, ali to je, u konačnici, zanemarivo u odnosu na usklađenost

karakteristične impedancije simuliranog kanala s očekivanim vrijednostima ekvivalentne impedancije kanala (0,6 do 2,5 k Ω).

4.3.1. Savršeno vodljiva/otporna žica u zraku iznad tla

Podgorski i Landt [116] 1987. predlažu model na osnovu tanke žičane antene s proračunom u vremenskoj domeni, koji se temelji na numeričkim rješenjima općih Maxwellovih jednadžbi. Autori predstavljaju prednosti ovakvog pristupa koji je rezultirao realističnim linearnim modelom prijenosne linije, i navode da, po prvi put, novi model ne nameće kvazi-statičke uvjete elektromagnetskog polja karakteristične za modele prijenosne linije, koji su se uobičajeno koristili za modeliranje kanala povratnog udara. Općenito je pretpostavka da su kvazi-statički modeli jednostavniji za izračun, ali manje točni, naročito za visoke frekvencije ili velike udaljenosti. Elektromagnetski modeli trebali bi pružiti veću preciznost izračuna, ali su, procesorski, daleko zahtjevniji. Osim toga, korištenjem TWTD (*eng. Thin-Wire Time Domain*) koda, autori dobivaju model koji može izračunati struju munje u kanalu bilo kojeg trodimenzionalnog oblika, čime se, po prvi put u odnosu na prethodne modele, predlaže izbjegavanje aproksimacije kanala kao ravne linije.



Sl. 4.10. a) Strukturna geometrija kanala munje i CN Towera opisana u terminima 3-D koordinata svakog ravnog segmenta žice. b) Izračunati i izmjereni valni oblik struje munje na CN Toweru (prilagođeno iz [116])

Prema Baba i Rakov [114], glavni nedostatak ovog prikaza kanala je nerealna brzina širenja strujnog vala, koja je jednaka brzini svjetlosti. To bi moglo dovesti do precjenjivanja električnih i magnetskih polja na udaljenostima, budući da se očekuje da su njihove veličine proporcionalne brzini širenja vala struje.

4.3.2. Žica iznad tla ugrađena u dielektrik ($\varepsilon_r > 1$)

Baba i Rakov [114] opisuju brzinu propagacije strujnog vala u odnosu na brzinu svjetlosti koristeći teoriju uniformne R-L-C prijenosne linije temeljene na transverzalno elektromagnetskom (TEM) valu. Konstanta propagacije γ_0 opisuje kako se signal širi i prigušuje duž uniformne RLC prijenosne linije, a dana je formulom:

$$\gamma_0 = \sqrt{j\omega C_0 (R_0 + j\omega L_0)} \tag{4.8}$$

Fazna brzina v_{p0} vala koji se širi duž ove linije i karakteristična impedancija Z_{c0} linije dane su sa:

$$v_{p0} = \frac{\omega}{\mathrm{Im}(\gamma_0)} = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} \left[\frac{2}{\sqrt{1 + \left(\frac{R_0}{\omega L_0}\right)^2 + 1}} \right]^{1/2}$$
(4.9)

$$Z_{c0} = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{j\omega C_0}}$$
(4.10)

gdje Im(γ_0) predstavlja imaginarnu komponentu γ_0 , ω je kružna frekvencija (2 π f), R_0 je serijski otpor po jedinici duljine, L_0 je prirodni serijski induktivitet po jedinici duljine, a C_0 je prirodni paralelni kapacitet po jedinici duljine. Ako je ωL_0 dosta veći od R_0 pri frekvenciji od interesa, 4.9 i 4.10 se svode na:

$$v_{p0} \approx \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} \tag{4.11}$$

$$Z_{c0} \approx \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} \tag{4.12}$$

Pretpostavka na kojoj se temelje izrazi (4.11) i (4.12) zadovoljena je pri frekvencijama od f=1MHz ili višima za $L_0=2,1\mu$ H/m (procjena za vodoravnu žicu radijusa 30 mm na visini od 500 m iznad tla) i $R_0=1\Omega/m$, gdje je ωL_0 (13 Ω/m) >> $R_0(1 \Omega/m)$.

Ako je prijenosna linija okružena zrakom, tada je fazna brzina v_{p0} , dana izrazom (4.11), jednaka brzini svjetlosti c. Međutim, kada je okomita žica ugrađena u dielektrik relativne permitivnosti ε_r , fazna brzina v_{pd} i karakteristična impedancija Z_{cd} te žice mijenjaju se i postaju:

$$v_{pd} \approx \frac{1}{\sqrt{L_0 \varepsilon_r C_0}} = \frac{v_{p0}}{\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}}$$
(4.13)

$$Z_{cd} \approx \sqrt{\frac{L_0}{\varepsilon_r C_0}} = \frac{Z_{c0}}{\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{v_{pd}}{c} Z_{c0}$$
(4.14)

Jednadžbe (4.13) i (4.14) pokazuju da karakteristična impedancija Z_{cd} linearno opada s opadanjem fazne brzine v_{pd} , iako nije poznato hoće li se taj trend zadržati kod stvarnog povratnog udara munje.

Kada se dielektričnost ε_r kreće od vrijednosti 2,25 do 9, fazna brzina v_{pd} kreće se od 0,67c do 0,33c, što upravo odgovara tipičnim izmjerenim brzinama frontalnog vala povratnog udara munje [115]. Odgovarajuća karakteristična impedancija Z_{cd} se kreće od 0,13 do 0,27k Ω za v_{pd} = 0,33c, te 0,23 do 0,47k Ω za v_{pd} = 0,67c, u uvjetima kada je karakteristična impedancija okomite neopterećene žice u zraku Z_{c0} = 0,4 do 0,7k Ω i v_{p0} = c. To je nešto niža impedancija od one koju postavljaju Gorin i Shkilev (0,6 do 2,5k Ω), ali to ne pravi značajne razlike u rezultantnim raspodjelama struje pri analizi povratnog udara munje bez grananja koji završava na ravnom tlu, u kojem se uzlazni predvodnici uobičajeno zanemaruju, a val povratnog udara širi se s površine tla prema gore. Baba i Rakov dalje komentiraju [114] da, ukoliko se analizira udar munje u uzemljeni metalni objekt koristeći ovaj prikaz, potrebno je umetnuti koncentrirani otpor od nekoliko stotina oma između kanala munje i objekta udara kako bi se postigla realistična vrijednost impedancije kanala povratnog udara, viđena iz perspektive valova koji iz objekta ulaze u kanal munje.

Moini i suradnici [118] (1998.) razvijaju računalni model koji koristi jednadžbe elektromagnetskog polja kako bi izravno izračunali inducirane struje i napone u žicama različitih oblika, od jednostavnih žica do složenih mreža poput dalekovoda i rasklopnih postrojenja. Pri tome postavljaju ε_r =4. Model su testirali usporedbom s rezultatima iz stvarnih mjerenja, uključujući eksperimente u simuliranim uvjetima munje, te autori navode vrlo dobro slaganje između simulacija i stvarnosti. Primijenili su ovu metodu i na trofazne dalekovode. Pokazali su kako okomiti ili vodoravni raspored vodiča, visina vodiča, te prisutnost zaštitnih žica utječu na razinu induciranih napona.

Moini i suradnici [119] (2000.) predstavljaju model kanala povratnog udara temeljen na teoriji antene. Kanal munje modeliran je kao vertikalna monopolna antena s gubicima (*eng. lossy antenna*) iznad savršeno vodljivog tla. Izvor napona u podnožju pokreće strujni val koji se širi duž antene, a izračunat je iz željenog oblika strujnog vala i otpora kanala. Kako bi se simulirala sporija brzina vala uočena kod stvarne munje, dielektričnost okolnog medija umjetno je povećana. Raspodjela struje izračunana je metodom momenata, uzimajući u obzir omske gubitke, ali zanemarujući nelinearne učinke. Model zahtijeva samo dva podesiva parametra: brzinu širenja vala i otpor kanala po jedinici duljine.

Polazna točka analize su Makswellove jednadžbe u vremenskoj domeni za linearni, homogeni i vremenski nepromjenjivi medij:

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$
(4.15)

gdje su ε i μ redom električna permitivnost i magnetska permeabilnost medija, E i H redom predstavljaju vektor električnog i magnetskog polja, dok je J vektor gustoće električne struje, a ρ prostorna gustoća naboja. Odnos između J i ρ određen je jednadžbom kontinuiteta struje:

$$\nabla \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \tag{4.16}$$

Kombiniranjem Maxwellovih jednadžbi dobivaju se sljedeći izrazi za valne jednadžbe:

$$\nabla^{2} \cdot \vec{E}(\vec{r},t) - \frac{1}{c^{2}} \frac{\partial^{2} \vec{E}(\vec{r},t)}{\partial t^{2}} = \mu \frac{\partial \vec{J}(\vec{r},t)}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon} \nabla \rho(\vec{r},t)$$
(4.17)

$$\nabla^2 \cdot \vec{H}(\vec{r},t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}(\vec{r},t)}{\partial t^2} = -\nabla \times \vec{J}(\vec{r},t)$$
(4.18)

gdje je r vektor položaja u točki prostora. Polazeći od početnog sustava dviju jednadžbi, autor primjenjuje niz matematičkih transformacija i aproksimativnih pretpostavki kako bi izveo odgovarajuće izraze u obliku novog sustava jednadžbi (4.20) uz geometriju prikazanu na (Sl. 4.11.).



Sl. 4.11. *Geometrija vertikalne monopolne antene u prijamnom režimu, smještene iznad savršeno vodljivog tla. U odašiljačkom režimu, pobudno polje je različito od nule samo u podnožju antene.*

Zbog prisutnosti vodljivog tla, ukupno primijenjeno polje koje izvor stvara iznad tla iznosi:

$$\vec{E}^a = \vec{E}^i + \vec{E}^r \tag{4.19}$$

a integralna jednadžba električnog polja (EFIE) poprima sljedeći oblik:

$$\vec{w} \cdot \vec{E}^{a}(\vec{w},t) = \frac{\mu_{0}}{4\pi} \int_{C_{0}} \left[\frac{\vec{w} \cdot \vec{w}'}{R} \frac{\partial I(\vec{w}',t')}{\partial t'} + v \frac{\vec{w} \cdot \vec{R}}{R^{2}} \frac{\partial I(\vec{w}',t')}{\partial w'} + v^{2} \frac{\vec{w} \cdot \vec{R}}{R^{3}} \int_{0}^{t'} \left(\frac{\partial I(\vec{w}',\tau)}{\partial w'} \right) d\tau \right] d\tau$$

$$- \frac{\vec{w} \cdot \vec{w}'^{*}}{R^{*}} \frac{\partial I(\vec{w}',t'^{*})}{\partial t'^{*}} - v \frac{\vec{w} \cdot \vec{R}}{R^{2*}} \frac{\partial I(\vec{w}',t'^{*})}{\partial w'} - v^{2} \frac{\vec{w} \cdot \vec{R}}{R^{*3}} \int_{0}^{t'^{*}} \left(\frac{\partial I(\vec{w}',\tau)}{\partial w'} \right) d\tau dw'$$
e je:

gdje je:

$$R = (|\vec{w} - \vec{w}'|^2 + a^2)^{1/2}$$
$$R^* = (|\vec{w} - \vec{w}'^*|^2 + a^2)^{1/2}$$
$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}; \qquad v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}}; \qquad \varepsilon = \frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_0}$$

$$t'=t-\frac{R}{v};$$
 $t'^*=t-\frac{R^*}{v}$

Pri tome je C_0 putanja duž koje teče struja, 2a je promjer antene (Sl. 38.), a v je brzina širenja vala u slučaju nerezistivnog kanala. Točke w predstavljaju točke promatranja, točke w' predstavljaju točke izvora na anteni. Posljednja tri člana na desnoj strani jednadžbe (4.20) predstavljaju učinak savršeno vodljivog tla, dok je s lijeve strane primijenjeno električno polje, tangencijalno na površinu antene. U slučaju odašiljačke antene, primijenjeno polje E^a(w,t) generira se pomoću naponskog izvora koji nije prikazan na Sl. 38., već je ilustriran prijamni režim antene. Odnos između E^a(w,t) i napona izvora je:

$$E^{a}(\vec{w},t) = \begin{cases} -\nabla v(\vec{w}',t) & \text{if } \vec{w} = \vec{w}' = 0\\ 0 & \text{drugdje} \end{cases}$$
(4.21)

Moini i suradnici numerički rješavaju jednadžbu (4.20) primjenom metode momenata (MoM) u vremenskoj domeni, čime dobivaju vremensko-prostornu raspodjelu struje duž antene. U okviru metode momenata, nepoznata struja unutar svakog segmenta antene aproksimira se pomoću skupa pravokutnih baznih funkcija, dok se za evaluaciju koristi polinom drugog reda. Završni korak postupka uključuje odabir testnih funkcija radi formuliranja sustava linearnih jednadžbi, pri čemu je primijenjena metoda uparivanja točaka temeljena na Diracovim distribucijama. Kako bi postigli brzinu širenja vala usklađenu s eksperimentalnim opažanjima (v<3×10⁸ m/s), prilikom izračuna promjene struje duž kanala autori koriste vrijednost permitivnosti $\varepsilon > \varepsilon_0$, točnije ε_r = 5,3. Nakon što se na taj način dobije vremensko-prostorna raspodjela struje (Sl. 4.12.), ona se koristi za izračun elektromagnetskih polja koja antena zrači u slobodni prostor, gdje se zatim pretpostavlja $\varepsilon = \varepsilon_0$.



Sl. 4.12. Struja u kanalu kao funkcija vremena na različitim visinama iznad tla, prema predviđanju a) AT modela i b) TL modela (prilagođeno iz [119])

Shoory i sur. [120] testiraju su svoj model povratnog udara uspoređujući električna i magnetska polja predviđena modelom na udaljenostima od 0,5km, 5km i 100km od kanala munje s odgovarajućim poljima izmjerenima u radu Lina i sur. [121]. Polja su izračunana uz pretpostavku da je žica okružena zrakom, odnosno ε_r =1, dok je za izračun raspodjele struje duž žice korištena vrijednost ε_r =5,3. Kanal povratnog udara promatraju kao monopolnu antenu s gubicima, a, za razliku od izvora napona, koji se koristi u prethodno objavljenim elektromagnetskim modelima [119], koristi se izvor struje na ulaznim priključcima. Također, razmatrano je tlo s konačnom vodljivošću, integralna jednadžba električnog polja je riješena Galerkinovom metodom, a za proračune u frekvencijskoj domeni je korištena metoda momenata. Dobiveni rezultati upućuju na to da zanemarivanje utjecaja konačne vodljivosti tla nije prihvatljivo u većini praktičnih situacija, budući da su vrijeme porasta i vršna vrijednost električnog i magnetskog polja značajno pod utjecajem propagacije iznad slabo vodljivog tla.

4.3.3. Žica iznad tla opterećena dodatnom raspodijeljenom serijskom induktivnošću u zraku

Kako bi simulirali sporu brzinu širenja strujnog vala u kanalu s gubitcima u vrijednosti od 0.33c do 0.67c, Baba i Ishii [122] analiziraju kanal munje modeliran kao vertikalni vodič opterećen serijskom induktivnošću i otporom. Analizu rade programom Numerical Electromagnetic Code (NEC-2) primijenjenim na analizu struja munje opaženih na samostojećim visokim strukturama. Dobro reproduciraju valne oblike izmjerenih struja povratnog udara, ali vrijednosti izračunanog okomitog električnog polja im se ne slažu s izmjerenima. Nadalje, Baba i Ishii [123] računaju ekvivalentnu impedanciju vertikalnog vodiča radijusa 50 mm, opterećenog dodatnom raspodijeljenom serijskom induktivnošću od 3 ili 6 H/m i serijskim otporom od 1 Ω/m, u rasponu od 0,7 do 2,0 kΩ za brzinu širenja strujnog vala od 0,56c, odnosno od 0,9 do 2,0 kΩ za brzinu od 0,43c. U početku širenja, za brzine širenja strujnog vala od 130 do 170 m/µs, detektiraju prividnu impedanciju vertikalnog vodiča s dodatnom raspodijeljenom induktivnošću u iznosu od 700 do 1000 Ω.

Dodatno raspodijeljenu induktivnost za simulaciju smanjene brzine širenja struje munje također koriste Pokharel i suradnici [124, 125]. Uz korištenje NEC-2 softvera, rade usporedbu izračunanih rezultata s eksperimentom provedenim iznad tla s gubicima. Kao prednost ovog pristupa navode da se softverom mogu modelirati vodiči pod bilo kojim proizvoljnim kutovima, ali u radu prezentiraju ravni vodič iznad konačno vodljivog tla.

4.4. Modeliranje struje u bazi kanala munje

Modeliranje struje u bazi kanala munje uobičajeno se provodi pomoću analitičkih funkcija s ograničenim brojem parametara. Oblik i parametri odabrane funkcije struje značajno utječu na rezultate proračuna elektromagnetskih polja munje, kao i na samu računalnu izvedivost simulacija. Prvu jednadžbu vala struje u bazi kanala, duplu eksponencijalnu funkciju (*eng. double exponential - DEXP*) (4.22) aproksimirali su Bruce i Golde [93]:

$$I(t) = I_0 \cdot (e^{-at} - e^{-bt}), a > b$$
(4.22)

Dupla eksponencijalna funkcija ima jednostavnu strukturu zasnovanu na razlici dvaju eksponencijalnih funkcija, pri čemu jedan kontrolira porast, a druga pad, ali uz ograničenu mogućnost oblikovanja vrha impulsa. Prva derivacija DEXP funkcije u trenutku početka t=0 je diskontinuirana, što tu aproksimaciju čini neprikladnom za elektromagnetske izračune.

Heidler [101,126] uvodi kompleksniju, ali fizikalno realniju funkciju s neprekinutom prvom derivacijom:

$$I(t) = \frac{I_0}{\eta} \cdot \frac{(t/\tau_1)^n}{1 + (t/\tau_1)^n} \cdot e^{-t/\tau_2}$$
(4.23)

gdje su I₀, η , τ_1 , τ_2 i n konstante. Promjenom tih parametara jednadžba (4.23) omogućuje praktično neovisno mijenjanje vršne struje, maksimalne derivacije struje i prijenosa električnog naboja. Parametar τ_1 kontrolira vrijeme porasta strujnog vala, parametar τ_2 kontrolira vrijeme opadanja strujnog vala, n kontrolira oštrinu porasta, a η predstavlja normalizacijski faktor kojim se kontrolira vrijednost vršne struje. Na (Sl. 4.13.) prikazan je strujni val prema normi IEC 62305–1:2010, a na (Sl. 4.14.) prikazana je promjena strujnog vala ovisno o promjenama parametara τ_1 i τ_2 . Također se, u literaturi, za aproksimaciju željenog oblika strujnog vala ponekad koristi zbroj dviju Heidlerovih funkcija s različitim parametrima, ili zbroj Heidlerove i dvostruko eksponencijalne funkcije [127].



Sl. 4.13. Valni oblik struje dobiven u programu MATLAB prema Heidlerovoj funkciji s podacima koji su preporučeni u normi IEC 62305–1:2010 za prvi povratni udar munje.



5. Modeliranje tankožičane antene u frekvencijskom području

Jedna od temeljnih metoda za analitičko i numeričko modeliranje elektromagnetskog zračenja i raspodjele struje na žičanim antenama u frekvencijskom području je korištenje Pocklingtonove integralne jednadžbe. Ova jednadžba omogućuje precizno određivanje raspodjele struje duž žice, uzimajući u obzir međudjelovanje između izvora pobude i induciranih struja na vodiču. Pocklingtonova jednadžba proizlazi iz Maxwellovih jednadžbi i predstavlja integralni oblik koji opisuje kako struja koja teče kroz tanku žicu stvara elektromagnetsko polje koje, u povratnoj sprezi, utječe na samu raspodjelu struje. U slučajevima kada je žica postavljena iznad konačno vodljive podloge, koristi se Fresnelov koeficijent refleksije i Greenova funkcija u formulaciji Pocklingtonove jednadžbe.

Pri modeliranju tankožičanih antena, kao što su dipoli ili monopoli, pretpostavlja se da je promjer žice znatno manji od valne duljine, što omogućuje dodatne aproksimacije u formulaciji jednadžbe. U tom kontekstu, žica se aproksimira kao idealizirani linijski vodič s raspodijeljenom uzdužnom strujom, dok se elektromagnetsko polje koje ona generira opisuje pomoću Greenove funkcije slobodnog prostora. Zbog singularnog ponašanja Greenove funkcije u točki izvora, numerička rješenja zahtijevaju poseban pristup kvazisingularnostima, kako bi se osigurala stabilnost i točnost simulacije. Korištenjem koeficijenta refleksije izbjegava se složena formulacija preko analitički nerješivih Sommerfeldovih integrala koji predstavljaju egzaktan matematički izraz za elektromagnetska polja koja generira točkasti izvor u blizini planarne granice između dva medija, primjerice zraka i tla.

5.1. Tankožičana antena proizvoljnog oblika u slobodnom prostoru

Prvi korak u analizi ove vrste je pretpostavka da je tanka žica izolirana u slobodnom prostoru [128]. U ovom poglavlju dana je matematička formulacija problema prikazanog na (Sl. 5.1).



Sl. 5.1. Žičana antena proizvoljnog oblika u slobodnom prostoru

Iz prve Maxwellove jednadžbe

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \frac{-\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{5.1}$$

i izraza za Magnetski vektorski potencijal A: $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$

uvrštavanjem se dobije sljedeća relacija:

$$\nabla \times \left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0$$
(5.3)

(5.2)

Kako je po definiciji rotor gradijenta skalarnog polja jednak nuli, može se pisati:

$$\vec{E} = \frac{-\partial \vec{A}}{\partial t} - \nabla \phi \tag{5.4}$$

pri čemu je φ skalarni električni potencijal. Uz pretpostavku homogene, izotropne i linearne sredine, jednadžba (5.2) može se pisati kao:

$$\nabla \times \vec{A} = \mu \vec{H} \tag{5.5}$$

odnosno, primjenom operatora rotacije:

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \mu \nabla \times \vec{H}$$
(5.6)

i uvrštavanjem druge Maxwellove jednadžbe:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$
(5.7)

dobije se izraz:

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \mu \vec{J} + \mu \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$
(5.8)

Ukoliko se primjeni relacija vektorske algebre:

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \nabla (\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}$$
(5.9)

slijedi:

$$\nabla^2 \vec{A} = \nabla (\nabla \cdot \vec{A}) - \mu \vec{J} - \mu \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$
(5.10)

gdje vektor \vec{J} predstavlja ukupnu gustoću struje koja se, općenito, sastoji od dvije komponente, gustoće struje izvora \vec{J}_s i komponente $\sigma \vec{E}$ koja je posljedica električnog polja uzrokovanog tim strujama i koja uzrokuje omske gubitke. Dakle:

$$\vec{J} = \vec{J}_s + \sigma \vec{E} \tag{5.11}$$

pa dalje slijedi:

$$\nabla^2 \vec{A} = \nabla (\nabla \cdot \vec{A}) - \mu \vec{J}_s - \mu \sigma \vec{E} - \mu \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$
(5.12)

odnosno, uvrštavanjem izraza (5.4) dobije se:

$$\nabla^{2}\vec{A} = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \mu \vec{J}_{s} - \mu \sigma \left(\frac{-\partial \vec{A}}{\partial t} - \nabla \varphi\right) - \mu \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{-\partial \vec{A}}{\partial t} - \nabla \varphi\right)$$
(5.13)

ili drugačije zapisano:

$$\nabla^{2}\vec{A} - \mu\sigma\frac{\partial\vec{A}}{\partial t} - \mu\varepsilon\frac{\partial^{2}\vec{A}}{\partial t^{2}} = -\mu\vec{J}_{s} + \nabla(\nabla\cdot\vec{A} + \mu\sigma\varphi + \mu\varepsilon\frac{\partial\varphi}{\partial t})$$
(5.14)

Za harmonijsku vremensku ovisnost vrijedi:

 ∇

$${}^{2}A - j\omega\mu\sigma A + \omega^{2}\mu\varepsilon A = -\mu\vec{J}_{s} + \nabla(\nabla\cdot\vec{A} + \mu\sigma\varphi + \mu\varepsilon j\omega\varphi)$$
(5.15)

što se može pisati kao:

$$\nabla^2 \vec{A} + \omega^2 \mu \varepsilon_{ef} \vec{A} = -\mu \vec{J}_s + \nabla (\nabla \cdot \vec{A} + j\omega \mu \varepsilon_{ef} \varphi)$$
(5.16)

gdje je ε_{ef} kompleksna permitivnost dana formulacijom:

$$\varepsilon_{ef} = \varepsilon \left(1 - j \frac{\sigma}{(\omega \varepsilon)} \right) \tag{5.17}$$

Ukoliko se definira Lorentzov dodatni uvjet:

$$\nabla \vec{A} + j \,\omega \,\mu \,\varepsilon_{ef} \,\varphi = 0 \tag{5.18}$$

vektorska valna jednadžba za magnetski vektorski potencijal glasi:

$$\nabla^2 \vec{A} + \omega^2 \mu \,\varepsilon_{ef} \,\vec{A} = -\mu \,\vec{J}_s \tag{5.19}$$

U slučaju izoliranih poznatih izvora gustoće struje J, smještenih u volumenu V' partikularno rješenje vektorske valne jednadžbe (5.19) predstavlja opće rješenje:

$$\vec{A}(r) = \frac{\mu}{4\pi} \int_{V'} \vec{J}_s(r') \frac{e^{-\gamma |(\vec{r} - \vec{r}')|}}{|(\vec{r} - \vec{r}')|} dV'$$
(5.20)

gdje je γ kompleksna konstantna propagacije, r radij vektor točke promatranja, a r' radij vektor točke izvora (slika 5.1).

$$\gamma = j\omega \sqrt{\mu \varepsilon_{ef}} \tag{5.21}$$

Za slobodni prostor vrijedi:

$$\gamma = jk = j \,\omega \sqrt{\mu \,\varepsilon_0} \tag{5.22}$$

Ukoliko se u izraz za električno polje (5.4) uvrsti Lorentzov dodatni uvjet (5.18) slijedi:

$$\vec{E} = -j\omega\vec{A} + \frac{1}{j\omega\mu\varepsilon_0}\nabla(\nabla\vec{A})$$
(5.23)

Uz uvrštavanje rješenja za magnetski vektorski potencijal (5.20) u izraz za električno polje (5.23) slijedi integralna jednadžba električnog polja u bilo kojoj točki homogenog prostora kao posljedica izvora smještenih unutar volumena V':

$$\vec{E} = \frac{1}{j4\pi\omega\varepsilon_0} \int_{V'} \vec{J}_s(\vec{r}\,') (k_1^2 + \nabla\nabla) \frac{e^{-\gamma |\vec{r} - \vec{r}\,'|}}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|} dV\,'$$
(5.24)

Za jezgru integralne jednadžbe vrijedi:

$$\nabla \left(\frac{e^{-\gamma |\vec{r} - \vec{r}|}}{|\vec{r} - \vec{r}|} \right) = -\nabla \left(\frac{e^{-\gamma |\vec{r} - \vec{r}|}}{|\vec{r} - \vec{r}|} \right)$$
(5.25)

pri čemu operator ∇ djeluje na točke promatranja, a ∇' na točke izvora, pa izraz (5.24) postaje:

$$\vec{E} = \frac{1}{j4\pi\omega\varepsilon_0} \int_{V'} \vec{J}(\vec{r}') (k_1^2 - \nabla\nabla') \frac{e^{-\gamma|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dV'$$
(5.26)

Kada je S površina poprečnog presjeka žice, a dw' diferencijal luka krivulje definiran izrazom prema (Sl. 5.2):



 $dw' = \sqrt{dx'^2 + dz'^2}$ (5.27)

Sl. 5.2. Diferencijal luka krivulje

Diferencijal volumena dV' može se pisati kao:

$$dV' = Sdw' \tag{5.28}$$

a izraz $\vec{J}(\vec{r})dV'$ se, u skladu s tankožičanom aproksimacijom, može pisati:

$$\vec{J}(\vec{r})dV' = \vec{J}(\vec{r})Sdw' = I(w')\vec{e_w}dw'$$
 (5.29)

pri čemu je w' parametar udaljenosti duž osi žice u točki izvora \vec{r}' , a e_w jedinični vektor tangente na žicu u \vec{r}' (Sl. 5.1). Uvrštavanjem izraza (5.29) u jednadžbu (5.26) te uz jednakost:

$$\vec{e_{w'}} \cdot \nabla' = \frac{\partial}{\partial w'}$$
(5.30)

i uz integraciju po duljini žice slijedi:

$$\vec{E} = \frac{1}{j4\pi\omega\varepsilon_0} \int_0^L I(w') \left(k_1^2 \vec{e_{w'}} - \nabla \frac{\partial}{\partial w'} \right) \frac{e^{-\gamma |\vec{r} - \vec{r}'|}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dw'$$
(5.31)

Izraz za tangencijalnu komponentu raspršnog električnog polja na površini žice dobije se postavljanjem točke promatranja na površinu žice (Sl. 5.2) te skalarnim produktom s jediničnim vektorom tangente u točki promatranja:

$$E_{w}^{s} = \vec{e}_{w}\vec{E} = \frac{1}{j4\pi\omega\varepsilon_{0}}\int_{0}^{L}I(w')\left(k_{1}^{2}\vec{e}_{w}\vec{e}_{w'} - \frac{\partial^{2}}{\partial w\partial w'}\right)g_{0}(w,w')dw'$$
(5.32)

pri čemu je korišten izraz za usmjerenu derivaciju:

$$\vec{e_w} \cdot \nabla = \frac{\partial}{\partial w} \tag{5.33}$$

U izrazu (5.32) g $_0(w,w')$ predstavlja reduciranu jezgru integralne jednadžbe, oblika:

$$g_0(w,w') = \frac{e^{-j\kappa R}}{R}$$
(5.34)

gdje je R udaljenost od točke izvora u osi žice do točke promatranja na površini žice (Sl. 5.2) oblika: $R = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2 + a^2}$ (5.35)

Ukupno električno polje na površini žičane strukture može se rastaviti na dvije komponente:

$$\vec{E} = \vec{E}^i + \vec{E}^s \tag{5.36}$$

Prvi član na desnoj strani izraza (5.36) opisuje upadno polje (*eng. incident field*), odnosno polje koje postoji u prostoru neovisno o prisutnosti zračeće strukture. Drugi član na desnoj strani izraza predstavlja raspršeno električno polje (*eng. scattered field*), koje nastaje kao rezultat raspršenja tog upadnog polja na vodljivoj strukturi. Zadovoljavanjem rubnog uvjeta za tangencijalne komponente električnog polja na vodljivoj površini:

$$\vec{E}_t = 0 \tag{5.37}$$

slijedi:

$$E_w^i = -E_w^s \tag{5.38}$$

te se kombinacijom relacija (5.32) i (5.38) dobije Pocklingtonova integralna jednadžba za nepoznatu struju u osi žičane strukture:

$$E_{w}^{i}(w) = -\frac{1}{j 4 \pi \omega \varepsilon_{0}} \int_{0}^{L} I(w') \left(k_{1}^{2} \vec{e_{w}} \vec{e_{w'}} - \frac{\partial^{2}}{\partial w \partial w'} \right) g_{0}(w, w') dw'$$
(5.39)

5.2. Utjecaj konačno vodljive zemlje na raspodjelu struje na anteni

Kako bi se u modeliranju uzeo u obzir učinak konačne vodljivosti tla na raspodjelu struje duž antene, potrebno je modificirati standardnu Pocklingtonovu jednadžbu za slobodni prostor (5.39). To se postiže zamjenom Greenove funkcije slobodnog prostora odgovarajućom funkcijom koja opisuje elektromagnetsko ponašanje u prisutnosti vodljivog poluprostora. Temelj za takvu zamjenu nalazi se u Sommerfeldovoj teoriji.

U okviru te teorije, utjecaj konačno vodljivog tla izražava se pomoću Sommerfeldovih integrala. Rješenje tako izvedene integralne jednadžbe omogućuje precizan izračun električnog polja neposredno iznad tla, a time i točnu raspodjelu struje po površini vodiča. Međutim, samo analitičko rješenje tih integrala predstavlja velik izazov, budući da uključuju visoko oscilirajuće funkcije i singularnosti u kompleksnoj ravnini, što uvelike otežava numeričku obradu. Unatoč razvoju brojnih numeričkih metoda za rješavanje Sommerfeldovih integrala, sve se suočavaju s određenim ograničenjima – bilo zbog ograničene točnosti u određenim parametrima, bilo zbog dugog vremena potrebnog za izvođenje izračuna. Kako bi se izbjegle takve poteškoće, u praksi se često pribjegava korištenju metoda koje se temelje na teoriji zrcalne slike i aproksimaciji preko refleksijskih koeficijenata [128-130].



Sl. 5.3. Žičana antena proizvoljnog oblika iznad konačno vodljive površine

Prema teoriji preslikavanja, utjecaj idealno vodljive ravnine modelira se uvođenjem preslikane (zrcalne) žice, pri čemu je potrebno voditi računa o orijentaciji preslikanog strujnog elementa (Sl. 5.3.). U tom slučaju, zračeno električno polje koje preslikana žica stvara u promatranoj točki na površini izvorne žice odgovara električnom polju izvorne žice reflektiranom od idealno vodljive beskonačne ravnine. To polje, kako je definirano relacijom (5.31), izražava se sljedećom formulom:

$$\vec{E}_{I} = \frac{1}{j 4 \pi \omega \varepsilon_{0}} \int_{0}^{L} I(w') \left(k_{1}^{2} \vec{e_{w*}} - \nabla \frac{\partial}{\partial w^{*}} \right) g_{i}(w, w^{*}) dw^{*}$$
(5.40)

gdje je $\vec{e_{w^*}}$ jedinični vektor smjera tangente u točki izvora na preslikanoj žici, a g_i(w,w*) predstavlja Greenovu funkciju za preslikanu žicu te iznosi:

$$g_i(w, w^*) = \frac{e^{-jkR_2}}{R_2}$$
 (5.41)

pri čemu je R_2 udaljenost od točke izvora u osi preslikane žice do točke promatranja na površini originalne žice (Sl. 5.3) oblika:

$$R_2 = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}$$
(5.42)

U slučaju kada se tlo modelira kao konačno vodljiva ravnina, Greenovu funkciju preslikane antene $g_i(w,w^*)$ potrebno je korigirati množenjem s odgovarajućim Fresnelovim refleksijskim koeficijentima: R_{TM} za transverzalno-magnetsku polarizaciju upadnog ravnog vala te R_{TE} za transverzalno-električnu polarizaciju [128]:

$$R_{TM} = \frac{n \cdot \cos \theta' - \sqrt{n - \sin^2 \theta'}}{n \cdot \cos \theta' + \sqrt{n - \sin^2 \theta'}}$$
(5.43)

$$R_{TE} = \frac{\cos\theta' - \sqrt{n - \sin^2\theta'}}{\cos\theta' + \sqrt{n - \sin^2\theta'}}$$
(5.44)

pri čemu je:

$$n = \frac{\varepsilon_{eff}}{\varepsilon_0} \tag{5.45}$$

gdje je ε_{eff} kompleksna permeabilnost konačno vodljive zemlje dana izrazom:

$$\varepsilon_{eff} = \varepsilon_r \varepsilon_0 - j \frac{\sigma}{\omega} \tag{5.46}$$

Kut θ' definiran je kao kut između normale na granicu dvaju medija i pravca koji spaja točku izvora na preslikanoj anteni s točkom promatranja, koja se u ovom slučaju nalazi na površini stvarne antene. Vrijednost tog kuta dana je izrazom:

$$\theta' = \arctan \frac{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}}{z+z'}$$
(5.47)

U skladu s time, zračeno električno polje preslikane žice potrebno je razložiti na dvije komponente: okomitu, koja odgovara transverzalno magnetskoj (TM) polarizaciji, i vodoravnu, koja odgovara transverzalno električnoj (TE) polarizaciji.

TE komponenta nalazi se okomito na ravninu upada, odnosno usmjerena je duž normale.

$$\vec{E}_{I}^{TE} = (\vec{E}_{I} \cdot \vec{e}_{p})\vec{e}_{p} = \frac{1}{j4\pi\omega\varepsilon_{0}} \int_{0}^{L} I(w')\vec{e}_{p} \left(k_{1}^{2}\vec{e}_{p}\vec{e}_{w^{*}} - \frac{\partial^{2}}{\partial p\partial w^{*}}\right)g_{i}(w,w^{*})dw'$$
(5.48)



Sl. 5.4. TM i TE polarizacija

Jedinični vektor normale na ravninu upada $\vec{e_p}$ definiran je prema Sl. 5.4.

$$\vec{p} = (\vec{r} - \vec{r}') \times \vec{e}_z \tag{5.49}$$

$$\vec{e}_p = \frac{\vec{p}}{|\vec{p}|} \tag{5.50}$$

TM komponentu električnog polja, koja leži u ravnini upada, može se zapisati kao:

$$\vec{E}_{I}^{TM} = \vec{E}_{I} - \vec{E}_{I}^{TE} = \vec{E}_{I} - (\vec{E}_{I}\vec{e}_{p})\vec{e}_{p}$$
(5.51)

pa se ukupno reflektirano električno polje originalne žice, izraženo preko električnog polja preslikane žice, zapisuje:

$$\vec{E}_{R} = R_{TE} \vec{E}_{I}^{TE} + R_{TM} \vec{E}_{I}^{TM} = R_{TM} \vec{E}_{I} + (R_{TE} - R_{TM}) (\vec{E}_{I} \vec{e}_{p}) \vec{e}_{p}$$
(5.52)

odnosno:

$$\vec{E}_{R} = \frac{1}{j 4 \pi \omega \varepsilon_{0}} \int_{0}^{L} \left\{ R_{TM} \left(k_{1}^{2} \vec{e}_{w^{*}} - \frac{\partial^{2}}{\partial p \partial w^{*}} \right) g_{i}(w, w^{*}) + \vec{e}_{p}(R_{TE} - R_{TM}) \left(k_{1}^{2} \vec{e}_{p} \vec{e}_{w^{*}} - \frac{\partial^{2}}{\partial p \partial w^{*}} \right) g_{i}(w, w^{*}) \right\} I(w') dw'$$
(5.53)

Pomnoži li se (5.53) s jediničnim vektorom tangente, dobiva se izraz za tangencijalnu komponentu reflektiranog električnog polja na površini izvorne žice:

$$\vec{e}_{w}\vec{E}_{R} = \frac{1}{j4\pi\omega\varepsilon_{0}} \int_{0}^{L} \left\{ R_{TM} \left(k_{1}^{2}\vec{e}_{w}\vec{e}_{w*} - \frac{\partial^{2}}{\partial w\partial w*} \right) g_{i}(w,w^{*}) + \vec{e}_{w}\vec{e}_{p}(R_{TE} - R_{TM}) \left(k_{1}^{2}\vec{e}_{p}\vec{e}_{w*} - \frac{\partial^{2}}{\partial p\partial w*} \right) g_{i}(w,w^{*}) \right\} I(w') dw'$$
(5.54)

Zbrajanjem izraza (5.54) s izrazom za električno polje žice u slobodnom prostoru (5.39), te uvrštavanjem rubnog uvjeta definiranog u (5.38), dobiva se Pocklingtonova integralna jednadžba za žicu proizvoljnog oblika postavljenu iznad tla konačne vodljivosti [128]:

$$E_{w}^{i}(w) = -\frac{1}{j4\pi\omega\varepsilon_{0}}\int_{0}^{L}\left[\left[k_{1}^{2}\vec{e}_{w}\vec{e}_{w'}-\frac{\partial^{2}}{\partial w\partial w'}\right]g_{0}(w,w')+ R_{TM}\left[k_{1}^{2}\vec{e}_{w}\vec{e}_{w'}-\frac{\partial^{2}}{\partial w\partial w'}\right]g_{i}(w,w')+ (R_{TE}-R_{TM})\vec{e}_{w}\vec{e}_{p}\left[k_{1}^{2}\vec{e}_{p}\vec{e}_{w'}-\frac{\partial^{2}}{\partial p\partial w''}\right]g_{i}(w,w'')\right]I(w')dw'$$

$$(5.55)$$

U slučaju kanala munje (Sl. 5.5) incidentno polje duž žice jednako je nuli te jednadžba (5.55) postaje homogena. Pobuda u vidu strujnog izvora na početku žice (baza kanala munje) uključuje se kroz rubni uvjet u okvirnu numeričkog postupka rješavanja.



Aproksimacija kanala munje sa strujnim izvorom u bazi kanala

Integralna jednadžba nije analitički rješiva te se za njeno rješavanje koristi neka od numeričkih metoda, primjerice Galerkin-Bubnovljeva varijanta metode rubnih elemenata za integralne jednadžbe.

Osnovna ideja je da se nepoznata struja raspiše kao niz linearnih baznih funkcija s nepoznatim koeficijentima:

$$I(w') = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i f_i(w')$$
 (5.56)

Množenjem integralne jednadžbe s nizom test funkcija dobije se sustav od N jednadžbi s N nepoznanica. Izborom istog seta funkcija za bazne i test funkcije slijedi Galerkin-Bubnovljeva procedura. Globalni matrični sustav dobije se asembliranjem iz lokalnog sustava elemenata:

$$\sum_{i=1}^{N} \left[a\right]_{ji} \left\{\alpha\right\}_{i} \tag{5.57}$$

Rješavanjem ovog matričnog sustava dobiju se rješenja za struju u čvorovima na žici na pojedinoj frekvenciji.

Kako bi se dobilo rješenje za raspodjelu struje u vremenskoj domeni potrebno je izračunati vrijednost struje za cijeli spektar frekvencija te ih pomnožiti s frekvencijskim spektrom pobudne funkcije (struja u bazi kanala groma). Nakon toga vremenska raspodjela dobije se jednostavnom primjenom inverzne Fourierove transformacije.

6. Zaključak

Tijekom izrade ovog rada analiziran je spektar fenomena vezanih uz pojavu munja, počevši od njihovog meteorološkog konteksta i fizičkih principa nastanka pa do suvremenih inženjerskih i elektromagnetskih modela koji se koriste za njihovu analizu i simulaciju. Cilj rada bio je objediniti temeljna saznanja o grmljavinskim olujama i procesima pražnjenja, te detaljno metode numeričkog modeliranja povratnog udara i s njime povezanih elektromagnetskih polja u okolini.

Povijesni pregled istraživanja munja pokazuje da ova prirodna pojava, zbog svojih snažnih učinaka i sposobnosti da nanese ozbiljnu štetu ljudima, infrastrukturnim objektima i elektroničkoj opremi, već dugo privlači pozornost znanstvene zajednice. Od prvih eksperimenata s električnim pražnjenjima do suvremenih visokoenergetskih mjerenja, istraživanje munja razvijalo se usporedo s razvojem elektromagnetske teorije i tehnologije. Razumijevanje mehanizama razdvajanja naboja u oblacima, kao i klasifikacija različitih tipova munja, predstavljaju temelj za daljnju analizu.

Središnji dio rada bavio se modelima povratnog udara, koji predstavljaju fazu munje odgovornu za većinu elektromagnetskog zračenja. Analizirani su različiti pristupi modeliranju, uključujući plinske modele, modele distribuiranih krugova, te razne inženjerske i elektromagnetske modele. Pokazano je da elektromagnetski modeli, iako računski zahtjevniji, omogućuju veću razinu točnosti jer eksplicitno uzimaju u obzir međudjelovanje polja i struje duž kanala. Posebna pažnja posvećena je modeliranju povratnog udara pomoću žice iznad tla, pri čemu je objašnjen koncept usporenja vala korištenjem medija povećane permitivnosti ili dodatne induktivnosti.

U završnom poglavlju predstavljen je postupak modeliranja tankožičane antene proizvoljnog oblika u frekvencijskom području. Ovaj pristup posebno je značajan jer omogućuje rješavanje integralnih jednadžbi (poput Pocklingtonove) u uvjetima konačne vodljivosti tla. Prikazano je kako se standardna Greenova funkcija slobodnog prostora može zamijeniti prilagođenom funkcijom koja uključuje refleksijske efekte tla. Također, spomenute su složenost numeričkog rješavanja Sommerfeldovih integrala, te uobičajene aproksimacije koje omogućuju smanjenje računalne složenosti, poput Fresnelovog refleksijskog koeficijenta.

Ovaj kvalifikacijski rad predstavlja doprinos razumijevanju elektromagnetskih aspekata munje, s posebnim naglaskom na modeliranje zakrivljenih kanala, što predstavlja odmak od pristupa temeljenih na idealiziranom, ravnom kanalu koji dominira literaturom. Predloženi pristupi i razmatranja mogu poslužiti kao temelj za buduća istraživanja usmjerena na realističnije prikazivanje geometrije munje, uključujući utjecaj zakrivljenosti kanala na raspodjelu struje i zračenje elektromagnetskih polja. Time se otvaraju mogućnosti za preciznije simulacije i bolju procjenu rizika u kontekstu zaštite električnih sustava, infrastrukture i komunikacijskih mreža. U tom smislu, rad ne samo da sintetizira postojeća znanja, već i postavlja smjernice za daljnji razvoj modela u smjeru veće fizičke vjerodostojnosti i inženjerske primjenjivosti.

7. Literatura

[1] Westermayer, Anja, Pieter Groenemeijer, Georg Pistotnik, Robert Sausen, and Eberhard Faust. "Identification of favorable environments for thunderstorms in reanalysis data." Meteorologische Zeitschrift 26, no. 1 (2017): 59-70.

[2] Sulik, Sławomir. "Formation factors of the most electrically active thunderstorm days over Poland (2002–2020)." Weather and Climate Extremes 34 (2021): 100386.

[3] Latham, J., W. A. Petersen, W. Deierling, and H. J. Christian. "Field identification of a unique globally dominant mechanism of thunderstorm electrification." *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society: A journal of the atmospheric sciences, applied meteorology and physical oceanography* 133, no. 627 (2007): 1453-1457.

[4] Gunn, Ross. "The Electrification of Precipitation and Thunderstorms." Proceedings of the IRE 45 (1957)_ 1331-1358.

[5] Jennings, S. G. "Electrical charging of water drops in polarizing electric fields." *Journal of Electrostatics* 1, no. 1 (1975): 15-25.

[6] Panyukov, Anatoly V., and M. S. Kandelousi. "Inverse problem for an electrical dipole and the lightning location passive monitoring system." Electric Field (2018): 283-300.

[7] Lapierre, Jeff, Mark Hoekzema, Michael Stock, Chad Merrill, and Saiadithya Cumbulam Thangaraj. "Earth networks lightning network and dangerous thunderstorm alerts." In 2019 11th Asia-Pacific International Conference on Lightning (APL), pp. 1-5. IEEE, 2019.

[8] Rangno, Arthur L. "The Classification of Clouds." *Handbook of Weather, Climate, and Water: Dynamics, Climate, Physical Meteorology, Weather Systems, and Measurements* (2003): 387-405.

[9] Cotton, William R., George Bryan, and Susan C. Van den Heever. "Storm and cloud dynamics". Vol. 99. Academic press, 2010.

[10] Christian, Hugh J., Richard J. Blakeslee, Dennis J. Boccippio, William L. Boeck, Dennis E. Buechler, Kevin T. Driscoll, Steven J. Goodman et al. "Global frequency and distribution of lightning as observed from space by the Optical Transient Detector." Journal of Geophysical Research: Atmospheres 108, no. D1 (2003): ACL-4.

[11] JI, Qiao, Rui-Ping MA, and Ji-Yao XU. "Variations of the ionospheric conductivity with different solar and geomagnetic conditions." Chinese Journal of Geophysics 49, no. 5 (2006): 1121-1129.

[12] Lowrie, William, and Andreas Fichtner. Fundamentals of geophysics. Cambridge university press, 2020.

[13] Uman, Martin A. "The earth and its atmosphere as a leaky spherical capacitor." American Journal of Physics 42, no. 11 (1974): 1033-1035.

[14] Sentman, Davis D. "Schumann resonances." In Handbook of Atmospheric Electrodynamics, Volume I, pp. 267-295. CRC Press, 1995.

[15] Bennett, A. J., and R. Giles Harrison. "Variability in surface atmospheric electric field measurements." In Journal of Physics: Conference Series, vol. 142, no. 1, p. 012046. IOP Publishing, 2008.

[16] Wilson, C. T. R. "On the measurement of the earth-air current and on the origin of atmospheric electricity." In Proc. Cambridge Philos. Soc, vol. 13, no. 6, pp. 363-382. 1906.

[17] Markson, Ralph. "Solar modulation of atmospheric electrification and possible implications for the Sun–weather relationship." Nature 273, no. 5658 (1978): 103-109.

[18] Rycroft, Michael J., Anna Odzimek, Neil F. Arnold, Martin Füllekrug, Andrzej Kułak, and Torsten Neubert. "New model simulations of the global atmospheric electric circuit driven by thunderstorms and electrified shower clouds: The roles of lightning and sprites." Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics 69, no. 17-18 (2007): 2485-2509.

[19] Sartor, Doyne. "A laboratory investigation of collision efficiencies, coalescence and electrical charging simulated cloud droplets." *Journal of Atmospheric Sciences* 11, no. 2 (1954): 91-103.

[20] Saunders, C. P. R. "A review of thunderstorm electrification processes." Journal of Applied Meteorology and Climatology 32, no. 4 (1993): 642-655.

[21] Sun, Anping, Hye-Yeong Chun, Jong-Jin Baik, and Muhong Yan. "Influence of electrification on microphysical and dynamical processes in a numerically simulated thunderstorm." Journal of Applied Meteorology 41, no. 11 (2002): 1112-1127.

[22] Altaratz, Orit, Tamir Reisin, and Zev Levin. "Simulation of the electrification of winter thunderclouds using the three-dimensional regional atmospheric modeling system (RAMS) model: Single cloud simulations." Journal of Geophysical Research: Atmospheres 110, no. D20 (2005).

[23] Mansell, Edward R., Conrad L. Ziegler, and Eric C. Bruning. "Simulated electrification of a small thunderstorm with two-moment bulk microphysics." Journal of the Atmospheric Sciences 67, no. 1 (2010): 171-194.

[24] Krehbiel, Paul R. "The electrical structure of thunderstorms." *The Earth's electrical environment* (1986): 90-113.

[25] Kitagawa, N., and K. Michimoto. "Meteorological and electrical aspects of winter thunderclouds." *Journal of Geophysical Research: Atmospheres* 99, no. D5 (1994): 10713-10721.

[26] Stolzenburg, Maribeth, and Thomas C. Marshall. "Charge structure and dynamics in thunderstorms." *Space Science Reviews* 137 (2008): 355-372.

[27] LI, Ya-Jun, Guang-Shu ZHANG, Jun Wen, Yan-Hui WANG, Tong Zhang, Xiang-Peng FAN, and Bin Wu. "Spatial and temporal evolution of a multi-cell thunderstorm charge structure in coastal areas." Chinese Journal of Geophysics 55, no. 5 (2012): 498-508.

[28] Cimarelli, Corrado, and Kimberly Genareau. "A review of volcanic electrification of the atmosphere and volcanic lightning." Journal of Volcanology and Geothermal Research 422 (2022): 107449.

[29] Rosenfeld, D., M. Fromm, J. Trentmann, G. Luderer, M. O. Andreae, and R. Servranckx. "The Chisholm firestorm: observed microstructure, precipitation and lightning activity of a pyrocumulonimbus." *Atmospheric Chemistry and Physics* 7, no. 3 (2007): 645-659.

[30] Rahman, Mustafa Mutiur, Wan Cheng, and Ravi Samtaney. "Generation and sustenance of electric fields in sandstorms." *Physical Review Research* 3, no. 1 (2021): L012008.

[31] Uman, M. A., D. F. Seacord, G. H. Price, and E. T. Pierce. "Lightning induced by thermonuclear detonations." Journal of Geophysical Research 77, no. 9 (1972): 1591-1596.

[32] Colvin, J. D., C. K. Mitchell, J. R. Greig, D. P. Murphy, R. E. Pechacek, and M. Raleigh. "An empirical study of the nuclear explosion-induced lightning seen on IVY-MIKE." Journal of Geophysical Research: Atmospheres 92, no. D5 (1987): 5696-5712.

[33] Sorokin, Valery, Yuriy Ruzhin, Vladimir Kuznetsov, and Alexey Yaschenko. "Model of electric discharge formation in the lower atmosphere over a seismic region." Geomatics, Natural Hazards and Risk 3, no. 3 (2012): 225-238.

[34] Stephan, Karl D., Rozlyn Krajcik, and Rolf J. Martin. "Fluorescence caused by ionizing radiation from ball lightning: Observation and quantitative analysis." Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics 148 (2016): 32-38.

[35] Lowke, John J., Wilfried Heil, Eugene Tam, and Anthony B. Murphy. "Toward a theory of ball lightning occurring in houses and aircraft." Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics 214 (2021): 105532.

[36] Morrow, Richard. "Ball lightning dynamics and stability at moderate ion densities." *Journal of Physics D: Applied Physics* 50, no. 39 (2017): 395201.

[37] Rakov, Vladimir A., and Martin A. Uman. Lightning: physics and effects. Cambridge university press, 2003.

[38] Williams, Earle R., M. E. Weber, and R. E. Orville. "The relationship between lightning type and convective state of thunderclouds." Journal of Geophysical Research: Atmospheres 94, no. D11 (1989): 13213-13220.

[39] Nakano, Minoru. "The cloud discharge in winter thunderstorms of the Hokuriku coast." Journal of the Meteorological Society of Japan. Ser. II 57, no. 5 (1979): 444-451.

[40] Mattos, Enrique V., Luiz AT Machado, Earle R. Williams, Steven J. Goodman, Richard J. Blakeslee, and Jeffrey C. Bailey. "Electrification life cycle of incipient thunderstorms." Journal of Geophysical Research: Atmospheres 122, no. 8 (2017): 4670-4697.

[41] Uman, Martin A. "Natural lightning." *IEEE transactions on industry applications* 30, no. 3 (2002): 785-790.

[42] Villanueva, Y., V. A. Rakov, M. A. Uman, and M. Brook. "Microsecond-scale electric field pulses in cloud lightning discharges." Journal of Geophysical Research: Atmospheres 99, no. D7 (1994): 14353-14360.

[43] Rakov, Vladimir A. *Fundamentals of lightning*. Cambridge University Press, 2016.

[44] Stolzenburg, Maribeth, Thomas C. Marshall, and Sumedhe Karunarathne. "On the transition from initial leader to stepped leader in negative cloud-to-ground lightning." Journal of Geophysical Research: Atmospheres 125, no. 4 (2020): e2019JD031765.

[45] Zheng, Dong, Dongdong Shi, Yang Zhang, Yijun Zhang, Weitao Lyu, and Qing Meng. "Initial leader properties during the preliminary breakdown processes of lightning flashes and their associations with initiation positions." Journal of Geophysical Research: Atmospheres 124, no. 14 (2019): 8025-8042.

[46] Zheng, Dong, Dongdong Shi, Yang Zhang, Yijun Zhang, Weitao Lyu, and Qing Meng. "Initial leader properties during the preliminary breakdown processes of lightning flashes and their associations with initiation positions." *Journal of Geophysical Research: Atmospheres* 124, no. 14 (2019): 8025-8042.

[47] Zhu, Yanan, Vladimir A. Rakov, and Manh D. Tran. "A study of preliminary breakdown and return stroke processes in high-intensity negative lightning discharges." Atmosphere 7, no. 10 (2016): 130.

[48] Thottappillil, Rajeev, Vladimir A. Rakov, and Martin A. Uman. "Distribution of charge along the lightning channel: Relation to remote electric and magnetic fields and to return-stroke models." Journal of geophysical research: atmospheres 102, no. D6 (1997): 6987-7006.

[49] Rubenstein, M., F. Rachidi, M. A. Uman, R. Thottappillil, V. A. Rakov, and C. A. Nucci. "Characterization of vertical electric fields 500 m and 30 m from triggered lightning." *Journal of Geophysical Research: Atmospheres* 100, no. D5 (1995): 8863-8872.

[50] Beasley, William, Martin A. Uman, and P. L. Rustan Jr. "Electric fields preceding cloud-to-ground lightning flashes." *Journal of Geophysical Research: Oceans* 87, no. C7 (1982): 4883-4902.

[51] Crawford, David E., Vladimir A. Rakov, Martin A. Uman, George H. Schnetzer, Keith J. Rambo, Michael V. Stapleton, and Richard J. Fisher. "The close lightning electromagnetic environment: Dartleader electric field change versus distance." *Journal of Geophysical Research: Atmospheres* 106, no. D14 (2001): 14909-14917.

[52] Hill, J. D., M. A. Uman, and D. M. Jordan. "High-speed video observations of a lightning stepped leader." *Journal of Geophysical Research: Atmospheres* 116, no. D16 (2011).

[53] Castellani, A., A. Bondiou-Clergerie, P. Lalande, A. Bonamy, and I. Gallimberti. "Laboratory study of the bi-leader process from an electrically floating conductor. Part 2: Bi-leader properties." IEE Proceedings-Science, Measurement and Technology 145, no. 5 (1998): 193-199.

[54] Bacchiega, G. L., A. Gazzani, M. Bernardi, I. Gallimberti, and A. Bondiou-Clergerie. "Theoretical modelling of the laboratory negative stepped leader." In International Aerospace and Ground Conference on Lightning and Static Electricity, Mannheim, Germany, May 24-27, 1996, ONERA, TP, no. 1996-128. 1996.

[55] Cooray, Vernon, and Liliana Arevalo. "Modeling the stepping process of negative lightning stepped leaders." Atmosphere 8, no. 12 (2017): 245.

[56] Shi, Wei, Qingmin Li, and Li Zhang. "A stepped leader model for lightning including charge distribution in branched channels." Journal of Applied Physics 116, no. 10 (2014).

[57] Tran, M. D., and V. A. Rakov. "A study of the ground-attachment process in natural lightning with emphasis on its breakthrough phase." Scientific reports 7, no. 1 (2017): 15761.

[58] Jiang, Rubin, Xiushu Qie, Zhichao Wang, Hongbo Zhang, Gaopeng Lu, Zhuling Sun, Mingyuan Liu, and Xun Li. "Characteristics of lightning leader propagation and ground attachment." Journal of Geophysical Research: Atmospheres 120, no. 23 (2015): 11-988.

[59] Stolzenburg, Maribeth, Thomas C. Marshall, and Sumedhe Karunarathne. "Inception of subsequent stepped leaders in negative cloud-to-ground lightning." Meteorology and Atmospheric Physics 132 (2020): 489-514.

[60] Qie, XiuShu, ShanFeng Yuan, HongBo Zhang, RuBin Jiang, ZhiJun Wu, MingYuan Liu, ZhuLing Sun et al. "Propagation of positive, negative, and recoil leaders in upward lightning flashes." *Earth and Planetary Physics* 3, no. 2 (2019): 102-110.

[61] Campos, Leandro ZS, Marcelo MF Saba, Osmar Pinto Jr, and Maurício G. Ballarotti. "Waveshapes of continuing currents and properties of M-components in natural negative cloud-toground lightning from high-speed video observations." *Atmospheric Research* 84, no. 4 (2007): 302-310.

[62] Campos, Leandro ZS, Marcelo MF Saba, Kenneth L. Cummins, Osmar Pinto Jr, E. Philip Krider, and Stacy A. Fleenor. "Waveshapes of continuing currents from negative and positive cloud-to-ground flashes observed in southern arizona." In Proceedings of 20th International Lightning Detection Conference. 2008.

[63] Nag, Amitabh, and Vladimir A. Rakov. "Positive lightning: An overview, new observations, and inferences." *Journal of Geophysical Research: Atmospheres* 117, no. D8 (2012).

[64] Schumann, Carina, Marcelo MF Saba, Tom A. Warner, Marco AS Ferro, John H. Helsdon Jr, Ron Thomas, and Richard E. Orville. "On the triggering mechanisms of upward lightning." Scientific Reports 9, no. 1 (2019): 9576.

[65] Yuan, Shanfeng, Xiushu Qie, Rubin Jiang, Dongfang Wang, Yu Wang, Caixia Wang, Abhay Srivastava, and Ye Tian. "In-Cloud Discharge of Positive Cloud-To-Ground Lightning and Its Influence on the Initiation of Tower-Initiated Upward Lightning." *Journal of Geophysical Research: Atmospheres* 126, no. 24 (2021): e2021JD035600.

[66] Zhou, Helin, Gerhard Diendorfer, Rajeev Thottappillil, Hannes Pichler, and Martin Mair. "Measured current and close electric field changes associated with the initiation of upward lightning from a tall tower." *Journal of Geophysical Research: Atmospheres* 117, no. D8 (2012).

[67] Hill, Jonathan D., Martin A. Uman, Michael Stapleton, Douglas M. Jordan, Alexander M. Chebaro, and Christopher J. Biagi. "Attempts to create ball lightning with triggered lightning." *Journal of atmospheric and solar-terrestrial physics* 72, no. 13 (2010): 913-925.

[68] Versteegh, A., K. Behringer, Ursel Fantz, G. Fussmann, B. Jüttner, and S. Noack. "Long-living plasmoids from an atmospheric water discharge." *Plasma sources science and technology* 17, no. 2 (2008): 024014.

[69] Vayanganie, S. P. A., Vernon Cooray, Mahbubur Rahman, Pasan Hettiarachchi, Oscar Diaz, and M. Fernando. "On the occurrence of 'bead lightning'phenomena in long laboratory sparks." *Physics Letters A* 380, no. 7-8 (2016): 816-821.

[70] Cherington, Michael, E. Philip Krider, Philip R. Yarnell, and Daniel W. Breed. "A bolt from the blue: lightning strike to the head." *Neurology* 48, no. 3 (1997): 683-686.

[71] Boeck, William L., Otha H. Vaughan Jr, Richard J. Blakeslee, Bernard Vonnegut, and Marx Brook. "The role of the space shuttle videotapes in the discovery of sprites, jets and elves." *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics* 60, no. 7-9 (1998): 669-677.

[72] Rakov, V. A. "Lightning parameters for engineering applications (keynote speech)." In *2010 Asia- Pacific international symposium on electromagnetic compatibility*, pp. 1120-1123. IEEE, 2010.

[73] Rakov, V. A., Alberto Borghetti, C. Bouquegneau, W. A. Chisholm, V. Cooray, K. Cummins, G. Diendorfer et al. "CIGRE technical brochure on lightning parameters for engineering applications." In *2013 International Symposium on Lightning Protection (XII SIPDA)*, pp. 373-377. IEEE, 2013.

[74] Brook, M., N. Kitagawa, and E. J. Workman. "Quantitative study of strokes and continuing currents in lightning discharges to ground." *Journal of Geophysical Research* 67, no. 2 (1962): 649-659.

[75] Rakov, Vladimir A., and Martin A. Uman. "Some properties of negative cloud-to-ground lightning flashes versus stroke order." *Journal of Geophysical Research: Atmospheres* 95, no. D5 (1990): 5447-5453.

[76] Cooray, Vernon, and Hugo Pérez. "Some features of lightning flashes observed in Sweden." *Journal of Geophysical Research: Atmospheres* 99, no. D5 (1994): 10683-10688.

[77] Cooray, Vernon, and K. P. S. C. Jayaratne. "Characteristics of lightning flashes observed in Sri Lanka in the tropics." *Journal of Geophysical Research: Atmospheres* 99, no. D10 (1994): 21051-21056.

[78] Ballarotti, Maurício G., Claudia Medeiros, Marcelo MF Saba, Wolfgang Schulz, and Osmar Pinto Jr. "Frequency distributions of some parameters of negative downward lightning flashes based on accurate-stroke-count studies." *Journal of Geophysical Research: Atmospheres* 117, no. D6 (2012).

[79] Saraiva, A. C. V., M. M. F. Saba, O. Pinto Jr, K. L. Cummins, E. P. Krider, and L. Z. S. Campos. "A comparative study of negative cloud-to-ground lightning characteristics in São Paulo (Brazil) and Arizona (United States) based on high-speed video observations." *Journal of Geophysical Research: Atmospheres* 115, no. D11 (2010).

[80] Baharudin, Zikri A., Noor Azlinda Ahmad, J. S. Mäkelä, Mahendra Fernando, and Vernon Cooray. "Negative cloud-to-ground lightning flashes in Malaysia." *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics* 108 (2014): 61-67.

[81] Berger, Karl. "Parameters of lightning flashes." *Electra* 80 (1975): 223-237.

[82] Geldenhuys, H. J., A. J. Eriksson, and G. W. Bourn. "Fifteen years' data of lightning current measurements on a 60 m mast." *Transactions of the South African Institute of Electrical Engineers* 80, no. 1 (1989): 98-103.

[83] Takami, Jun, and Shigemitsu Okabe. "Observational results of lightning current on transmission towers." *IEEE Transactions on Power Delivery* 22, no. 1 (2006): 547-556.

[84] Visacro, Silvério, Claudia R. Mesquita, Alberto De Conti, and Fernando H. Silveira. "Updated statistics of lightning currents measured at Morro do Cachimbo Station." *Atmospheric Research* 117 (2012): 55-63.

[85] Plooster, Myron N. "Numerical model of the return stroke of the lightning discharge." *The Physics of Fluids* 14, no. 10 (1971): 2124-2133.

[86] Hill, R. D. "Channel heating in return-stroke lightning." Journal of Geophysical Research 76, no. 3 (1971): 637-645.

[87] Hill, R. D. "Energy dissipation in lightning." Journal of Geophysical Research 82, no. 31 (1977): 4967-4968.

[88] Plooster, Myron N. "Numerical model of the return stroke of the lightning discharge." *The Physics of Fluids* 14, no. 10 (1971): 2124-2133.

[89] Strawe, D. F. "Non-linear modeling of lightning return strokes." In *FAA-Florida Inst. of Technol. Workshop on Grounding and Lightning Technol.*, pp. 9-15. 1979.

[90] Paxton, A. H., R. L. Gardner, and Louis Baker. "Lightning Return Stoke: A Numerical Calculation of the Optical Radiation." Phys. Fluids 29, 2736–2741 (1986)

[91] Da Silva, C. L., R. G. Sonnenfeld, H. E. Edens, P. R. Krehbiel, M. G. Quick, and W. J. Koshak. "The plasma nature of lightning channels and the resulting nonlinear resistance." *Journal of Geophysical Research: Atmospheres* 124, no. 16 (2019): 9442-9463.

[92] Cooray, Vernon. "Unification of engineering return stroke models." *Electric Power Systems Research* 195 (2021): 107118.

[93] Bruce, Charles Edward Rhodes, and R. H. Golde. "The lightning discharge." *Journal of the Institution of Electrical Engineers-Part II: Power Engineering* 88, no. 6 (1941): 487-505.

[94] Dennis, A. S., and E. T. Pierce. "The return stroke of the lightning flash to earth as a source of VLF atmospherics." *Radio Sci. D* 68 (1964): 777-794.

[95] Uman, Martin A., and D. Kenneth McLain. "Magnetic field of lightning return stroke." *Journal of Geophysical Research* 74, no. 28 (1969): 6899-6910.

[96] Nucci, Carlo Alberto, C. Mazzetti, F. Rachidi, and M. Ianoz. "On lightning return stroke models for LEMP calculations." In *19th International Conference on lightning protection*. 1988.

[97] Rakov, V. A., and A. A. Dulzon. "A modified transmission line model for lightning return stroke field calculations." In *9th International Zurich Symposium and Technical Exhibition on Electromagnetic Compatibility*, pp. 229-234. IEEE, 1991.

[98] Cooray, Vernon, and R. E. Orville. "The effects of variation of current amplitude, current risetime, and return stroke velocity along the return stroke channel on the electromagnetic fields generated by return strokes." *Journal of Geophysical Research: Atmospheres* 95, no. D11 (1990): 18617-18630.

[99] Wagner, C. F. "Lightning and transmission lines." *Journal of the Franklin Institute* 283, no. 6 (1967): 558-594.

[100] Lin, Yung-Tao, M. A. Uman, and R. B. Standler. "Lightning return stroke models." *Journal of Geophysical Research: Oceans* 85, no. C3 (1980): 1571-1583.

[101] Heidler, Fridolin. "Traveling current source model for LEMP calculation." In 6th Symposium and Technical Exhibition on Electromagnetic Compatibility, Zurich, pp. 157-162. IEEE, 1985.

[102] Cooray, Vernon. "A model for subsequent return strokes." *Journal of Electrostatics* 30 (1993): 343-354.

[103] Diendorfer, G., and M. A. Uman. "An improved return stroke model with specified channel-base current." *Journal of Geophysical Research: Atmospheres* 95, no. D9 (1990): 13621-13644.

[104] Thottappillil, Rajeev, and Martin A. Uman. "Lightning return stroke model with height-variable discharge time constant." *Journal of Geophysical Research: Atmospheres* 99, no. D11 (1994): 22773-22780.

[105] Cooray, Vernon. "A Novel Procedure to Represent Lightning Return Strokes—Current Dissipation Return Stroke Models." *IEEE transactions on electromagnetic compatibility* 51, no. 3 (2009): 748-755.

[106] Oetzel, George N. "Computation of the diameter of a lightning return stroke." *Journal of Geophysical Research* 73, no. 6 (1968): 1889-1896.

[107] Price, Gary H., and E. T. Pierce. "The modeling of channel current in the lightning return stroke." *Radio science* 12, no. 3 (1977): 381-388.

[108] Little, P. F. "Transmission line representation of a lightning return stroke." *Journal of Physics D: Applied Physics* 11, no. 13 (1978): 1893.

[109] Takagi, Nobuyuki, and Tosio Takeuti. "Oscillating bipolar electric field changes due to close lightning return strokes." *Radio science* 18, no. 03 (1983): 391-398.

[110] Rakov, Vladimir A. "Some inferences on the propagation mechanisms of dart leaders and return strokes." *Journal of Geophysical Research: Atmospheres* 103, no. D2 (1998): 1879-1887.

[111] Quinn, Dennis W. "Modeling of lightning." *Mathematics and computers in simulation* 29, no. 2 (1987): 107-118.

[112] Amoruso, Vitantonio, and F. Lattarulo. "The electromagnetic field of an improved lightning return-stroke representation." *IEEE transactions on electromagnetic compatibility* 35, no. 3 (2002): 317-328.

[113] Visacro, S., and A. De Conti. "A distributed-circuit return-stroke model allowing time and height parameter variation to match lightning electromagnetic field waveform signatures." *Geophysical research letters* 32, no. 23 (2005).

[114] Baba, Yoshihiro, and Vladimir A. Rakov. "Electromagnetic models of the lightning return stroke." *Journal of Geophysical Research: Atmospheres* 112, no. D4 (2007).

[115] Rakov, Vladimir A. "Lightning return stroke speed." *J. Lightning Res* 1 (2007): 80-89.

[116] Podgorski, Andrew S., and Jeremy A. Landt. "Three dimensional time domain modelling of lightning." *IEEE transactions on power delivery* 2, no. 3 (1987): 931-938.

[117] Moini, R., V. A. Rakov, M. A. Uman, and B. Kordi. "An antenna theory model for the lightning return stroke." In *12th International Zurich Symposium and Technical Exhibition on Electromagnetic Compatibility*, pp. 149-152. IEEE, 1997.

[118] Moini, Rouzbeh, Behzad Kordi, and Mehrdad Abedi. "Evaluation of LEMP effects on complex wire structures located above a perfectly conducting ground using electric field integral equation in time domain." *IEEE transactions on electromagnetic compatibility* 40, no. 2 (1998): 154-162.

[119] Moini, Rouzbeh, Behzad Kordi, Gholamreza Z. Rafi, and Vladimir A. Rakov. "A new lightning return stroke model based on antenna theory." *Journal of Geophysical Research: Atmospheres* 105, no. D24 (2000): 29693-29702.

[120] Shoory, Abdolhamid, Rouzbeh Moini, SH Hesam Sadeghi, and Vladimir A. Rakov. "Analysis of lightning-radiated electromagnetic fields in the vicinity of lossy ground." IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility 47, no. 1 (2005): 131-145.

[121] Lin, Y. T., M. A. Uman, J. A. Tiller, R. D. Brantley, W. H. Beasley, E. P. Krider, and C. D. Weidman. "Characterization of lightning return stroke electric and magnetic fields from simultaneous two-station measurements." *Journal of Geophysical Research: Oceans* 84, no. C10 (1979): 6307-6314. [122] Baba, Yoshihiro, and Masaru Ishii. "Numerical electromagnetic field analysis of lightning current in tall structures." IEEE Transactions on Power Delivery 16, no. 2 (2002): 324-328.

[123] Baba, Yoshihiro, and Masaru Ishii. "Characteristics of electromagnetic return-stroke models." IEEE transactions on electromagnetic compatibility 45, no. 1 (2003): 129-134.

[124] Pokharel, Ramesh K., Masaru Ishii, and Yoshihiro Baba. "Numerical electromagnetic analysis of lightning-induced voltage over ground of finite conductivity." *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* 45, no. 4 (2003): 651-656.

[125] Pokharel, Ramesh K., Yoshihiro Baba, and Masaru Ishii. "Numerical electromagnetic analysis of transient induced voltages associated with lightning to tall structure." *Journal of electrostatics* 60, no. 2-4 (2004): 141-147.

[126] Heidler, Fridolin, J. M. Cvetic, and B. V. Stanic. "Calculation of lightning current parameters." *IEEE Transactions on power delivery* 14, no. 2 (1999): 399-404.

[127] Nucci, Carlo Alberto, Gerhard Diendorfer, Martin A. Uman, Farad Rachidi, Michel Ianoz, and Carlo Mazzetti. "Lightning return stroke current models with specified channel-base current: A review and comparison." *Journal of Geophysical Research: Atmospheres* 95, no. D12 (1990): 20395-20408.

[128] Poljak, Dragan. *Advanced modeling in computational electromagnetic compatibility*. John Wiley & Sons, 2007.

[129] Poljak, Dragan. "New numerical approach in the analysis of a thin wire radiating over a lossy half-space." *International journal for numerical methods in engineering* 38, no. 22 (1995): 3803-3816. [130] Miller, E. K., A. J. Poggio, G. J. Burke, and E. S. Selden. "Analysis of wire antennas in the presence of a conducting half-space. Part II. The horizontal antenna in free space." *Canadian Journal of Physics* 50, no. 21 (1972): 2614-2627.

Popis kratica

CAPE - konvektivna raspoloživa potencijalna energija (eng. Convective available potential energy) MCS - mezoskalni konvektivni sustavi (eng. Mesoscale convective system) IC - Pražnjenja između oblaka CG - Pražnjenja između oblaka i tla BJ - plavi mlaz GJ - gigantski mlaz EQL - munja od potresa PB - inicijalni proboj PBPs - impulsi inicijalnog proboja SSL - naknadni izlomljeni predvodnik IEEE - Institute of Electrical and Electronics Engineers CIGRE - International Council on Large Electric Systems CP - Modeli propagacije struje (eng. current propagation) CG - Modeli generiranja struje (eng. current generation) CD - Modeli disipacije struje (eng. current dissipation) MoM - metoda momenata FDTD - metoda konačnih razlika u vremenskoj domeni TWTD - Thin-Wire Time Domain program NEC - Numerical Electromagnetic Code program DEXP - dupla eksponencijalna funkcija (eng. double exponential)
Sažetak

U radu je analiziran fenomen munja, počevši od meteoroloških uvjeta njihova nastanka, preko fizikalnih mehanizama pražnjenja, pa sve do suvremenih numeričkih pristupa koji se koriste za njihovo modeliranje. Poseban naglasak stavljen je na elektromagnetske i inženjerske modele povratnog udara, jer se upravo u toj fazi munje generira najintenzivnije elektromagnetsko zračenje. Analiziran je i koncept modeliranja kanala munje kao žice iznad tla, uključujući metode za usporavanje vala te ulogu tla u oblikovanju reflektiranih komponenti elektromagnetskog polja. Središnji fokus stavljen je na postupak modeliranja tankožičanih struktura, s ciljem rješavanja Pocklingtonove jednadžbe u realnim uvjetima vodljivog tla. Prikazano je kako refleksijski efekti tla mogu biti uključeni u model zamjenom standardne Greenove funkcije prilagođenom verzijom, te je prikazano korištenje Galerkin-Bubnovljeve varijante metode rubnih elemenata za rješavanje Pocklingtonove integro-diferencijalne jednadžbe. Zaključno, rad doprinosi području elektromagnetskog modeliranja munja naglašavajući potrebu za realističnijim prikazima zakrivljenih kanala, što bi, u konačnici, trebalo rezultirati preciznijim simulacijama i boljim procjenama rizika za infrastrukturu i električne sustave.