

FAKULTET ELEKTROTEHNIKE, STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

S E M I N A R

**O NAČINU BIRANJA SUSTAVA REFERENCIJE  
U EGZAKTNIM PRIRODNIM I TEHNIČKIM ZNANOSTIMA**

ZBORNIK RADOVA

SPLIT 2025.

Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje

Autori: Neven Ninić, Ivan Tolj, Dragan Poljak, Damir Sedlar

Nakladnik

FAKULTET ELEKTROTEHNIKE, STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ISBN: 978-953-290-136-8

**Copyright © 2025.** Sva autorska prava pridržana. Nijedan dio ove knjige ne smije se reproducirati ni prenositi ni u kakvu obliku niti ikakvim sredstvima elektroničkim ili mehaničkim, fotokopiranjem, snimanjem ili umnažanjem u bilo kojem informatičkom sustavu za pohranjivanje i korištenje bez prethodne suglasnosti vlasnika prava.

## Predgovor

Do ideje da se održi znanstveni seminar na temu iz naslova došao sam nakon objavljanja dvaju sveučilišnih udžbenika (2008. i 2011.) i jedne knjižice s tom problematikom, namijenjene široj znanstvenoj i filozofskoj javnosti (2016.). U suradnji i u razgovoru s profesorom Ivanom Toljem, od 2019., te profesorom Damirom Sedlarom od 2024., pristup problematici u tim knjigama i novina koje iz njega proizlaze dodatno sam razradio i elaborirao. S vremenom sam se uvjerio da bi s dobivenim rezultatom do šire znanstvene javnosti bilo teško doći konvencionalnim putem, preko uredništava časopisa koji imaju svoja prioritetna područja; područja, među kojima ono iz naslova svakako nije jedno od prioritetnih.

Zaključili smo da je u ovom slučaju brži i plodonosniji drugi put – preko 11 radova u ovom Zborniku i održavanja devet kraćih predavanja na jednom znanstvenom seminaru za širi sastav zainteresiranih iz područja egzaktnih prirodnih i temeljnih tehničkih znanosti. Za takav radni i kritički pristup naišao sam na veliko razumijevanje 2022. u prodekana za znanost i dekana FESB-a, profesora Branimira Lele i pokojnog profesora Srđana Podruga.

Predviđeno je da Seminar traje jedan radni tjedan. Zbornik radova i Sažetci predavanja, koja obuhvaćaju taj sadržaj, bit će tiskani i dostupni slušateljima. Po završetku predavanja predviđena je panel diskusija sa sudionicima Seminara o sadržaju i konsekvcama svih izlaganja. Zaključci iz te diskusije mogu biti uključeni u Zbornik radova.

Za prihvatanje naše ponude na internom natječaju za *sufinanciranje konferencija, seminara i radionica u organizaciji nastavnika FESB-a u 2024. godini* zahvaljujem dekanu profesoru Branimiru Leli te prodekanu za znanost profesoru Silvestru Šesniću.

Neven Ninić

# S A D R Ž A J

## PROBLEM STAJALIŠTA PROMATRAČA U MEHANICI

1. Odnos zakona prirode i stajališta promatrača (Neven Ninić, Ivan Tolj)..... 1
2. O izboru stajališta u mehanici – Galilei, Newton, Einstein i sljedbenici (Neven Ninić, Damir Sedlar) ..... 7

## MEHANIKA I ELEKTRODINAMIKA

3. Veza mehanike i elektrodinamike (Neven Ninić)..... 13
4. Jednadžbe elektrodinamike za sustave u gibanju (Dragan Poljak)..... 21

## SUSTAVI REFERENCIJE U MEHANICI I U TERMODINAMICI

5. Einstein i problem nedostatka uzročnosti (Neven Ninić, Ivan Tolj) ..... 32
6. Galilejevo skretanje i kriterij neumiješanosti promatrača (Neven Ninić) ..... 44
7. Kriterij neumiješanosti u termodinamici i centar – maseni sustav referencije [19] (Neven Ninić, Ivan Tolj) ..... 48

## PRIMJENA KRITERIJA NEUMIJEŠANOSTI

8. Rotacija tijela – mehanika ili termodinamika? (Neven Ninić, Damir Sedlar) .... 60
  9. Komplementarnost mehanike i termodinamike (Neven Ninić, Ivan Tolj)..... 67
  10. Primjena kriterija u slučaju parcijalne neumiješanosti (Neven Ninić) ..... 77
  11. Primjena kriterija i znanstvena metoda istraživanja (Neven Ninić) ..... 87
  12. O ideji postojanja kriterija za izbor stajališta (Neven Ninić) ..... 89
- Pregled sadržaja Seminara (Neven Ninić)..... 91  
Overview of the Seminar Proceedings contents ..... 95  
Literatura..... 99

## **RASPORED PREDAVANJA**

1. Odnos zakona prirode i stajališta promatrača (I. Tolj) (30 min)

2. O različitim izborima sustava referencije u mehanici –

- Galilei, Newton, Einstein i sljedbenici (D. Sedlar) (30 min)

3. Einstein i inercijalni sustav referencije u mehanici (N. Ninić) (30 min)

P o n e d j e l j a k

4. Galilejevo skretanje i kriterij neumiješanosti promatrača

(N. Ninić) (30 min)

5. Kriterij neumiješanosti u termodinamici i centar-maseni sustav

referencije (I. Tolj) (30 min)

6. Komplementarnost mehanike i termodinamike (N. Ninić) (30 min)

U t o r a k

7. Jednadžbe elektrodinamike za sustave u gibanju (D. Poljak) (30 min)

8. Neke posljedice primjene kriterija neumiješanosti promatrača

(N. Ninić) (30 min)

Slobodna rasprava

S r i j e d a

## PROBLEM STAJALIŠTA PROMATRAČA U MEHANICI

### 1. Odnos zakona prirode i stajališta promatrača

Neven Ninić, Ivan Tolj

U ovom radu bavit ćemo se s nečim što je na prvi pogled paradoksalno, a na drugi ili na treći pogled, s rješenjem toga paradoksa stiže se do boljeg uvida u stvari, korisnog i u tehničkoj primjeni. Evo o čemu se radi.

Ima nečeg paradoksalnog u slijedećem: prirodni zakoni su s jedne strane nešto objektivno postojeće, a s druge - ako inženjer ili fizičar nisu u posebnom stajalištu – oni te zakone niti vide, niti ih mogu formulirati, niti primijeniti. Treba li primjer za ovu tvrdnju? Pa evo. Ako smo nepokretni na površini Zemlje ima puno primjera koji nas uvjeravaju da iz našeg stajališta vrijede Newtonovi zakoni. A ako kao promatrač sjedimo na rasklimanoj cirkusnoj vrteški ili jurimo po toboganu s petljom, nikakve zakone ne ćemo vidjeti. Uzmimo u obzir da, gledajući sasvim strogo, Newtonovi zakoni ne vrijede sasvim točno ni ako smo nepokretni na površini Zemlje. Zato zvuči kao ispravan slijedeći stav, koji zastupa grupa znanstvenika A<sup>\*</sup>: **U općem slučaju nema formulacije zakona prirode bez prethodno točno definiranog (referentnog) stajališta.**

No, postoji grupa znanstvenika B, koja ima tako reći suprotan stav: **Zakoni postoje objektivno, bez obzira u kakvom je stajalištu promatrač. Zato se oni mogu točno formulirati, ne definirajući prije toga nikakvo stajalište. Za njihovu praktičnu primjenu stajalište treba da je samo dovoljno dobro.**

I ovo zvuči podjednako uvjerljivo, kako ćemo još i dodatno objasniti u nastavku. Tako da su birajući između A i B znanstvenici podijeljeni. Navest ću i jedan konkretni izbor znanstvenika iz obje skupine, na primjer Leva Landaua (za stav A) i Ivana Supeka (za stav B). Lev Davidovič Landau je bio i jest svjetski poznati fizičar i dobitnik Nobelove nagrade. Ivan Supek je također bio i jest uvaženi profesor teorijske fizike na PMF-u u Zagrebu od 1947. do 1985., akademik i osnivač škole teorijske fizike u Hrvatskoj; sigurno je izravno ili neizravno utjecao i na izbor skupine A ili B u svih fizičara diplomiranih u Hrvatskoj od 1946. do početka devedesetih godina.

---

\*U predmetu o kojemu je riječ na ovom Seminaru već se dugo smatra da nema ničega spornog, pa se već i ne susreće u znanstvenim časopisima, nego uglavnom samo u sveučilišnim udžbenicima. Pa ipak, ovdje se ukazuje na to da problem postoji i da je ozbiljan.

Najprije, dajmo riječ obojici, da upoznamo točno njihov način rasuđivanja Pitanje uloge i načina izbora stajališta promatrača tiče se samih osnova fizičkih znanosti, pa bi se rasuđivanje o tom pitanju trebalo bazirati na pravom zdravom razumu i pozivati se na naše zajedničko najšire fizičko iskustvo. Ustvari, predlažem da se u rasuđivanju po ovom pitanju služimo samo argumentima na osnovi pravog, kritičkog zdravog razuma, a da se ne služimo pukim pozivanjem na izreke ovog ili onoga autoriteta. Imam li Vašu suglasnost u tome?

Započnimo s onim drugim pristupom B, na način kako to čini profesor Supek. U prvom poglavlju svoje poznate knjige „Teorijska fizika i struktura materije“ [1], u šest izdanja od 1949. do 1993. započinje se od zakona ustrajnosti ili inercije, koji glasi: „Tijela ostaju u miru ili se kreću konstantnom brzinom po pravcu, ako na njih ne djeluju sile“.

Ovdje je prethodno definirano da su sile uzajamna (mehanička) djelovanja između tijela. Ali, zaustavimo se na ovome. Umjesno je pitanje smije li se od toga započeti? Očigledno je da brzina koja se tu spominje zavisi od stajališta promatrača, a o tome – koje je to stajalište – u ovome cijelom pasusu nema ni riječi. Ta ne može se reći: ovo je brdo visoko 300 m, a ne reći odakle se mjeri – od razine mora, ili od podnožja, i što je točno podnožje! Time profesor Supek u ovoj knjizi pripada u veliku skupinu znanstvenika B, formulira zakon bez prethodno definiranog stajališta promatrača. Štoviše, da bi istakao nezavisnost prirodnog zakona od ovakvog ili onakvog stajališta promatrača, on u nastavku zakon ustrajnosti preimenuje u „princip ustrajnosti“, a malo dalje u „aksiom“. Odmah zatim Supek daje i sadržaj Newtonova zakona gibanja, kao osnove njegove mehanike. No i njega navodi kao:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad (1.1)$$

ne spominjući uza nj nikakvo stajalište promatrača, dakle kao aksiom, a u nastavku i sva tri zakona zove aksiomima. Ovo se ne slaže sa standardnom definicijom aksioma, po kojoj je to nedokaziva i očigledna istina, kojoj nikakav dokaz nije potreban. O stajalištu promatrača progovara se tek na kraju poglavlja o zakonima, u zadnjem pasusu. To se najavljuje tek kao „još jedno objašnjenje“. A navode se opet Newtonovi zakoni kao aksiomi, koji u različitim stajalištima vrijede manje ili više točno, a „s velikom točnošću u stajalištu vezanom za zvijezde stajačice. Obzirom na taj sustav (referencije) vrijedi princip ustrajnosti“. I dalje: „U njemu se Sunčev sustav, na koji gotovo nikako ne djeluju vanjske sile,

kreće konstantnom brzinom. Kod praktičnih mjerena možemo obično naše laboratorijske rezultate uzeti za prikladne sustave.“

A može li se stav B znanstvenika opravdati samim pridjevom „teorijska“ u naslovu udžbenika? Ispitajmo i to. Teorijska i eksperimentalna fizika su po definiciji dvije fizikalne poddiscipline u pogledu primjene znanstvene metode istraživanja. Eksperimentalna pokriva koncipiranje eksperimenta, te relevantno prikupljanje i obradu podataka dobivenih mjerjenjem. Teorijska pokriva matematičko modeliranje prirodnih pojava i davanje predviđanja koja se mogu provjeriti eksperimentalno. Pritom je njihov odnos simbiotski u smislu da i teoretičar - kao svoju polaznu osnovu – treba neko opće načelo koje se odnosi na prirodu, a koje je inspirirano najširim eksperimentalnim iskustvom [2]. Ulogu takvog najšireg iskustva u mehanici može imati nešto što se odnosi na ulogu samog izbora stajališta promatrača, to jest da li stajalište treba izabrati prije formulacije zakona (iz kojega se stajališta uopće mogu vidjeti zakoni mehanike) ili na načelo relativnosti, ali ne i na sam zakon gibanja (1.1). On može biti samo rezultat primjene spomenutih načela i eksperimentalne provjere neke hipoteze, učinjene na osnovu rezultata mjerena. Dakle nikako ne na način da se u sveučilišnom udžbeniku bilo koje razine usvaja sadržaj zakona kao aksioma koji ne treba izvoda na osnovu eksperimentalnog iskustva.

No, zašto se takvom pristupu ipak često pribjegava u praksi i u sveučilišnim udžbenicima objasnit će sa slijedećim. Naime, ako se pođe od sadržaja zakona gibanja (1.1) kao od aksioma nezavisnog od stajališta promatrača, može se lakom provjerom (koju ne treba svaki put ponavljati) ustvrditi da nam je na pr. neki stol koji je pred nama dovoljno dobro stajalište za primjenu toga zakona, kao i ostalih zakona mehanike. Dovoljno je samo da se uvjeri da bi se slobodna kuglica po njegovoj vodoravnoj glatkoj ploči gibala jednoliko ili mirovala. Na taj način se problem sadržan u pitanju „što je točno sustav referencije za zakone mehanike?“ iz ovoga pristupa uopće i ne vidi, ne postoji. To jest prividno ne postoji ono na čemu se u pristupu A inzistira. A inzistira se na prethodnom definiranju specijalnog stajališta, pogodnog za formulaciju i primjenu zakona.

Međutim, prikriveni problem u ovakovom opravdavanju pristupa B je taj, **što je izraz (1.1) „kodiran“**, a da toga onaj koji ga koristi u svome laboratoriju nije dovoljno svjestan. Kodiran je time da vrijedi točno samo u nekim specijalnim stajalištima (čime definiranim ostavimo do daljnje otvorenim pitanjem). Što bi se dogodilo kad bi takav korisnik uzeo izraz (1.1) i primijenio ga u nekom stajalištu koje bi se u odnosu na ono „kodirano“ gibalo s bilo kakvim ubrzanjem

$\vec{a}$ ? Takav bi korisnik bio iznenađen: video bi da - iako je sila  $\vec{F}$  na onom istom stolu i dalje približno nula - da ima proizvoljnog ubrzanja i da zakon (1.1) ne vrijedi!

Što bi dakle trebao zaključiti takav korisnik ploče stola kao sustava referencije, kada bi rasuđivao kritički zdravorazumski? Ne da nema problema s time što konkretno jest sustav referencije u kome vrijede zakoni mehanike. Nego da je, uvezši baš neki stol za svoj sustav referencije, samo slučajno i približno „naletio“ na stajalište koje je u (1.1) bilo već „ukodirano“. No ako razmišlja i dalje zaključit će, baš kao i Einstein, da upotrijebljeni stol **nema legitimitet** da se iz njega formulira **univerzalni zakon prirode**. A i to ima svoje racionalno „zato“, na kojem je Einstein inzistirao: zato što niti jedan stol sam po sebi **nije stajalište uzročno povezano** s mogućnošću da se baš u odnosu na njega među svim drugim mogućim tijelima formulira univerzalni zakon prirode!

Eto, čuli ste izlaganje u jednom sveučilišnom udžbeniku s pristupnim stavom B, a čuli ste i kritičku analizu takvog pristupa. Na snazi je ostao prigovor: **govoriti o brzini i ubrzanju materijalne točke, a ne reći u odnosu na koje stajalište, po tom prigovoru je ispraznjeno od svakog konkretnog sadržaja**. Također, ni pridjev „teorijska“ u naslovu knjige ne opravdava aksiomatski pristup u izlaganju otkrića, formulacije i primjene zakona. Takav pristup može biti opravdan samo u nekom priručniku ili repetitoriju gradiva, u kojem je naglasak na formalno - logičkoj vezi između zakona i raznih iz njih izvedenih formula.

Sada prelazim na jednog znanstvenika koji pripada u onaj prvi tip pristupa A. To osobito jasno čini L. D. Landau. On se na našoj temi zadržao u prvom poglavlju knjige „Opća fizika – mehanika i molekularna fizika“ [3]. Pisala su je dva njegova bliska suradnika, nakon prometne nesreće u kojoj je Landau teško stradao. Pisano je, kako su naveli, „u njegovom duhu izlaganja“. On na samom početku knjige, na početku prvog paragrafa kaže: „*O gibanju bilo kog tijela uopće se ne može govoriti, ako se ne kaže u odnosu na što, na (koje) drugo tijelo*“ ( $A_1$ ). Toliko o ulozi promatrača i njegova stajališta koje, radi izražavanja rastojanja i brzina, mora biti vezano za neko referentno tijelo. Neka mi bude dozvoljeno da to ponovim još jednom: ne može se ništa niti izmjeriti, niti zaključiti u vezi s bilo kakvim gibanjem, ako nije jasno definirano odakle se mjeri, tj. iz kojega stajališta promatrača. Bez toga svi rezultati mjerjenja, na osnovu kojih se po znanstvenoj metodi odlučuje, ne znače ništa!

Ovo što ste upravo čuli veoma se razlikuje, u samom startu, od pristupa znanstvenika iz skupine B. On ne bi smio uopće ni progovoriti o brzini i ubrzanju u zakonu, a da ne definira stajalište, i to prije iskazivanja zakona. No idemo dalje po pristupu Landaua. Nakon onog prvog drastičnog iskaza o ulozi stajališta slijedi logičan nastavak. On kaže: „*Fizičke pojave protječu, općenito, različito u različitim sustavima referencije (stajalištima)*“ (A<sub>2</sub>). Na primjer: Zamislimo promatranje slobodnog padanja kamena iz dva različita stajališta – s površine Zemlje i iz slobodno padajućeg lifta.

Ako se malo razmisli o ovome, to znači da je uloga izbora stajališta referencije ne važna, nego bitna, i da to stajalište treba ne samo točno definirati, nego i prije toga nekako izabrati, a jedno i drugo učiniti u preliminarnom ispitivanju, prije mjerjenja i eventualnog otkrivanja zakona, te prije primjene zakona. Treći korak u Landauovom rasuđivanju je očigledan i logičan nastavak, pa glasi: „*Prirodno je usvojiti takav sustav referencije, da iz njega prirodne pojave izgledaju najjednostavnije*“ (A<sub>3</sub>). Naš je komentar: pojave su najjednostavnije onda, kada se iz dotičnog stajališta mogu uočiti pravilnosti, tj. uzročni zakoni. I ovim bih mogao završiti, jer je rečeno već dovoljno i - zasad - sve što treba. Zadržimo se zato još malo na tome, da rezimiramo rečeno i da izvedemo zaključak.

Oba su pristupa odnosu stajalište - zakoni iznijeta, prepostavljam, dovoljno transparentno. Po pristupu tipa B Newtonovi zakoni, otkriveni kao približni na površini Zemlje, proglašavaju se točnim aksiomima bez prethodne definicije točnog stajališta. To je već pristup znanstvenika koji u egzaktnu znanost uvodi jedan potpuno nepotrebni element vjere: vjere da je neka formulacija zakona zakon sam, pa da ne zavisi od referentnog stajališta; međutim mi zakon ne spoznajemo izravno, nego ga formuliramo preko njegovih vidljivih i mjerljivih učinaka. Tako da formulacija zakona općenito zavisi od stajališta, odnosno od sustava referencije promatrača.

Zato u pristupu B uvedeni element vjere nije samo nepotreban, nego nije ni u skladu sa znanstvenom metodom istraživanja. Po njoj formulaciji zakona moraju prethoditi mjerjenja, obrada rezultata mjerjenja, znanstvene hipoteze i njihove provjere. Mjerjenja pak nema bez izbora i definiranja sustava referencije. S uvedenim nepotrebnim elementom vjere uloga je stajališta bitno umanjena i svedena samo na to, da ono može biti samo manje ili više dobro, a ne i bitno. Bitno, kao što je obrazloženo po predstavniku prve skupine znanstvenika A.

A je li pristup B bar djelomično opravdan pridjevom „teorijska“ u naslovu knjige? Što se tiče toga Landau je (s Lifschitzom) napisao i djelo u 9 tomova s naslovom „Teorijska fizika“ [4]. No tu oni, odmah nakon uvođenja općenitog pojma generaliziranih koordinata, računaju s određenim i to inercijalnim sustavom referencije. Druga je stvar – i u nastavku sporna – kako su Landau i Lifschitz (već u [3] ) definirali taj sustav referencije.

Rezimirajući sve dosad rečeno može se zaključiti da je – od dva bitno različita pristupa formulaciji zakona - po znanstvenoj metodi istraživanja ispravan samo jedan: onaj tipa A. Zaključujući ovo uvodno izlaganje zapitajmo se može li se sažeto izreći u čemu je bit greške u pristupu tipa B. Čitajući pozorno, u tome se pristupu govorи **o zakonima samim, a ne o njihovim formulacijama**. No to je izrazito antropocentrično, jer znanstvenik nema moć izravnog dodira sa zakonima, nego samo s njihovim manifestacijama u opažanim fenomenima. Zato znanstvenik može govoriti samo o formulacijama zakona [5] na osnovu obrađenih rezultata mjerjenja. Formulacije pak ne znače ništa, ako se ne zna u odnosu na koji se sustav referencije odnose fizičke veličine u njima. Prema tome, ako se mislimo držati znanstvene metode istraživanja, vrijede u svakom slučaju ona tri početna Landauova rasudbena koraka, A<sub>1</sub> do A<sub>3</sub>. Ukratko, ispravan je - barem u svom početnom dijelu - pristup tipa A. To jest: formulaciji i primjeni zakona po zdravom razumu i najširem iskustvu, u općem slučaju, moraju prethoditi izbor i definicija stajališta promatrača

Zaključak koji se može izvesti jest da znanstvenik može govoriti isključivo o formulaciji zakona, a samo u skraćenom žargonu kao o zakonu samom. I da je uvjet za ispravnu formulaciju taj, da je znanstvenik u odnosu na promatrani materijalni objekt u točno određenom stajalištu (ili u točno određenim stajalištima), koje diktiraju sami materijalni objekti unutar i između sebe.

Pitanjem koje je to stajalište bavit ćemo se u nastavku (v. rade 2, 5. i 6. Zbornika). Naime promatrač je (zajedno sa svojim materijalnim stajalištem) i dio istoga materijalnog svijeta. On zato u općem slučaju mora učiniti specijalni napor da ne bude na možda vrlo rafiniran, ali bitan način umiješan u promatrano. Promatrano pak **nisu zakoni**, nego različite **manifestacije zakona** koje zavise od stajališta. Zato taj specijalni napor o kojemu govorimo nije učinio znanstvenik koji ne razlikuje formulaciju zakona od zakona samog.

## 2. O izboru stajališta u mehanici – Galilei, Newton, Einstein i sljedbenici

Neven Ninić, Damir Sedlar

U prvom izlaganju dani su sigurni zdravorazumski razlozi po kojima se zakoni prirode u općem slučaju ne mogu ni formulirati ni koristiti, ako prethodno nije definirano **stajalište promatrača**. Naime, da bi imali određeni sustav referencije u kojemu će biti formuliran zakon, moramo kao to stajalište imati **referentno materijalno tijelo**. Neka je na njemu fiksiran još i neki dekartovski **koordinatni sustav** od tri međusobno okomite osi  $Oxyz$  i sata koji pokazuje vrijeme  $t$ . Referentno tijelo, zamišljeno kao kruto, s tim koordinatnim sustavom čine zajedno **sustav referencije**. On dopušta da se na poznat način s četiri broja definira položaj i trenutak u kome se nalazi materijalna točka ili mjesto nekog događaja u odnosu na taj sustav, odnosno i na njegovo referentno tijelo. Druga je stvar da li je to promatračevo referentno tijelo i **stvarno referentno**, u smislu da omogućuje promatraču da s njega vidi zakon prirode na „najjednostavniji“ način, odnosno „objektivno“. Iskustvo pokazuje da je (stvarno) referentno tijelo u mehanici ustvari vrlo posebno. U nastavku će se – ako nije posebno naglašeno – misliti na stvarno referentno (tijelo ili sustav referencije).

Galileo Galilei je u prvoj polovici XVII. stoljeća bio možda prvi koji je shvatio problem izbora i uloge stajališta o kojemu se ovdje radi. Pa da vidimo najprije kojom se mehaničkom zakonitošću Galilei bavio i koje je stajalište izabrao za njeno promatranje i izražavanje. Promatrao je i mjerio gibanje kuglice po vodoravnoj i po malo nagnutoj ploči. Činio je to, naravno, na postolju u svom laboratoriju u Padovi. Ono što je otkrio bilo je slijedeće:

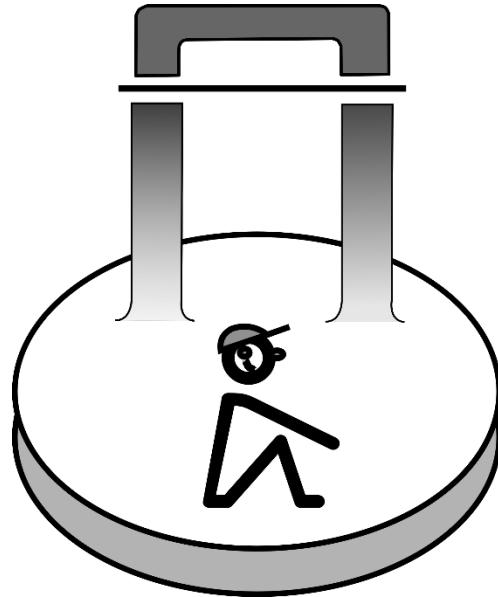
*Tijelo se giba jednoliko po pravcu, ako na njega duž pravca gibanja mehanički ne djeluju druga tijela\* („zakon inercije“).*

Zadržimo se malo na situaciji koja se tu opisuje i na Sl. 2.1. koja je ilustrira, te na štapu koji predstavlja pravac koji se u „zakonu inercije“ spominje. Svako referiranje na neki sustav referencije podrazumijeva da je u njemu taj pravac iz „zakona inercije“ definiran nečim nepokretnim u odnosu na to stajalište (kao što je i štap na ovoj slici). Dakle iskaz zakonitosti koju je Galilei otkrio bio je uvjetovan i vezan za zidove laboratorijskog stajališta. Općenito uzevši, svaka je otkrivena zakonitost uvjetovana, vezana s laboratorijem u kojemu je otkrivena kao s nepokretnim stajalištem. I kao takva može biti korištena kao ograničena,

---

\* Galilei se nije služio konciznim pojmom „sile“ kao vektora, jer mu nije bio poznat rad S. Stevana

samo u odnosu na to isto stajalište u odnosu na koje je otkrivena i na neku, u odnosu na njega nepokretnu, užu ili širu okolinu. No što ako se očekuje da otkrivena zakonitost bude „zakon prirode“, da u istoj formulaciji vrijedi neograničeno svuda, da bude *univerzalan*? U tom slučaju, prema gore izraženom načinu rasuđivanja, trebalo bi da je formuliran ne samo u odnosu na laboratorij kao nepokretan, nego u odnosu na nešto *apsolutno* nepokretno. A jesu li Galileiev laboratorij, odnosno čvrsta površina Zemlje, bili „*apsolutno nepokretni*“?



Sl. 2.1. Pravac gibanja  
u laboratorijskom stajalištu

U Galilejevo doba nije bilo sporno to, da se ista gibanja tijela vide različito iz raznih stajališta, ali bilo je aktualno slijedeće, ustvari vrlo teško pitanje: da li su sva gibanja tijela samo relativna, jer u neograničenom svemiru nema ničega „*apsolutno nepokretnoga*“ (po Nikoli Kuzanskom\*, 1515.); ili pak ima nečeg *apsolutno nepokretnog*, a to je površina Zemlje (po Ptolomeju\*\*, drugo i prvo stoljeće prije Krista, znanstveno prevladavajuće stajalište i u doba Galileia); ili je pak nepokretno Sunce (i daleke zvijezde), oko kojega se gibaju planete (po Nikoli Koperniku\*\*\*, 1543.).

Iz našeg današnjeg uvida u ovo pitanje može se reći slijedeće. Svako translatoryno gibanje jest po samoj svojoj definiciji relativno, ali *kad bi bilo samo to*, ne bi bilo moguće otkriti bilo kakav zakon gibanja kao univerzalni zakon

\* Iz Kuesa u Njemačkoj, studirao u Heidelbergu i u Padovi, kardinal.

\*\* Iz Aleksandrije, matematičar i astronom

\*\*\* Iz Torunja u Poljskoj (onda Pruskoj), studirao astronomiju u Krakovu, radio u Fromborku, onda Frauenburgu, isusovac. Ovdje samo spominjemo i doprinose drugih velikih skolastičkih prethodnika iz cijele Europe: R. Grosseteste-a, R. Becona, W. Ochama i Nikole iz Oresmea, iz XII., XIII i XIV stoljeća.

prirode. Naime, ravnopravnost svih stajališta, pa i „najluđih“, isključivala bi svaki zakon. S druge strane, tek bi usvajanje bilo kog tijela kao nepokretnog omogućilo da se nekom promatranom gibanju pridruži bilo kakva zakonitost.

Zaključak je onda jasan: treba izabrati neko, ne bilo koje, tijelo za relativno nepokretno, u odnosu na koje bi se promatralo gibanje drugih tijela. Prirodni i spontani izbor čvrste površine Zemlje kao takve bio je zato ne samo naivan i antropocentričan čin, nego istovremeno i vrlo dobar ili sretan izbor stajališta koje je ne samo ograničene primjene, nego je i praktično referentno stajalište za jedan veći broj otkrivenih zakona kao univerzalnih zakona prirode.

Galilei je bio svjestan ovakvog stanja stvari, kao i toga da nakon Kopernikova prijedloga geocentričko stajalište više nije moglo biti stajalište za formuliranje univerzalnih zakona gibanja. Gibanja nebeskih tijela su iz geocentričnog stajališta bila toliko zamršena, da se jedva moglo govoriti o nekim zakonima toga gibanja. Zato je Kopernikov prijedlog promjene apsolutno nepokretnog stajališta sa Zemlje na Sunce bio veliki korak naprijed – sve viđeno u obližnjem svemiru (po Galileiu i na Zemlji) počelo je dolaziti puno jednostavnije na svoje mjesto.

S obzirom na rečeno Galilei je imao dosta razloga da oduševljeno prihvati Kopernikov heliocentrički sustav, iako je on sam otkrio „zakon inercije“ u geocentričkom sustavu, u svom laboratoriju u Padovi. Bilo je tako jer je Galilei prije toga otkrio i svoje načelo relativnosti. Po tome poznatom načelu formulacija zakona gibanja tijekom relativno kratkih vremena promatranja bila bi jednaka u heliocentričkom i u njegovom laboratorijskom sustavu referencije. Po tome bi i „zakon inercije“, otkriven u geocentričkom stajalištu, bio univerzalan. No s tim, da je **Galilei iz van-laboratorijskih razloga** dao prednost heliocentričkom kao referentnom za univerzalne zakone prirode. Na ove ćemo se razloge vratiti i kritički ih preispitati tek u šestom radu u Zborniku, nakon što se upoznamo i s Newtonovim i Einsteinovim radom vezanim za izbor univerzalnog sustava referencije u mehanici.

Isaac Newton je prihvatio Galilejevo otkriće „zakona inercije“ kao univerzalnog zakona prirode, kojemu prethodi - kao i u Galileia - neki apsolutno nepokretni sustav referencije, ali koji bi još bolje odražavao tu univerzalnost u odnosu na onaj laboratorijski. Bilo je to zato, što je Newton zakonima mehanike pripisivao univerzalnost u najširem, kozmičkom smislu. Po Newtonovu načinu razmišljanja ulogu referentnog nije moglo imati nikakvo konkretno tijelo u svom

proizvoljnom gibanju po svemiru, pa tako ni heliocentrički sustav baziran na Suncu i zvijezdama stajačicama. Zbog takvog rasuđivanja, ustvari sličnog Galileieu, Newton je za referentni objekt svoga sustava referencije mogao proglašiti ništa drugo, nego sam „apsolutno nepokretni prostor“ uz isto tako „apsolutno vrijeme“. Iako je za stvarno fizičko postojanje takvog fizičkog entiteta bilo premalo indicija\*. Taj se Newtonov sustav referencije, po „zakonu inercije“ koji u njemu vrijedi točno, naziva „inercijalnim“. Ali naravno, ni jedan sustav referencije ne može biti definiran nikakvim zakonom, jer zakon ne može prethoditi sustavu vlastite referencije. U takvoj slici svijeta zidovi Galileieva laboratorija bili su i za Newtona, kao i za Galileia, samo praktično opipljive zamjene, pogodne za približnu formulaciju točnog zakona inercije i za praktične, astronomske i tadašnje tehničke primjene.

Newtona je – argumentirano se prepostavlja – uznemiravalo to, što je „apsolutno nepokretni prostor“ morao uvesti da bi u traženju nečeg absolutno nepokretnog bio konzekventan, a s druge strane sami zakoni njegove mehanike (uključujući „zakon inercije“) nepokretnost takvog stajališta uopće ne trebaju. Zato je Newton nakon formulacije svoja tri zakona u [6], nakon 1687. zaključio da bi, najprije, Galileievo ograničeno rješenje trebalo popraviti uzimanjem u obzir da samo Sunce nije strogo nepokretno, u najmanju ruku zbog utjecaja planeta. Time bi za nepokretno ishodište heliocentričkog sustava bilo bolje uzeti centar mase cijelog Sunčeva sustava (i daleke zvijezde kao stajačice). Otuda je zaključio i da bi nepokretno ishodište njegova „apsolutnog“ sustava moglo biti smješteno u centar mase cijelog svemira, i tako zbilja biti oslobođeno utjecaja „vanjskih sila“. No i s time bi Newtonov absolutni sustav referencije ostao jednak spekulativan i neupotrebljiv za točnu formulaciju zakona mehanike, a za same zakone njegova nepokretnost bi i dalje bila nepotrebna.

Treba uočiti da je cijeli ovaj način razmišljanja o izboru univerzalnog sustava referencije u fizici prihvatljiv ili plodan samo ako je pojам „**apsolutno nepokretan**“ (za neko specijalno referentno tijelo) smislen, tj. ako taj pojam ima konkretan fizički sadržaj. **Ako nema, treba se vratiti na početak**, na rasuđivanje u kojem se po prvi put odlučuje o načinu biranja referentnog tijela: između do tada ad hoc usvajane Zemlje kao absolutno nepokretne i Sunca, kao novog kandidata. A prvi je takva rasuđivanja obavio i svoj zaključak iz njih izveo Galileo

---

\* Jedna je indicija, po Newtonu vrlo ozbiljna, bila ona, da se rotaciono gibanje nikako ne može svrstati u relativna gibanja, kao translatoryno. I da na taj način svjedoči o postojanju absolutno nepokretnog prostora. Ovdje se, u radu 9 Zbornika, daje sasvim drugo objašnjenje absolutnosti rotacije, objašnjenje koje u XVII. i XVIII. stoljeću nikom nije ni moglo biti dostupno.

Galilei. Ispravnost njegova zaključka kritički će se analizirati i argumentirano osporiti u šestom radu Zbornika.

Iako je postojanje apsolutno mirujućeg prostora bilo nedovoljno potkrijepljeno fizičkim dokazima, Newtonova je mehanika bila praktično savršeno uspješna u svim primjenama u astronomiji i u tehnici, sve do pred kraj XIX. stoljeća i do rezultata Michelson – Morleyevih eksperimenata. Ti su rezultati prema Albertu Einsteinu tražili da se dio Newtonove mehanike zadrži, a dio promijeni, i to zbog uklapanja elektrodinamike i mehanike u komplementarnu sliku cijelog materijalnog svijeta. I njemu je, kao i Galileiu i Newtonu, za univerzalnost „zakona inercije“ bio potreban „apsolutno utemeljeni“ inercijalni sustav referencije, ali svakako s nekim materijalnim tijelom koje bi ga definiralo. Iz poznatih razloga to više nije mogao biti ni Galileiev heliocentrički sustav, ni – iz drugih razloga – Newtonov apsolutno nepokretni prostor uz apsolutno protječeće vrijeme. Einstein je zato u specijalnoj teoriji relativnosti [7] u tom svojstvu razmatrao kao „galilejevsko“ referentno tijelo ono, koje je dovoljno udaljeno od drugih tijela i koje ne rotira. Kasnije je opravdano smatrao da niti jedan od fizičkih objekata dosad spomenutih kao referentnih, uključujući i njegov, ne daje odgovor na pitanje: Što je, konkretno, inercijalni sustav referencije? U [8] Einstein kaže: „Mi imamo zakone, no ne znamo tijelo referencije u odnosu na koje se ti zakoni odnose . . . i cijela naša struktura fizike pokazuje se izgrađena na pijesku“.

Ustvari, u tome je cijelom području Einstein vidio dva fundamentalna problema, prisutna jednako u „Galilei – Newtonovoj“ mehanici, kao i u mehanici specijalne teorije relativnosti, a to su: prvo – ni jedno od tri gore spomenuta referentna objekta u Galileia, Newtona i Einsteina nije istovremeno i točno i dostupno rješenje; i drugi, po Einsteinu još veći problem: nema nikakve fizički uzročne osnove da se sva materijalna tijela dijele na ona koja mogu biti sjedišta inercijalnog sustava referencije i na ona druga, koja to ne mogu biti [7]. To jest ni jedno konkretno tijelo u svemiru ne može biti referentno. Po Einsteinu, to je zato što ni jedno tako izabrano tijelo nije uzročno povezano s mogućnošću da se baš iz njega otkrije i formulira zakon. I zbilja, ni jedno od gore spomenuta tri objekta nije fizički uzročno povezano sa zakonom.

Evo jedne slikovite analogije: recimo da smo između puno pijevaca našli i nekoga koji je uvijek kukurikao točno u trenutku izlaska Sunca. Njegov nam izbor svejedno ne može biti znanstveno referentan, jer – iako možda i točan u  $n$  slučajeva – nije uzročno povezan s prirodnim zakonom po kojemu Sunce izlazi, pa ma koliko veliko bilo  $n$ . Nadam se da je ovim Einsteinov fundamentalni prigovor u potpunosti jasan, koliko je i zdravorazumski.

Prema iznijetom uvidu, Einstein nije video fizički uzrok one razlike među svim tijelima - kandidatima za ovaj izbor. I gore navedena dva problema ostala su po njemu nesavladiva slabost i klasične mehanike i specijalne teorije relativnosti. Jer „zakon inercije“ i drugi zakoni mehanike zahtjevali su postojanje referentnog tijela u odnosu na koje ti zakoni vrijede, a ni jedno tijelo nije moglo zadovoljiti uvjete za to. Detaljnije o toj proturječnoj situaciji i kako ju je Einstein pokušao prevladati, te u kojoj je mjeri uspio, riječ je u petom radu Zbornika.

Dva slijedeća rada posvećena su vezi između mehanike specijalne teorije relativnosti i elektrodinamike. U pitanje koje tijelo točno definira inercijalni sustav referencije sve do petog rada neće se dirati.

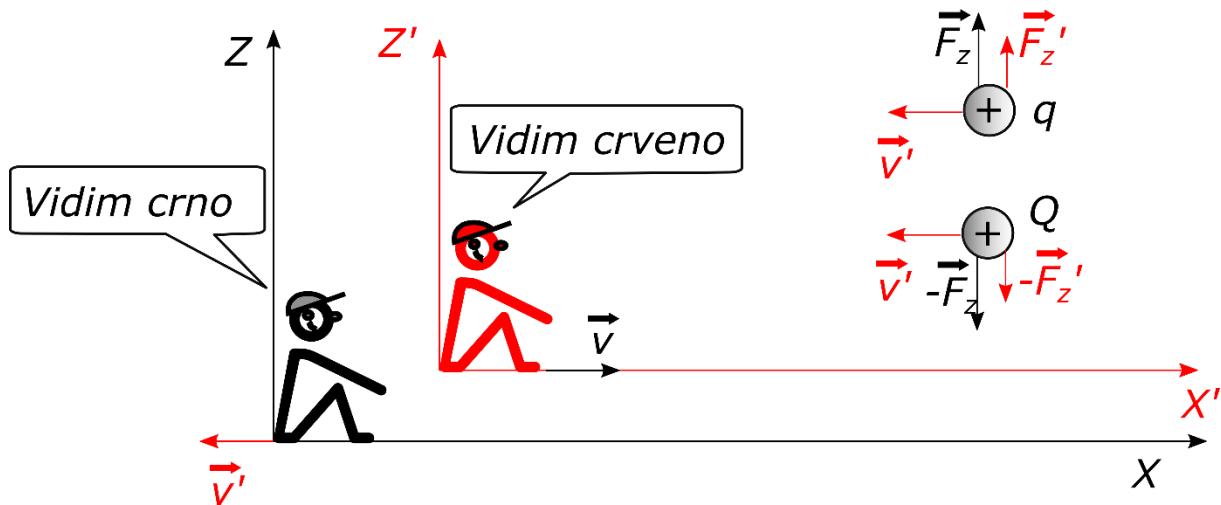
### 3. Veza mehanike i elektrodinamike

Neven Ninić

Polazimo od postojanja suprotnih elektrostatičkih sila  $\vec{F}_z$  (intenziteta  $F_z$ ) na dva tijela s električnim nabojima istog ili suprotnog znaka, viđeno u inercijalnom sustavu referencije  $Oxyz$  u kome su oba tijela nepokretna:

$$F_z = \frac{Q q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (3.1)$$

Prema Sl.3.1 ova tijela bi, u slučaju da su oslobođena od veza, prema Newtonovoj mehanici bila ubrzana u smjerovima sila – jednakim u svakom inercijalnom sustavu referencije. No eksperimentalno iskustvo govori nešto nespojivo s Newtonovom mehanikom: u sustavu referencije  $O'x'y'z't'$ , koji bi se kretao translatorno konstantnom brzinom  $v$  u smjeru  $x$  prema slici, sila ne bi bila ista  $\vec{F}_z$  nego  $\vec{F}'_z$ . Naime ovaj drugi inercijalni promatrač bi pored odbojne sile bliske  $\vec{F}_z$  registrirao i još jednu – privlačnu silu među tijelima, a kao rezultanta bi za relativno pokretnog promatrača bila  $\vec{F}'_z + \vec{F}_z$ .



Sl.3.1 Mehanički vidik elektrodinamike

Znači li to da tijela – nosioci nekog električnog naboja podliježu nekoj drugoj mehanici? Odgovor je: ne, nego Newtonovu mehaniku treba u nekom

\* Veza sa svakodnevnim iskustvom: gledajući dva istoimena nabijena tijela iz stajališta  $Oxyt$ , ona se odbijaju. A gledajući isto iz stajališta  $O'x'y'z't'$  vidimo dvije istosmjerne električne struje u električki neutralnim žicama, koje se međusobno privlače .....!

pogledu samo popraviti kako bi postala točna i opće primjenjiva za sva tijela, imala električni naboј ili ne, u svim inercijalnim sustavima referencije.

Ono što u Newtonovoj mehanici ostaje pritom nepromijenjeno još od njegova prethodnika Galileo Galileia jesu „načelo relativnosti“ i „zakon inercije“. Po **načelu relativnosti (1)**, ako se stajališta promatrača razlikuju samo time što se jedno giba prema drugom konstantnom brzinom translatorno, mehaničke zakonitosti koje će oni registrirati identične su. Pokazalo se da ovo načelo vrijedi i šire, za sve zakone prirode. Drugo što nije trebalo mijenjati je Galileiev **„zakon inercije“(2)** (preuzet od Newtona kao prvi zakon njegove mehanike). On je u tome da će se tijelo, na koje mehanički ne djeluju druga tijela, gibati jednoliko – konstantnom brzinom kao vektorom, u tzv. inercijalnom sustavu referencije. Galilei, Newton i najposlijе Einstein i sljedbenici – svi su imali svoje izbore tijela koja su predlagali za referentna kao inercijalna. Ostanimo pri tome da su svi njihovi prijedlozi praktično upotrebljivi u ovim ili onim primjenama i zasad ne „cjepidlačimo“ s time da svi takvi izbori nisu ni točni, ni načelno ispravni.

Ono što je u Newtonovoj mehanici trebalo promijeniti, i to baš zbog elektrodinamike, jest u samom shvaćanju naših pojmove prostora i vremena. Pokazalo se da to dvoje nisu nekakav izdvojen „vanmaterijalni okvir“ za gibanje tijela kao materijalnih točaka, kako ih je ustvari shvaćao Newton. Einstein je prostor i vrijeme najprije „prizemljio“ povezavši ih s fizičkim tijelima i procesima. Prostor je definiran ekstrapolacijom dimenzija tijela (ravnalo), a vrijeme trajanjem nekog fizičkog cikličkog procesa (u satovima). Tako definirani prostor i vrijeme još su i povezani time što je usvojena inače neobjasnjava eksperimentalno potvrđena činjenica da brzina rasprostiranja svjetlosti u vakuumu ne zavisi od relativnog gibanja promatrača prema tijelu izvoru svjetlosti i da je uvijek jednaka njenoj brzini u odnosu na izvor, ravnoj konstanti  $c$  **(3)**. Ovo istovremeno s tim, da nema eksperimenta koji bi dokazivao postojanje „apsolutno mirujućeg“ inercijalnog sustava referencije.

Iz **(2)** slijedi da je pri gibanju slobodne materijalne točke u inercijalnom sustavu referencije  $Oxyz$  zavisnost svake prostorne koordinate od vremena linearna. A to znači i da se linearno u jednom vidi kao linearne u drugom sustavu referencije  $O'x'y'z't'$ . Pri tome se ne računa ni s absolutno nepokretnim prostorom, ni s absolutno protječućim vremenom. Neka je relativna brzina između dvaju inercijalnih sustava duž zajedničkog pravca

jedne njihove osi -  $x$  odnosno  $x'$  - viđena iz sustava  $Oxyzt$  jednaka  $v$ . U tom slučaju ovaj poseban izbor relativnog gibanja olakšava nam izvlačenje konsekvensija iz **(2)**, jer se koordinate  $y$  i  $z$  u dva sustava referencije ne razlikuju ( $y = y'$  i  $z = z'$ ). Zato je konsekvensija iz **(2)** općenito:

$$x' = Ax + Bt \quad (3.2)$$

$$t' = Mx + Nt \quad (3.3)$$

I obratne su transformacije linearne, a oba su sustava referencije ravnopravna. Međutim ovako općenito shvaćanje linearne zavisnosti šire je od odgovarajućih Galileievih transformacija u Newtonovoj mehanici: tamo je  $t = t'$  i ne zavisi od  $x$  i  $x'$ ! Istovremeno, za određivanje  $A, B, M$  i  $N$  moramo uzeti u obzir i **(3)**, odnosno fenomen konstantnosti brzine svjetlosti u vakuumu  $c$ . Za to, pak, trebamo pripremiti teren nalaženjem izraza za slaganje brzina, to jest za odnos brzine materijalne točke u jednom sustavu referencije ( $u = \Delta x / \Delta t$ ), prema brzini iste točke viđenoj iz drugog ( $u' = \Delta x' / \Delta t'$ ). Prema **(3.2)** i **(3.3)** imamo

$$u' = \frac{Au + B}{Mu + N} \quad (3.4)$$

što je također puno općenitije nego u nama bliskim Galileievim transformacijama. Sada ćemo o konstantama  $A, B, M$  i  $N$  rasuđivati u specijalnim slučajevima [9]. Prvi je  $u' = 0$ . Tada je  $u = v$ . Iz **(3.4)** slijedi

$$B = -Av \quad (3.5)$$

Drugi je specijalan slučaj  $u' = -v$ , a tada je  $u = 0$ . Koristeći opet slaganje brzina **(3.4)** i prethodno dobiveno slijedi

$$N = A \quad (3.6)$$

U trećem je slučaju  $u' = u = c$ , čime je u ove linearne transformacije ugrađen i zahtjev **(3)**. Ugradnja ovoga preko slaganja brzina **(3.4)** i s već dobivenim podacima o konstantama daje

$$M = -\frac{Av}{c} \quad (3.7)$$

Vraćanjem svega dobivenog u (3.4) slijedi i konačan izraz za slaganje brzina

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}} \text{ ili } u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}} \quad (3.8)$$

Konačno, uvrstimo sve dobiveno za koeficijente u dvije formule transformacije koordinata (3.2) i (3.3). Dobivamo ih sa samo jednom neodređenom konstantom  $A$ :

$$x' = A(x - vt) \text{ i } t' = A\left(t - \frac{vx}{c^2}\right) \quad (3.9)$$

Neka sad sustavi referencije ostanu isti, ali neka se samo promatrač iz  $Oxyz$  premjesti u  $O'x'y'z't'$  (jer oba su sustava jednakovrijedna po (1)). Dobivamo analogno (3.9):

$$x = A(x' + vt') \quad t = A\left(t' + \frac{vx'}{c^2}\right)$$

Uvrštenjem ovoga u (3.9) slijedi

$$A = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (3.10)$$

Time su dobivene nove linearne transformacije, koje zamjenjuju Galileieve, a zovu se Lorentzove. One glase:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (3.11)$$

Odnosno

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad y = y', \quad z = z', \quad t = \frac{t' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (3.11)'$$

U (3.11) je bez posebnog isticanja i bez gubitka općenitosti ugrađeno da su se u početnom trenutku ishodišta  $O$  i  $O'$  poklapala, radi jednostavnosti izraza.

Vraćamo se sad na promatranje započetog slučaja viđenja za dva inercijalna promatrača, to jest na viđenje istog fenomena, jednom kao „nepokretnog“, drugi put kao „pokretnog“, na Sl.3.1. Kombinirat ćemo (3.11) s Newtonovim zakonom gibanja

$$F_z = \frac{\Delta p_z}{\Delta t} \quad (3.12)$$

gdje je količina gibanja  $p_z = m u_z = m \Delta z / \Delta t$ . Iz drugog sustava referencije vidi se

$$F'_z = \frac{\Delta p'_z}{\Delta t'} \quad (3.12)'$$

uz  $p'_z = m' u'_z = m' \Delta z' / \Delta t'$ . Zbog nemogućnosti da se ma koje tijelo ubrza do brzine  $c$  (što slijedi iz (3.8)), otpor ubrzaju (to jest inertna masa) mora rasti kao

$$m' = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (3.13)$$

$V$  u (3.13) označava modul vektora brzine jednog sustava prema drugom; u slučaju na Sl. 3.1  $V = v$ . No prije nego što prijeđemo na razradu fla (3.12), treba nešto reći i o prostornim i vremenskim „odsječcima“  $\Delta x$ ,  $\Delta z$  i  $\Delta t$ , te  $\Delta x'$ ,  $\Delta z'$  i  $\Delta t'$  koji figuriraju u definicijama mehaničkih pojmove. Prema Einsteinu njih definiraju kruta tijela i istovjetni satovi u dva sustava referencije,  $O x, y, z, t$  i  $O' x', y', z', t'$ .

Neka je ravnalo nepokretno u sustavu  $O' x'y'z't'$  [1]. U njemu ono ima duljinu  $d_0$  jednaku razlici koordinata  $x'$  na dva njegova kraja (1 i 2), ali u *istom trenutku vremena*  $t'$ . To jest  $d_0 = x'_2 - x'_1 = x'_1 + d_0 - x'_1$ . U sustavu  $O x,y,z,t$  duljina istog ravnala (sada  $d$ ) vidi se na isti način, sada kao  $d = x_2 - x_1 = x_1 + d - x_1$ , gdje su  $x_1$  i  $x_2$  također u istom trenutku vremena, ali sada  $t$ , a ne  $t'$ . Zato je veza među svim spomenutim koordinatama, po Lorentzovim transformacijama, slijedeća;

$$x'_1 = \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad x'_2 = x'_1 + d_0 = \frac{x_1 + d - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$x'_1 + d_0 - x'_1 = \frac{x_1 + d - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

to jest

$$d = d_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad \text{ili} \quad \Delta x' = \Delta x \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (3.14)$$

Razlog za  $d < d_0$  je taj, što pojam istovremenosti viđenja točaka početka i kraja ravnala nije isti za dva promatrača. Onaj za kojega je ravnalo pokretno vidi jednu točku ranije od druge, pa mu je ravnalo kraće.

Ispitajmo sada i kako dva promatrača vide trajanje jednog te istog procesa istog sata ( $\Delta t_0$  i  $\Delta t$ ); ( $\Delta t_0$  za onoga iz  $O' x',y',z',t'$  za kojega sat miruje u točki  $x'_0$ , i  $\Delta t$  za onoga za kojega se sat giba brzinom  $v$  ( $O x,y,z,t$ ). Opet prema Lorentzovim transformacijama vrijedi

$$t = \frac{t' + \frac{vx'_0}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{odakle} \quad t_2 - t_1 = \frac{t'_2 - t'_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

to jest

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (3.15)$$

Dakle  $\Delta t > \Delta t'$  jer je svaka sekunda u  $O x,y,z,t$  kraća nego u  $O' x',y',z',t'$ , pa je za isti viđeni događaj vrijeme proteklo u  $O x,y,z,t$  veće (analogno kao što je i isto ravnalo bilo kraće). Ili – sat u  $O' \dots$  radi za onoga u  $O \dots$  sporije.

Tek sada se, s (3.13), (3.14) i (3.15), možemo vratiti na razradu fla (3.12). Imamo redom:

$$p_z = m_0 \Delta z / \Delta t$$

$$p'_z = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \frac{\Delta z'}{\Delta t'} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \frac{\Delta z}{\Delta t} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = p_z$$

Prema (3.12) je dakle

$$F'_z = \frac{\Delta p'_z}{\Delta t'} = \frac{\Delta p_z}{\Delta t / \sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{\Delta p_z}{\Delta t} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = F_z \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

to jest

$$F'_z = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (3.16)$$

Množenjem brojnika i nazivnika s  $\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}$  (3.16) se raspada na dva člana:

$$F'_z = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} - \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{v^2}{c^2}\right) \quad (3.17)$$

Prvi član ovdje je „električna komponenta“ poprečne sile ( $= qE$ ), a drugi je „magnetna komponenta“. Za slučaj da se naboji gibaju u vodiču električne sile

su kompenzirane i ostaje samo magnetna komponenta. Zato se dvije paralelne žice sa strujama u istom smjeru međusobno privlače.

## Odnos mehanike i elektrodinamike

Sve gore rečeno tiče se ustvari odnosa mehanike i elektrostatike. Ali kada bi to bilo i sve što se tiče odnosa elektrodinamike i mehanike, elektrodinamika bi bila većim dijelom samo dio mehanike, vezan za jednu vrstu sile među tijelima – Coulonovu elektrostatičku силу и njene različite vidove, zavisne od ovog ili onog inercijalnog stajališta. Gledajući u cjelini ukupna slika je složenija, ali nema nikakve sumnje da elektrodinamika ima s mehanikom zajedničko nešto vrlo bitno. To su zajednički (inercijalni) sustav referencije promatrača, Galileievo načelo relativnosti i drugi Newtonov zakon.

Glavni doprinos elektrodinamike znanstvenoj slici svijeta nije unutar mehanike, nego je komplementaran mehanici: to je otkriće i istraživanje novog oblika materije – elektromagnetskog polja i - zahvaljujući tomu otkriću - buran razvoj elektrodinamike. On se odigrao najvećim dijelom baš kroz brzi razvitak elektrotehnike, telekomunikacija i računarstva. No, o bitnoj vezi s mehanikom najviše govori zajednički sustav referencije. O tome svjedoči i nekoliko zajedničkih osnovnih pojmova i općih zakona, kao i postojeće analogije između mehanike i elektrodinamike. One se osnivaju na analognim pojmovima inercije u brzini promjene energije i količine gibanja u dva vida postojanja materije prisutna u elektrodinamici – tjelesnom (ili supstancijalnom) i u obliku elektromagnetskog polja.

## 4. Jednadžbe elektrodinamike za sustave u gibanju

Dragan Poljak

Maxwellove jednadžbe klasične elektrodinamike omogućile su pomak paradigmе od koncepta djelovanja na daljinu (*lat. actio-in-distans*) na koncept fizičkog polja. Maxwellove jednadžbe doživljavaju značajnije modifikacije u dva navrata [10], prvi put kad su Heaviside i Hertz reducirali 20 skalarnih jednadžbi na 4 vektorske jednadžbe te razvojem mikroskopske, nerelativističke elektrodinamike u okviru koje se uključuje djelovanje sile na nabijenu česticu u elektromagnetskom polju.

Zakoni klasične elektrodinamike kojima se opisuje ponašanje makroskopskih elektromagnetskih polja izraženi su skupom od četiri prostorno-vremenski ovisne parcijalne diferencijalne jednadžbe koje se danas nazivaju *Maxwellovim jednadžbama*, iako su ih na temelju Maxwellove teorije koja je sadržavala 20 skalarnih jednadžbi neovisno postavili Oliver Heaviside i Heinrich Hertz.

Uz diferencijalni postoji također i integralni oblik ovih jednadžbi. Mada se diferencijalni oblik *Maxwellovih jednadžbi* najčešće koristi kod većine metoda za rješavanje elektromagnetskih problema, integralni oblik ovih jednadžbi povjesno se može povezati s jednostavnijim i intuitivnjim poimanjem osnovnih fizikalnih zakona elektromagnetizma.

### 4.1 Povijesni razvoj klasičnog elektromagnetizma

Razvoj znanosti o elektricitetu započinje s Benjaminom Franklinom koji je 1747. godine dao osnovne ideje o korpuskularnoj teoriji elektriciteta te uveo pojmove pozitivnog i negativnog naboja koji se uvijek pojavljuju istodobno u istim količinama. Franklin je također uveo i princip sačuvanja električnog naboja.

Matematička analiza elektromagnetskih pojava započinje sredinom osamdesetih godina 18. stoljeća radom Charlesa-Augustina Coulomba koji daje izraz za električnu silu između naboja. Coulomb je smatrao kako su elektricitet i magnetizam dva odvojena fenomena što je vrlo vjerojatno usporilo istraživanje poveznica među ovim pojavama u nadolazećim desetljećima.

U devetnaestom stoljeću općenito se istraživanja u elektromagnetizmu razdvajaju u dva pravca; kontinentalni i britanski elektromagnetizam. Prvi, kontinentalni elektromagnetizam, ipak dijelom počiva na britanskim korijenima, odnosno Newtonovom konceptu djelovanja na daljinu te dostignuća francuskih i

njemačkih znanstvenika onog vremena, dok se britanski elektromagnetizam, zasniva na Faradayevom konceptu fizičkog polja. Kontinentalni je elektromagnetizam svoj vrhunac doživio u Weberovom zakonu sile u okviru kojeg su ujedinjeni Coulombov, Ampereov i Faradayev zakon. Britanski elektromagnetizam u vidu Faradayevih ideja, Maxwellove teorije i Hertzove eksperimentalne potvrde ove teorije obilježio je završnu fazu razvoja klasične elektromagnetske teorije.

U prvim desetljećima 19. stoljeća Simon-Denis Poisson koji 1812. godine formulira prvu ozbiljnu matematičku teoriju elektrostatike 1812. godine te magnetostatike 1824. godine. Poissonovu teoriju poopćio je britanski samouki matematički genij George Green u radu objavljenom u privatnom aranžmanu 1828. godine, uvodeći današnji pojam Greenove funkcije i Greenov teorem.

Poveznicu između elektriciteta i magnetizma prvi eksperimentalno postavlja danski fizičar Hans-Christian Oersted godine 1820., a iste godine Andre-Marie Ampere formulira svoj zakon sile i definira elektrodinamiku kao znanost o silama koje nastaju uslijed naboja u gibanju. Georg Simon Ohm 1827. godine razmatra električnu struju po analogiji na tok topline, po uzoru na Fouriera koji je proučavao širenje topline u vodljivom mediju.

Britanska struja elektromagnetizma započinje Faradayevim otkrićem elektromagnetske indukcije 1831. godine, ali i uvođenjem pojma fizičkog polja, značajno nadahnutog prirodnom filozofijom Ruđera Boškovića. Faradayev eksperimentalni zakon elektromagnetske indukcije matematički je uobličio njemački fizičar Franz Ernst Neumann pomoću matematičke veličine koju je nazvao vektorski potencijal. Zakon samoindukcije otkrio je američki fizičar Josepha Henry 1832. godine.

Wilhelm Eduard Weber šezdesetih godina 19. stoljeća unificira Coulombov, Ampereov i Faradayev zakon u (Weberov) jedinstveni zakon sile koji predstavlja varijantu Coulombovog zakona poopćenog na naboje u gibanju. Iz Weberovog zakona sile mogao se izvesti Ampereov i Faradayev zakon, ali u svojoj formi Weberov zakon nije sadržavao zakon sačuvanja energije. Neke korekcije, poput kašnjenja uslijed konačne brzine djelovanja Weberove sile, Weberov-og zakona uveli su, uz samog Webera 1858. godine, Bernhard Riemann i 1867. godine Ludwig Lorenz. Iako je Weberov zakon predstavljao vrhunac kontinentalnog elektromagnetizma. u međuvremenu, 1864.-65. već je bila

objavljena Maxwellova teorija, zasnovana na Faradeyevom konceptu polja pa je povjesno koncept djelovanja na daljinu napušten i prihvaćen je koncept polja.

James Clerk Maxwell razmatra analogiju elektriciteta s hidromehanikom, a kasnije pokušava konstruirati mehanički model predočavanja elektromagnetskih pojava. Sredinom šezdesetih godina devetnaestog stoljeća Maxwell, iz čisto matematičkih posljedica vlastite teorije, anticipira egzistenciju elektromagnetskih valova te ostvaruje veliko ujedinjenje u klasičnoj fizici povezujući elektricitet, magnetizam i svjetlost. Maxwell zaključuje da je svjetlost elektromagnetski val u vidljivom dijelu spektra. U izvornoj formi Maxwellova teorija sadržavala je dvadeset skalarnih jednadžbi koje je Oliver Heaviside godine 1886. reducirao na četiri vektorske jednadžbe koje sadrže samo polja i gustoće njihovih izvora.

U tom smislu zakoni klasične elektrodinamike, kojima se opisuje ponašanje makroskopskih elektromagnetskih polja izraženi su skupom od četiri prostorno-vremenski ovisne parcijalne diferencijalne jednadžbe koje se danas nazivaju *Maxwellovim jednadžbama*,

Ovisno o tome miruje li promatrani elektromagnetski sustav, ili se pak relativno giba u odnosu na dani referentni koordinatni sustav u Maxwellovim jednadžbama se razmatra parcijalna ili totalna promjena po vremenu. Ukoliko se razmatra totalna promjena po vremenu, onda se skup Maxwellovih jednadžbi za mirujuće sustave može dobiti kao specijalni slučaj skupa jednadžbi za pokretne sredine ukoliko je brzina gibanja jednak nuli.

Vrijedi također istaknuti da je Heaviside favorizorao potencijale, kao veličine, u odnosu na polja.

Krajem osamdesetih godina 19. stoljeća, čitavo desetljeće nakon Maxwellove smrti briljantni njemački Heinrich Rudolf Hertz eksperimentalno dokazuje postojanje elektromagnetskih valova služeći se oscilatorom i rezonatorom.

Između Maxwellovih jednadžbi u kojima se pojavljuju veličine fizike kontinuma u vidu polja te volumnih gustoća njihovih izvora izraženih preko gustoća naboja i struja te Einsteinove relativističke elektrodinamike nastupa Lorentzova elektrodinamika nabijene čestice koja tako povezuje svijet mikroskopskih efekata s makroskopskim pristupom u fizici i koja opisuje način na koji pojavnosti čestica i polja međusobno uvjetuju jedno drugo. Osnovni zakoni teorije kojom se opisuju interakcije između nabijene čestice i polja su četiri *Maxwellove jednadžbe* i jednadžba za *Lorentzovu silu*:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (4.1)$$

Sustav od četiri Maxwellove jednadžbe proširen s Lorentzovom silom u dijelu literature naziva se skupom *Maxwell-Lorentzovih jednadžbi*.

## 4.2 Klasični elektromagnetizam sa stanovišta filozofije znanosti

Maxwell je, kao Newton prije, i Einstein poslije njega, uveo je nov način gledanja na pojave u fizici, otvarajući potpuno nove konceptualne horizonte, ali i modificirajući građu već prihvaćenih teorija i fizikalne (metafizikalne) koncepcije, tako mijenjajući, naime, ono što je Thomas Samuel Kuhn, jedan od vodećih filozofa znanosti 20. stoljeća nazivao paradigmama i uvodeći revolucionarnu znanost, odnosno prekidajući period normalne znanosti [11].

U skladu s revolucionarnim karakterom Maxwellovog djela konstitutivni elementi današnje predodžbe vizije fizikalnog svijeta, koji se sastoji od čestica čije se međudjelovanje odvija preko polja, svoju konceptualnu podlogu temelje na Maxwell-ovojoj kinetičkoj teoriji plinova i njegovojoj teoriji elektromagnetskog polja.

Razvoj obiju teorija nije bio motiviran eksperimentalnim rezultatima koji se nisu uklapale u postojeću paradigmatsku shemu (Kuhn), kao što je to primjerice slučaj s teorijom relativnosti i kvantnom mehanikom. Naprotiv, u slučaju elektromagnetizma sve činjenice poznate u Maxwellovo vrijeme bile su zadovoljavajuće interpretirane unutar Newtonove paradigmme i inkorporirane u teorijski okvir zadovoljavajuće prediktivne moći koja se intenzivno upotrebljavala i kontinuirano razvijala sve do Hertzovog eksperimentalnog dokaza egzistencije elektromagnetskih valova, tj. konačne potvrde Maxwellove teorije.

Temeljna motivacija u pozadini Maxwellovih istraživanja bila je filozofske prirode, odnosno posljedica njegove predanosti alternativnom pogledu na svijet, koji je uveo Michael Faraday proučavanjem elektromagnetske indukcije i polarizacije, u odnosu na postojeći dominantni teorijski okvir djelovanja na daljinu, a upravo apstraktni matematički koncepti naveli su Maxwella anticipiranje fizičkih entiteta.

Elektromagnetski val, u matematičkom smislu, implicitno je sadržan u Maxwellovim jednadžbama. Drugim riječima, ako su Maxwellove jednadžbe ispravne onda moraju postojati elektromagnetski valovi.

Svjetlost, odnosno elektromagnetski val vidljiv ljudskom oku, razlikuje se od valova koji se propagiraju na vodi ili se primjerice stvaraju prilikom ljudskog govora u vidu kompresije zraka. (Takvi valovi propagiraju se u nekom materijalnom mediju). Val, općenito, predstavlja poremećaj koji prenosi energiju kroz prostor, a za propagaciju svjetlosti nije potreban materijalni medij pošto se svjetlost širi i u slobodnom prostoru u vidu titraja električnih i magnetskih polja. Električni naboј, dakle, stvara oko sebe polje pa drugi naboјi u blizini osjećaju prisutnost ovog polja.

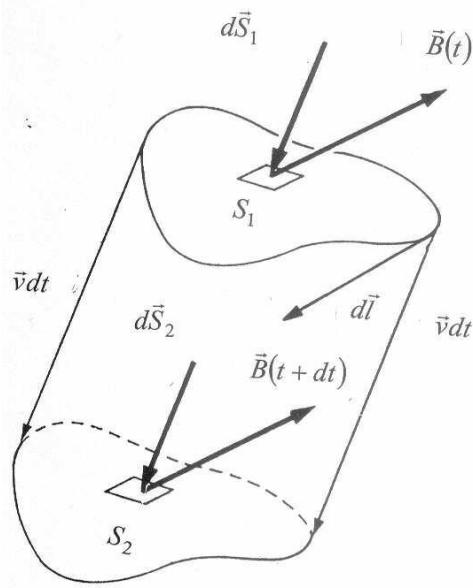
Polje, dakle, predstavlja prostornu manifestaciju svog izvora pa tako, primjerice, zagrijani objekt stvara oko sebe temperaturno polje, a titranje naboјa u prostoru stvara magnetsko polje. Naravno, u skladu s otkrićem Michael Faraday-a vrijedi i obrnuto, odnosno vremenski promjenjiva magnetska polja stvaraju električno polje.

Tako je Maxwellov koncept matematički apstraktnog pojma polja proširio gledišta u fizici te omogućio ključni iskorak izvan okvira Newtonove mehanike i tako pripremio scenu za nadolazeću Einsteinovu specijalnu teoriju relativnosti i fiziku 20. stoljeća.

### 4.3 Maxwellove jednadžbe

Dok se u većini udžbenika klasične elektrodinamike daje skup Maxwellovih jednadžbi za nepokretne sredine i mirujućeg (inercijalnog) promatrača, u nastavku se daje prikaz Maxwellovih jednadžbi za sustave koji se gibaju nerelativističkom brzinom u odnosu na mirujućeg promatrača.

Kod sustava koji se giba u odnosu na mirujućeg promatrača nerelativističkim brzinama, slika 4.1, za razliku od Maxwellovih jednadžbi za mirujuće sredine, kod prve dvije (rotorske) Maxwellove jednadžbe nužno je razmatrati totalnu promjenu po vremenu.



Sl. 4.1. Geometrija pokretne sredine [12]

Tako prva Maxwellova jednadžba mora sadržavati totalnu promjenu magnetska toka po vremenu:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt} \quad (4.2)$$

Ukupna vremenska promjena toka po površini, kada se površina, po kojoj se tok računa, giba brzinom  $\vec{v}$ , slika 4.1. može se pisati u obliku:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad (4.3)$$

gdje se vremenska promjena magnetskog toka u pravokutnom koordinatnom sustavu može pisati

$$\frac{d\vec{B}}{dt} = \frac{\partial \vec{B}}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial z} \frac{dz}{dt} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (4.4)$$

Izraz (4.3) u skraćenoj formi je

$$\frac{d\vec{B}}{dt} = (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{B} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (4.5)$$

A pošto za prvi član s desne strane (4.5) vrijedi

$$(\vec{v} \cdot \nabla) \cdot \vec{B} = -\nabla \times (\vec{v} \times \vec{B}) \quad (4.6)$$

Proizlazi

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \nabla \times (\vec{v} \times \vec{B}) \quad (4.7)$$

pa prva Maxwellova jednadžba poprima oblik

$$\nabla \times (\vec{E} - \vec{v} \times \vec{B}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (4.8)$$

i predstavlja diferencijalni oblik Faradayevog zakona za pokretne sredine. Integralni oblik Faradayevog zakona za pokretnu sredinu dobiva se integracijom jednadžbe (4.8) po površini

$$\int_S \nabla \times \vec{E} \cdot d\vec{S} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} + \int_S \nabla \times (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{S} \quad (4.9)$$

a primjenom Stokesovog teorema slijedi

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} + \oint_C (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{s} \quad (4.10)$$

što uz definiciju magnetskog toka

$$\phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad (4.11)$$

konačno daje

$$e = -\frac{\partial \phi}{\partial t} + \oint_C (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{s} \quad (4.12)$$

pri čemu oba člana na desnoj strani (4.12) predstavljaju poznate izraze za inducirani napon  $e$ . Vrijedi napomenuti da drugi član s desne strane (4.12) postoji samo u slučaju relativnog gibanja sustava u odnosu na mirujućeg promatrača. Faradayev zakon za sustave u gibanju dade se dobiti i na alternativan način tako da se razmatra totalna promjena magnetskog toka po vremenu

$$e = -\frac{d\phi}{dt} \quad (4.13)$$

Tada vrijedi

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{\partial\phi}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial\phi}{\partial y}\frac{dy}{dt} + \frac{\partial\phi}{\partial z}\frac{dz}{dt} + \frac{\partial\phi}{\partial t} \quad (4.14)$$

odnosno, može se pisati

$$e = -\vec{v} \cdot \nabla \phi - \frac{\partial\phi}{\partial t} \quad (4.15)$$

Sličnim postupkom dobiva se i druga Maxwellova jednadžba za pokretne sredine koja mora sadržavati totalnu vremensku promjenu gustoće električnog toka

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{d\vec{D}}{dt} \quad (4.16)$$

pri čemu je totalna promjena vektora  $\vec{D}$  u pravokutnom koordinatnom sustavu

$$\frac{d\vec{D}}{dt} = \frac{\partial\vec{D}}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial y}\frac{dy}{dt} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial z}\frac{dz}{dt} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \quad (4.17)$$

Odnosno:

$$\frac{d\vec{D}}{dt} = (\vec{v} \cdot \nabla) \cdot \vec{D} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \quad (4.18)$$

Kako se prvi član na desnoj strani izraza (4.17) može pisati na način

$$(\vec{v} \cdot \nabla) \cdot \vec{D} = -\nabla \times (\vec{v} \times \vec{D}) + \rho\vec{v} \quad (4.19)$$

slijedi

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} - \nabla \times (\vec{v} \times \vec{D}) + \rho\vec{v} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \quad (4.20)$$

Druga Maxwellova jednadžba za pokretne sredine može se pisati u obliku:

$$\nabla \times (\vec{H} + \vec{v} \times \vec{D}) = \vec{J} + \rho\vec{v} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \quad (4.21)$$

Jednadžba (4.21) sadrži uz gustoće konduktivnih i pomačnih struja i članove za struju konvekcije  $\rho\vec{v}$  uslijed gibanja volumne gustoće naboja i član uslijed gibanja polariziranog medija  $\vec{v} \times \vec{D}$ .

Integralni oblik druge Maxwellove jednadžbe za pokretni polarizirani medij dobiva se integriranjem jednadžbe (4.21)

$$\int_S \nabla \times (\vec{H} + \vec{v} \times \vec{D}) \cdot d\vec{S} = - \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} + \int_S \rho \vec{v} \cdot d\vec{S} + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad (4.22)$$

A uz primjenu Stokesovog teorema na jednadžbu (4.22) slijedi

$$\oint_c \vec{H} \cdot d\vec{s} = - \oint_c (\vec{v} \times \vec{D}) \cdot d\vec{s} + \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} + \int_S \rho \vec{v} \cdot d\vec{S} + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad (4.23)$$

Članovi na desnoj strani jednadžbe (4.23) predstavljaju ukupnu struju koja je onda izvor magnetskog polja a sastoji se od vodljivih struja, konvekcijskih struja i struja generiranih uslijed vremenske promjene polarizacije, te gibanja polariziranog medija.

Posljednje dvije Maxwellove jednadžbe, koje sadrže operator divergencije, govore o postojanju/nepostojanju električnih/magnetskih monopola i istog su oblika za sustave u mirovanju, odnosno u gibanju.

*Tako treća Maxwellova jednadžba* ukazuje na postojanje električnih monopola, odnosno vrijedi

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (4.24)$$

tj. volumne gustoće naboja  $\rho$  predstavljaju monopolne izvore električnog polja. Integrirajući (4.21) po nekom volumenu  $V$

$$\int_V \nabla \cdot \vec{D} dV = \int_V \rho dV \quad (4.25)$$

a, uz primjenu Gaussovog teorema o divergenciji slijedi integralni oblik treće Maxwell-ove jednadžbe

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q \quad (4.26)$$

gdje  $Q$  označava totalni električni naboј sadržan unutar volumena  $V$ , tj.

$$Q = \int_V \rho dV \quad (4.27)$$

Jednadžba (4.26) predstavlja Gaussov zakon za električno polje koji kaže da je tok vektora  $\vec{D}$  brojčano jednak izvorima unutar promatranog volumena, odnosno obuhvaćenom električnom naboju unutar tog volumena.

Konačno, četvrta Maxwell-ova jednadžba isključuje postojanje magnetskih monopola, odnosno, oblika je

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (4.28)$$

odnosno magnetsko polje uvijek je solenoidalno, odnosno bezizvorno u smislu monopolnih izvora. Integralni oblik Gaussovog zakona magnetsko polje dobiva se integriranjem jednadžbe (4.28) po volumenu

$$\int_V \nabla \cdot \vec{B} dV = 0 \quad (4.29)$$

i primjenom Gaussovog teorema o divergenciji slijedi

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (4.30)$$

Jednadžba (4.30) ukazuje da je tok magnetskog polja  $\vec{B}$  kroz bilo koju zatvorenu površinu  $S$  uvijek jednak nuli, odnosno silnice magnetskog polja su zatvorene same u sebe.

#### 4. 4 Jednadžba kontinuiteta za pokretne sredine

Za slučaj pokretne sredine jednadžba kontinuiteta mora sadržavati totalnu promjenu po vremenu gustoće naboja  $\rho$ , odnosno slijedi:

$$\nabla \cdot \vec{J} + \frac{d\rho}{dt} = 0 \quad (4.31)$$

gdje je vremenska promjena gustoće naboja  $\rho$  u pravokutnim koordinatama oblika:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial \rho}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial \rho}{\partial z} \frac{dz}{dt} + \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (4.32)$$

Relacija (4.10) može se skraćeno pisati na način:

$$\frac{d\rho}{dt} = \vec{v} \cdot \nabla \rho + \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (4.33)$$

Za konstantnu brzinu gibanja pokretnog medija tada slijedi:

$$\vec{v} \cdot \nabla \rho = \nabla(\rho \vec{v}) \quad (4.34)$$

i jednadžba kontinuiteta je oblika:

$$\nabla \cdot (\vec{J} + \rho \vec{v}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (4.35)$$

gdje je član pod operatorom divergencije argumenta  $\rho \vec{v}$  član koji se dodaje konduktivnoj struji, a preko kojeg se uzima u obzir relativno gibanje slobodnog naboja. Pri tome je  $v$  brzina gibanja naboja. Jednadžba (4.35) se redovito koristi uzima u obzir u analizi elektroničkih elemenata.

## 5. Einstein i problem nedostatka uzročnosti

Neven Ninić, Ivan Tolj

S pitanjem što je inercijalni sustav referencije Einstein se suočio već prilikom preispitivanja samih pojmova prostora i vremena definiranih u Newtonovoj mehanici [7],[13]. Na to preispitivanje potakli su ga rezultati Michelson – Morleyevih eksperimenata iz 1887. Njihov je eksperimentalni uređaj bio sastavljen od izvora svjetlosti, od nekoliko polupropusnih ogledala i od mjesta promatranja stanja interferencije, na koje su različitim putovima stizala dva koherentna dijela svjetla iz istog izvora. Zaokretanjem cijelog uređaja u prostoru nije se mogla detektirati nikakva promjena u interferencijskoj slici. To je značilo da eter – hipotetski nositelj svjetlosti kao transverzalnog vala – ne postoji. Također da je brzina svjetlosti u vakuumu uvijek ista i jednaka onoj u sustavu referencije vezanom za izvor svjetlosti ( $c$ ). Trebalo je naprsto prihvatići kao činjenicu da je brzina EM zračenja u vakuumu unutar svakog inercijalnog sustava referencije ista i jednaka konstanti  $c$ . Ovo svojstvo bit će i osnova za definiranje jedinstvenog tijeka vremena unutar svakog inercijalnog sustava referencije (vidi u nastavku). Također će biti i osnova za izražavanje i mjerjenje trenutnog položaja i vremena promatranog tijela iz dvaju različitih inercijalnih sustava referencije – vlastitog „nepokretnog“ i onog drugog.

Da bi ove nove činjenice spojio sa sigurnim dijelom već poznatog u fizici, Einstein je morao pristupiti preispitivanju samih osnovnih pojmova mehanike (i elektrodinamike), pojmova prostora i vremena. Sam trodimenzionalni prostor on je u svojoj specijalnoj teoriji relativnosti povezao s materijalnim svijetom fizike definirajući u njemu točku preko referentnog tijela, tako što ju je vezao sa slaganjem zamišljenih kvazikrutihs materijalnih kockica od referentnog tijela do te točke. Pojam vremena također: njega je povezao s trajanjem nekog fizičkog periodičnog procesa [14], koji bi se odvijao u stalnim okolnostima [5]. Tako su rastojanja materijalno mogla biti predstavljena **ravnalom**, a protekla vremena s pokazivanjem **satova**. U odnosu na Newtonov apsolutno nepokretni prostor i apsolutno vrijeme ovo je bilo materijalno „prizemljenje“ tih pojmova. Tek nakon toga mogao ih je Einstein ciljano prilagoditi zahtjevima opisanog eksperimentalnog iskustva s kraja XIX. stoljeća i to ugraditi u novu mehaniku, mehaniku „specijalne teorije relativnosti“.

Kao što je već rečeno u trećem radu o vezi mehanike i elektrodinamike, Einstein je od Newtonove mehanike zadržao (prošireno) Galileievo „načelo relativnosti“ (1) i Galileiev „zakon inercije“ (2) kao prvi od zakona mehanike „materijalne točke“, s tim da ti zakoni vrijede u „inercijalnom sustavu referencije“. A ciljana prilagodba novome bila je u tome, da je viđenje mesta, vremena, pa i brzine nekog objekta od strane dvaju različitih inercijalnih promatrača bilo drugačije od klasičnog, tj. drugačije od onog koje se podrazumijeva u Galileievim transformacijama. Einstein je te transformacije promijenio tako, da u skladu s rezultatima Michelson - Morleyevih eksperimenata brzinu paketa elektromagnetnih valova u vakuumu oba promatrača vide jednakom univerzalnoj konstanti  $c$  (3).

### **Prepravka Galileieivih transformacija i Newtonove mehanike**

Newtonovi zakoni mehanike, do pred kraj XIX. stoljeća neograničeno korišteni u nebeskoj mehanici i u svim dotadašnjim tehničkim primjenama, formulirani su u odnosu na „apsolutno nepokretni prostor“ i na „apsolutno vrijeme“ kao na referentne fizičke (ili bolje rečeno: van-fizičke) entitete. Gibanje jednog fizičkog objekta – „paketa“ elektromagnetnih valova (bljeska svjetlosti) – u takvom prostoru i vremenu bilo je po rezultatima spomenutih eksperimenata neobjašnjivo, pa bilo da su taj paket valovi u nekom apsolutno nepokretnom mediju, bilo da nisu, nego da su materijalni objekti koji se gibaju poput čestica. Po Einsteinu, ovo se moglo objasniti samo radikalnom promjenom dotadašnjeg shvaćanja odnosa prostora i vremena, utjelovljenog u pravilu slaganja brzina prema Galileievim transformacijama. A u njima su zastupljena naša čvrsto ukorijenjena shvaćanja o tome, u kakvom su odnosu prostorni pomaci i proteklo vrijeme za promatrače iz dvaju različitih inercijalnih sustava referencije. Nezavisno od tih novina, Einstein je zadržao i proširio na sve fizičke procese Galileievo načelo relativnosti, s tim da za slobodnu materijalnu točku u inercijalnom sustavu referencije vrijedi linearni zakon gibanja. Linearan u jednom takvom sustavu referencije ostaje linearan i u drugom. Ovo svojstvo, vezano za „zakon inercije“, imaju Galileieve transformacije, a Einstein ga želi sačuvati i u novim transformacijama. One su zato morale također biti linearne, ali općenitije od Galileieivih. Einstein u nove linearne transformacije ugrađuje kao novinu i to, da se objekt koji se giba brzinom svjetlosti u vakuumu („paket“ elektromagnetskog zračenja) giba istom brzinom  $c$ , viđenom jednakom iz svakog inercijalnog sustava referencije. Da bi to sproveo Einstein je morao relativizirati i pojam vremena, a ne smatrati ga apsolutnim, istim u svim inercijalnim sustavima referencije.

Sve u svemu, nove transformacije između koordinata dvaju proizvoljnih različitih inercijalnih sustava referencije  $O\ xyz$  i  $O'\ x'y'z't'$  ostaju linearne, ali za razliku od Galileieivih one su općenitije i zadovoljavaju posebne uvjete vezane za  $c = \text{const}$  i za  $t \neq t'$  (vidjeti u trećem radu). Pri tome je trebalo i definirati  $t$  i  $t'$ , izražene preko satova koji predstavljaju vremena u dva različita sustava referencije (ti satovi su unutar svakog od njih lokalni, nepokretni i međusobno sinkronizirani). Na tome, što je Einstein mislio pod  $t$  i  $t'$  ( $\neq t$ ) zadržat ćemo se još u

devetom radu. Krajnji je rezultat, izведен u trećem radu, da su takve (Lorentzove) transformacije slijedeće:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

odnosno

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad y = y', \quad z = z', \quad t = \frac{t' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

U njima je  $v$  brzina između dvaju sustava u smjeru osi  $x$ , a uzeto je - bez umanjenja općenitosti - i da su im se ishodišta u početnim trenutcima poklapala. Kao što je gore rečeno, ovdje prostor i vrijeme nisu nikakvi van-materijalni fizički entiteti. Prostorne točke definirane su preko zamišljenih ekstenzija materijalnih tijela (**ravnala**), a vrijeme preko trajanja periodičnih fizičkih procesa (karakterističnih perioda nekog fizičkog procesa u **satu**)<sup>\*</sup>.

Ako je duljina ravnala mirujućeg u sustavu  $Oxyz$  jednaka  $l_0$ , za istog je promatrača isto ravnalo u sustavu  $O'x'y'z't'$  duljine  $l$  ( $l < l_0$ )<sup>\*\*</sup>. Ako je trajanje perioda nekog procesa u sustavu  $Oxyz$   $K_\tau$ , za istog promatrača je trajanje istog procesa u  $O'x'y'z't'$   $K_{\tau'}$  uz  $K_{\tau'} > K_\tau$ . To pak znači da je za isti događaj  $\Delta\tau > \Delta\tau'$ . Ako je brzina svjetlosti u inercijalnom sustavu  $Oxyz$  jednaka  $c = l_0/\Delta\tau$ , isti će promatrač vidjeti da je i u sustavu  $O'x'y'z't'$   $l/\Delta\tau' = c$ . Izravno povezan s Lorentzovim transformacijama je i novi zakon slaganja brzina, po kojemu ni jedna brzina tijela ili materijalnog objekta (viđena iz bilo kog inercijalnog sustava referencije) ne može prijeći brzinu svjetlosti u vakuumu  $c$ . Zbog te granice u Newtonovu „drugom zakonu“ u originalnom Newtonovom zapisu

$$\vec{F} = \Delta(m\vec{v})/\Delta t \quad (5.1)$$

treba ugraditi rast mase s brzinom, tj, sve veći otpor ubrzaju. Također treba računati s različitim viđenjem promjena količine gibanja s vremenom, a time i s različitim viđenjem sila iz različitih inercijalnih sustava referencije. Ta izmjena je također već demonstrirana u izlaganju o vezi mehanike i elektrostatike.

Ono što nas ovdje najviše zanima i na što se vraćamo jest temeljno pitanje koje nije bilo riješeno ni u Newtonovoj mehanici, a ostalo je otvoreno i ovdje, u mehanici specijalne teorije relativnosti. Naime, ako se više ne računa na

<sup>\*</sup> Točnije, s nepovrativim procesima koji neizbjježivo prate spomenute periodične mehaničke procese [5]

<sup>\*\*</sup> Jer za njega duljina predmeta u drugom sustavu referencije nije nikakva invarijanta, nego je rezultat njegovog svojevrsnog fizičkog kontakta s tim predmetom; a „kontakt“ se opisuje primopredajom elektromagnetskih valova u vakuumu (formalan izvod je dan u 3. radu).

Newtonov absolutno nepokretni prostor i absolutno vrijeme, onda **koje tijelo** (u odnosu na koje se trebaju vršiti sva mjerena) definira inercijalni sustav referencije?

Držeći se čvrsto toga da je sadržaj „zakona inercije“ zakon [8],[15], ideja koju je Einstein najprije razmatrao je ta, da inercijalni sustav referencije definira svako tijelo koje je dovoljno udaljeno od svih drugih tijela i koje ne rotira. U biti, takav isti sustav referencije kao inercijalni predlaže i L.D. Landau (u prvom izdanju [3]), pa ćemo se u nastavku zadržati na tome prijedlogu.

### 5.1 Landauov prijedlog izravnog definiranja referentnog tijela

Landau - kao i prije njega Galilei, Newton i Einstein - izravno bira tijelo u odnosu na koje bi se mogla izvršiti sva promatranja, mjerena i - na kraju - formuliranje univerzalnih ili općih zakona. Izravnim izborom on nastoji ponuditi opipljivu zamjenu za Newtonov absolutno mirujući prostor i tako izbjegći problem praktične neupotrebljivosti toga i inače spekulativnog fizičkog entiteta. Landauova je polazna ideja mogla biti ta, da referentno tijelo mora na neki način biti „izvan“ svijeta gibanja svih ostalih materijalnih tijela, kako bi se zakoni toga gibanja mogli vidjeti „objektivno“ i na neki način „sa strane“. U tom bi pogledu „slobodno tijelo“ koje Landau predlaže u [3] trebalo zamijeniti Newtonov absolutno nepokretni prostor, s time da je bar približno postojeće i za mjerena upotrebljivo.

Kod definicije takvog tijela polazi se od čestica dovoljno udaljenih od svih drugih tijela i jednih od drugih. S četiri takve slobodne čestice, koje se gibaju tako da su međusobno jednakom udaljene, može se u prostoru formirati inercijalni sustav referencije. To jest takvo kvazikruto tijelo kojega se sve materijalne točke gibaju konstantnom brzinom i translatorno, S takvog tijela kao referentnog vidjelo bi se gibanje svake slobodne materijalne točke zbilja kao pravocrtno i jednoliko, i tako po Landauu otkriti „zakon inercije“. No sa spomenutom slobodnom točkom i s još tri takve moglo bi se formirati drugo tijelo koje se giba jednoliko translatorno kao i ono prvo. Međutim, time je i spomenuta točka dio ustvari istog referentnog tijela od koga se i pošlo, jer su oba potpuno ekvivalentna.

Ali može li se otkriti zakon prirode promatrajući samo vlastito stajalište\*, a ne *bilo koje drugo tijelo*? Iako je zdravorazumski sumnjivo, prepostavimo zasad da je takvo rasuđivanje ispravno. Istražujući druge zakone mehanike iz istog stajališta otkriva se i „drugi Newtonov zakon“. No, po njemu, ako nema sile nema ni ubrzanja. a to onda znači da prethodno otkriveni „zakon inercije“ nije nezavisan od drugog Newtonova zakona. A to je sprotno od polaznog Landauova stava da je „zakon inercije“ poseban zakon prirode.

---

\* Jer su sva inercijalna stajališta međusobno ekvivalentna.

Za razliku od ovog Landauovog spornog hipotetskog postupanja, Galileiev postupak u njegovom laboratoriju u Padovi nije trebao stvarno ionako nepostojeće slobodno tijelo kao referentno, pa je – u odnosu na Landauov zamišljeni način – onaj Galileiev način superioran. No detaljnija analiza Galileieva postupka i rasuđivanja dana je, kao što je već najavljeno, tek u šestom radu.

## 5.2. Pitanje na koje nije dan zadovoljavajući odgovor

U vezi s pitanjem „Što je inercijalni sustav referencije?“ Einsteina nije smetalo samo to što konkretno jest referentno tijelo, o čemu je i malo prije bila riječ, nego i ono drugo, kritički-zdravorazumsko pitanje, navedeno i istaknuto već u drugom radu Zbornika: po čemu bi bilo koje tijelo, koje bismo izabrali za inercijalni sustav referencije, bilo toliko različito i fizički privilegirano u odnosu na ma koje drugo tijelo, koje nije inercijalno? Einstein ne vidi nikakvu uzročnu osnovu za tako bitnu fizičku razliku među realnim tijelima [7]. Uz to, on vidi kao nedostatak klasične mehanike i specijalne teorije relativnosti i to, što se zakonom inercije daje neki oblik apsolutnosti ubrzanju, koje je isto u svakom inercijalnom sustavu referencije. Einstein ne vidi da bi se bilo kakvoj vrsti gibanja trebao davati apsolutni smisao kakav imaju samo fizički zakoni\*. Zbog ove primjese apsolutnosti i zbog **nepostojanja fizičke osnove** koja bi opravdavala ekskluzivnost bilo kog tijela kao referentnog, Einstein zbilja nije mogao vidjeti čak niti načelnu mogućnost da se u okviru mehanike specijalne teorije relativnosti odgovori na pitanje što je inercijalni sustav referencije.

Međutim, znajući sve ovo Einstein to nije iskoristio tako da sam za sebe „raspiše natječaj“: „Traži se tijelo - kandidat za nositelja sustava referencije u mehanici. A uvjet je da kandidat bude uzročno povezan sa zakonom gibanja, koji će se iz njega moći formulirati.“ Ovakav „raspis natječaja“ bi značio promjenu u dotadašnjem načinu biranja tijela – kandidata. Jer dotadašnji je način bio slobodna prijava raznih, pa i vrlo egzotičnih kandidata, kakav je bio i Newtonov apsolutno nepokretni prostor.

Einstein kao da je bio nečim spriječen da za sebe „raspiše ovakav natječaj“. Umjesto toga nastavio je - ako se tako smije reći - s tradicijom proizvodnje ad hoc ideja za tijela-kandidate. Njegovo slijedeće tijelo-kandidat (u općoj teoriji relativnosti) bilo je, kao i sva prethodno predložena, bez kvalifikacije da zadovoljava onaj uvjet uzročne povezanosti, ali mu kreativne maštovitosti nije

---

\* Prema [5] i prema zadnjem odlomku prvog rada, Einsteinu je tu moglo smetati nerazlučivanje formulacije zakona od zakona samih. Einsteinu ovdje kao da opravdano smeta i sam „zakon inercije“ kao zakon, utoliko ukoliko daje prednost jednoj vrsti gibanja (pravocrtnom jednolikom).

nedostajalo: bilo je to svako tijelo (poseban uvjet više nije potreban!), samo ako je u slobodnom padu u lokalnom gravitacionom polju i ako pritom ne rotira.

### 5.3. Einsteinov smjer nastavka istraživanja u općoj teoriji relativnosti

Einstein se dakle u nastavku nije držao vlastitog uvjeta uzročne povezanosti tijela - kandidata za inercijalni sustav referencije, ali se čvrsto držao toga, da je sadržaj „zakona inercije“ zakon prirode, a ne možda nešto drugo. S takvim polaznim postavkama on i nije mogao doći do otkrića tijela koje bi definiralo sustav referencije u mehanici. I umjesto da raspiše onakav „natječaj“, on je odustao od prave potrage došavši na ideju da i slobodno padajuće stajalište, koje je u odnosu na inercijalno ubrzano, tretira kao inercijalno u jednom širem smislu. U smislu, po kome bi i u tome ubrzanom stajalištu vrijedio isti zakon inercije. Na tu je ideju došao iskoristivši dotad neiskorištenu činjenicu jednakosti inertne i gravitacijske mase.

Objašnjava to na primjeru putnika sa stajalištem u vagonu koji se giba najprije jednoliko [7]. Odjednom započinje naglo kočenje. Ono čini da vagon za tog putnika više nije inercijalni sustav referencije i ne predstavlja stajalište za formulaciju zakona mehanike, **osim** ako promatrač ne prepostavi da je odjednom i na njega i na vagon kao na njegovo materijalno stajalište počelo djelovati homogeno gravitacijsko polje (koje takvo može biti samo lokalno). Einsteina analiza pokazuje da se ta njegova prepostavka o ekvivalentnosti ubrzanja i gravitacijskog polja može potvrditi sa svim fizičkim sredstvima koja promatraču u vagonu stoje na raspolaganju, i to zahvaljujući jednakosti inertne i gravitacijske mase. Naime, za gravitacijsku silu vrijedi

$$\overline{\text{sila}} = \text{gravitacijska masa} * \vec{g}$$

gdje je  $\vec{g}$  vektor napetost gravitacijskog polja kao sila po jedinici gravitacijske mase na koju djeluje. S druge strane općenito vrijedi

$$\overline{\text{ubrzanje}} = \overline{\text{sila}} / \text{inertna masa} = (\text{gravitacijska masa} / \text{inertna masa}) * \vec{g}$$

Eksperiment pokazuje da su ubrzanja svih veličina, vrsta i stanja tijela u gravitacijskom polju jednaka. Time je omjer u zagradi jedinica; jedinica jedne mase može biti i jedinica druge, s jednom masom kao jedinicom može se izraziti druga, pa su te mase kao jedna te ista. Sama je „gravitacijska napetost“ u vagonu  $\vec{g}$  jednaka ubrzajućem  $\vec{a}$  sa suprotnim znakom  $\vec{g} = -\vec{a}$ . Promatrač bi **u vagonu** mogao provjeriti ima li i samo njegovo materijalno stajalište (vagon) težinu, pa

bi našao da ima. Gledajući kroz prozor vidio bi da je sve u skladu s istim „gravitacijskim poljem“: peron i pruga, koji su prije početka kočenja jurili unazad, tijekom kočenja su podvrgnuti istom „gravitacijskom polju“ prema naprijed pa se i usporavaju s istim usporenjem do zaustavljanja. Napomenimo da je ono što bi također video to, da nigdje na vidiku **iz vagona** nema tijela – uzročnika toga golemoga usporenja.

Gore rečeno je samo uvod u razmatranje viđenja zakona mehanike u slobodno padajućem liftu sa stajališta dvaju promatrača: jedan stoji na površini Zemlje i on se može uzeti za stvarno inercijalnog, a drugi je unutar padajuće kabine lifta. Einsteinovo rasudivanje i svi eksperimenti u kabini pokazali bi da se on kao lokalni promatrač, po svemu što može provjeriti **u kabini**, nalazi u inercijalnom sustavu referencije i da može formulirati „zakon inercije“ i sve zakone mehanike. Ti bi zakoni vrijedili unutar kabine, ali – ako je prozor otvoren – i za pogled iz kabine. Međutim, gledajući **iz kabine** vidjela bi se jedna stvar, a to je da se cijela Zemlja giba ubrzano uvis i da pritom nema na vidiku nikakvog tijela – uzroka tog ubrzanja!

No zanemarimo zasad ovu primjedbu i rezimirajmo analogije u onome što vide dva Einsteinova promatrača, jedan na površini Zemlje i drugi unutar slobodno padajuće kabine lifta.

Sa stajališta promatrača koji stoji na tlu izvan padajućeg dizala i koji je vrlo približno stvarno inercijalni promatrač, onaj u slobodno padajućem liftu **nije** inercijalni i **ima** gravitacijskog polja Zemlje, u dizalu isto kao i vani. Za onog u dizalu on sam **jest** inercijalni i **nema** nikakvog polja gravitacije, jer sve što može izmjeriti i vidjeti (ali samo unutar kabine!) govori mu tome u prilog. Isto tako, za unutarnjeg promatrača su inercijalna i sva druga stajališta koja se u odnosu na njega gibaju konstantnom brzinom, te se među njima mogu izvesti i Lorentzove transformacije.

Zbog navedenog po Einsteinu je nemoguće ustanoviti načelnu razliku između unutarnjeg i vanjskog promatrača, tako da su oni oba inercijalni, jer oba vide da vrijede **isti zakon inercije** i isti zakoni mehanike. To su onda okolnosti u kojima vrijedi sadržaj Einsteinova „općeg načela relativnosti“ koje se u ovom slučaju može izreći ovako: ako u nekom sustavu referencije vrijedi zakon inercije (i zakoni mehanike), vrijedit će i u svakom drugom koji se u odnosu na prvog giba slobodno padajući i bez rotacije – bez obzira nalaze li se u gravitacionom polju ili ne. Za razliku od „specijalnog načela relativnosti“ koje je zastupljeno u

specijalnoj teoriji relativnosti: po njemu vrijedi isto, ali samo sa stvarno zanemarivim gore spomenutim gravitacijskim ubrzanjem.

Međutim, radi li se kod unutarnjeg i vanjskog promatrača o istom zakonu inercije? U uvodnom radu na Seminaru izведен je zaključak da znanstveni promatrač ne može imati izravnog dodira sa „zakonom“ samim, nego uvijek samo s mjerljivim učincima zakona. A ti mjerljivi učinci (u općem slučaju) zavise od izbora stajališta iz kojega se učinci promatraju i mjere. Pri tome je referentno samo ono stajalište koje je uzročno povezano s formulacijom zakona. Sam Einstein je na ovoj uzročnosti inzistirao.

Dakle, i prije svega, u onome što vide i formuliraju unutarnji i vanjski promatrač ne može se raditi o zakonu samom (koji ne zavisi od bilo čijeg stajališta), nego se može raditi samo o njegovim formulacijama, a one nisu iste za ova dva promatrača. Za formulacije iz različitih stajališta to i treba očekivati, a nisu iste zato što **u njih ulaze i različite okolnosti u kojima se izriče njihov sadržaj**: u „vanjskima“ se uzima u obzir mehaničko djelovanje svih okolnih djelujućih tijela, a u „unutarnjima“ se jedan mehanički utjecaj namjerno i s legitimnom svrhom eliminira stajalištem. Naime, unutarnjem je slobodno padajućim stajalištem savršeno eliminirana mogućnost da se registrira postojeća sila gravitacije. Prema tome u onome što vide i registriraju kao „zakon inercije“ vanjski i unutarnji promatrač ne radi se ni o istom zakonu, ni o istim njegovim formulacijama, pa čak ni o istom promatranom fenomenu: samo je jedan od njih gibanje po inerciji, o čemu svjedoče i različiti ishodi tih različitih fenomena (za onog unutarnjeg promatrača, ako i preživi, ishod je veoma drugačiji).

Pa ipak, ne smije se zaključiti da je stajalište u slobodno padajućem liftu samo hendikepirano zbog nemogućnosti da se vidi inače postojeće mehaničko djelovanje Zemlje. Ono što vidi i registrira unutarnji promatrač je zbog eliminacije viđenja gravitacije nešto parcijalno, ali je legitimno da se parcijalni pogled namjerno potraži izborom specijalnog stajališta. Zahvaljujući načelu ekvivalentnosti i aditivnosti djelovanja vanjskih tijela pogled iz tog stajališta jest parcijalan, ali je unutar svoje parcijalnosti točan. Razlika je vrlo slična onoj koja postoji između viđenja inercijalnog i neinercijalnog promatrača prilikom primjene d'Alambertovog načela u dinamici. Pri tome onaj neinercijalni dolazi do točne i korisne relacije, ali ne može doći i do općih zakona mehanike. U prilog ovoj usporedbi s primjenom d'Alambertova načela govori i ona primjedba koja se odnosi na pogled iz kabine „kroz prozor“, a koji spada u legitimne mogućnosti toga promatrača.

No, ako ono što vide i slobodno padajući i stvarno inercijalni promatrač nije isti zakon (inercije), kao što tvrdi Einstein, što im onda jest isto i po čemu to istom obojica imaju uspjeha, jedan parcijalnoga, a drugi u punini?

#### 5.4. Izbor stajališta ili izbor načina biranja stajališta?

Prije nego što se u šestom i u desetom radu u Zborniku da odgovor na ovo pitanje i predloži rješenje cijele situacije s izborom sustava referencije u mehanici, može se na osnovu stečenog uvida nešto reći o Einsteinovu pristupu u ovom području općenito. **Kao prvo**, već je rečeno da on nije vidio mogućnost rješenja problema sustava referencije unutar mehanike specijalne teorije relativnosti. Bilo je to zato što je već u startu, od početka, propuštao da vidi razliku između samog **rezultata** izravnog izbora referentnog tijela i izbora **načina biranja** toga tijela. Pogrešan način biranja implicira da ni jedan rezultat takvog načina biranja ne može zadovoljiti ono, što se od rezultata biranja traži. A Einstein s pravom traži da tijelo predloženo kao referentno bude uzročno povezano sa zakonom koji se iz njega može otkriti.

Na primjer, recimo da smo metodom slučajnog izbora „naboli“ takvo tijelo, koje bi u granicama točnosti mjerjenja moglo biti baš nositelj inercijalnog sustava referencije. Takav izbor, bez obzira na točnost u jednoj, dvije ili više provjera, ipak nema znanstveni legitimitet. Zašto? Zato, jer bez obzira na ma koliko veliki broj  $n$  provjera, tako izabrano tijelo nije nikad **uzročno povezano** sa zakonom gibanja. Galileiev, Newtonov, pa ni Einsteinov način biranja „galilejevskog sustava referencije“ nisu bili baš slučajni izbori, ali nisu bili ni uzročno povezani sa zakonom gibanja.

Einstein je također u pravu kada konstatira da ni jedno unaprijed predloženo tijelo taj uvjet ne može ispuniti. To i jest jedan od glavnih razloga što je tražio rješenje izvan okvira specijalne teorije relativnosti. Međutim odbacujući sva unaprijed izabrana i predložena rješenja, Einstein – koliko nam je poznato – nije nikad preispitivao *način biranja* referentnog tijela, započevši od Galileieva načina biranja.

**Kao drugo.** Među različitim načinima biranja, sa zakonima mehanike može biti uzročno povezan samo onaj koji nije izravan, već definiran nekim **kriterijem koji bi tu uzročnost osigurao**. I ta ideja, taj korak u rasuđivanju Einsteinu je trajno nedostajuća karika. U idućem će se izlaganju pokazati da se s njom ukida sadržaj „zakona inercije“ kao zakona prirode. Pokazat će se **da je upravo viđenje toga sadržaja kriterij** koji treba zadovoljiti stajalište promatrača. Iz stajališta koje zadovoljava taj kriterij mogu se – uzročno – otkriti i formulirati zakoni mehanike (a u njih onda ne spada „zakon inercije“). U krajnjoj

liniji, svaki izravan način biranja stajališta – pa bio on Galileiev, Newtonov ili Einsteinov – ima elemente „ad hoc“ biranja i zato ga je Einstein s pravom i morao odbaciti.

U najavljenom šestom radu Zbornika pokazat će se na kome je mjestu u svome rasuđivanju pod pritiskom upravo Galilei kao prvi od velike trojke skrenuo pogrešnim smjerom u načinu biranja sustava referencije. Rezultat je toga skretanja bio usvajanje sadržaja „zakona inercije“ kao zakona prirode. A čvrsto pridržavanje toga istog Galileieva zaključka i od strane Newtona i od strane Einsteina - bez ciljanog preispitivanja - zadržalo je njih i sve njihove sljedbenike na tragu Galileievog pogrešnog zaključivanja pod pritiskom.

## 5.5. Veza nagoviještenog kriterija i Einsteinovih načela relativnosti

U Einsteinovom „specijalnom načelu relativnosti“ polazi se od toga da postoji neki specijalni inercijalni sustav referencije, u kome vrijedi „zakon inercije“. To jest da tijela u odnosu na taj specijalni sustav referencije ostaju u miru ili se gibaju jednoliko translatorno ako na njih ne djeluju nikakve sile od strane drugih tijela, uključujući tu i silu gravitacije. Specijalno načelo relativnosti je u tome, da je inercijalni sustav referencije i svaki (drugi) sustav koji se u odnosu na upravo definiranog giba jednoliko translatorno.

U „općem načelu relativnosti“ u primjeni na slobodno padajući lift kao stajalište polazi se pak od toga da je inercijalni sustav referencije svaki onaj kojemu je referentno tijelo bilo koje, ako je u slobodnom padu u lokalnom gravitacionom polju i koje je tijelo bez rotacije. Opće je načelo relativnosti onda u tome, da su ovakvom „inercijalnom“ sustavu referencije ekvivalentni i svi oni s konstantnom brzinom i bez rotacije prema njemu. A ono što po Einsteinu dovodi u odnos ova dva sustava referencije jest to, da je u oba dva, i za okolnosti  $g = 0$  i za okolnosti  $g \neq 0$ , jednako formuliran i isti „zakon inercije“ kao opći, odnosno univerzalni zakon prirode.

Pri tome uz opće načelo relativnosti primjenjeno na nehomogeno gravitaciono polje treba uzeti u obzir i slijedeće. Za razliku od slučaja kada je gravitaciono polje homogeno, iz jednog od međusobno ekvivalentnih sustava referencije se ne vide **prostorni adresi** [v. (3.14)] u drugom, pokretnom, kao skraćeni u konstantnom omjeru (kao da se promatra „kruto tijelo“); i ne vide se fizički isti **vremenski intervali** u vlastitom sustavu referencije [v. (3.15)] kao skraćeni u konstantnom omjeru prema onima u pokretnom. Nego se u slobodno padajućim sustavima referencije u nehomogenom gravitacionom polju ti omjeri mijenjaju tijekom gibanja.

Slobodno padajući sustavi referencije ni u homogenom ni u nehomogenom gravitacionom polju nisu inercijalni u punom smislu i na viđeno i izmjereno u njima utječe i inercijalna sila. Zato se pokazuje točnim, *a trebalo je to i očekivati*, da u njima ne vrijedi ni zakon očuvanja količine gibanja, ni zakon očuvanja momenta količine gibanja, ni zakon očuvanja ukupne energije.

Na rješavanju toga problema koji se tiče opće formulacije mehanike u nehomogenom gravitacionom polju radio je Einstein u svojoj općoj teoriji relativnosti, ali nije nam poznato da je problem čak i danas u potpunosti riješen. No sam slobodno padajući sustav referencije kao selektivni, odnosno parcijalni kut gledanja na sadržaj „zakona inercije“ doveo je Einsteina do teorije samog nehomogenog gravitacionog polja, znatno točnije od jednostavne Newtonove teorije (u kojoj je djelovanje sile gravitacije na daljinu trenutačno).

x x x

Vraćajući se na prethodni članak 5.4. i na tamo dane primjedbe Prvu i Drugu, osvrnimo se na to, koliko je Einstein bio blizu toga da promijeni način biranja tijela referencije i da ga točno spoji sa sadržajem „zakona inercije“. O tome govori i nekoliko rečenica upućenih „općoj znanstvenoj i filozofskoj javnosti“ u [7]. On kaže: „Tijelo, dovoljno udaljeno od drugih tijela zadržava stanje mirovanja ili ravnomernog pravocrtnog gibanja“. I dodaje da se „... u tome zakonu govori ne samo o gibanju tijela, nego i o sustavu referencije koji se koristi u mehanici.“ A u trećoj rečenici: „Koordinatni sustav (u smislu sustav referencije), stanje gibanja kojega je takvo, da u odnosu na nj vrijedi zakon inercije, nazivamo galileievskim koordinatnim sustavom“.

Einstein tu započinje s iskazivanjem jednog sadržaja viđenog u prirodi, ne govoreći iz kojega je to stajališta. Taj sadržaj u drugoj rečenici zove zakonom prirode i istovremeno tvrdi da je njegovo viđenje uvjetovano nekim određenim stajalištem (referentnim tijelom), ali opet ne kaže eksplicitno kojim. Trećom rečenicom se potvrđuje da je spomenuti sadržaj zakon prirode, i da se baš ono stajalište, u kome taj zakon vrijedi, zove „galileievskim“, a koje je određeno nekim svojim i dalje nespecificiranim referentnim tijelom (s na njemu fiksiranim koordinatnim sustavom). Povezivao ga je sa „zakonom inercije“, ali ga nikako nije smio „izvesti“ iz „zakona inercije“, jer zakon ne može prethoditi izboru stajališta!

Sve to se slaže s Einsteinovim polaznim stavom prema članku 5.3., ali potvrđuje postojanje problema, dokle god mu je čvrsto polazište da je sadržaj

„zakona inercije“ zakon prirode. To uvjerenje, vidljivo i u [33], kao da je jedno od rijetkih koje nije nikada propitivao. I dok god je „vrata“ za drugo tumačenje sadržaja „zakona inercije“ Einstein držao čvrsto zatvorenima, nije mu bilo moguće doći ni na kakvu ideju s kojom bi određeni **način biranja** referentnog tijela postao uzročno povezan sa zakonom koji se iz njega formulira.

## 6. Galileievo skretanje i kriterij neumiješanosti promatrača

Neven Ninić

Analiza stvarnog i interpretiranog sadržaja prvog zakona termodinamike [16], [5] upućuje na realnu mogućnost da je aktualni izbor stajališta promatrača (u širem smislu riječi) i u nekim drugim područjima fizike možda pogrešan. Kada je riječ o propitivanju **načina izbora** referentnog stajališta prije istraživanja i formulacije zakona općenito, povijest znanosti upućuje na to, da se ciljana kritička analiza usmjeri upravo na dane nastajanja prve egzaktne prirodne i tehničke (EPT) znanosti, mehanike, to jest na istraživanja Galileo Galileia [17], [18]. Danas, tri i pol stoljeća kasnije, na takvu analizu imamo pravo, pa i dužnost da je provedemo.

Pristupajući istraživanju zakonitosti gibanja tijela pod utjecajem sile teže Galilei je svakako pretpostavljao da kao opći zakon gibanja postoji neka uzročna veza između promjene mehaničkog stanja promatranog tijela i mehaničkog utjecaja zemaljske sile teže na to tijelo. U svome laboratoriju u Padovi eksperimentirao je s mijenjanjem okolnosti gibanja kuglice po ravnoj glatkoj ploči.

Činio je to tako što je najprije varirao nagib ploče oko njenog vodoravnog položaja i promatrao kako to utječe na promjenu početne brzine kao mehaničkog stanja kuglice. Promatraljući i mjereći došao je do zaključka da iz stajališta u njegovom laboratoriju **ne bi bilo** promjene mehaničkog stanja kuglice, **ako** duž njenog pravca gibanja **ne bi bilo** mehaničkog utjecaja drugih tijela. Mehaničko stanje se pritom karakterizira brzinom, a mehanički utjecaj drugih tijela Zemljinom silom teže u pravcu gibanja, pojmom Galileiu poznatom iz statike. Sudeći prema tome Galilei se kao promatrač s gore opisanim viđenjem nalazio u položaju, odnosno u laboratoriju kao na referentnom tijelu, upravo idealnom za otkriće zakona gibanja. Bio bi to zakon promjene brzine kuglice u zavisnosti od sile u pravcu gibanja.

Naime, na toj sceni, odnosno u njegovu laboratoriju, vidjelo se da:

1. Ako **nema** sile od drugih tijela, **nema** ni promjene brzine promatranog tijela (duž vodoravne ploče u laboratoriju)
2. Ako **ima** konstantne sile duž pravca gibanja, **ima** i konstantne promjene brzine u sekundi (pri različitim nagibima nagnute ploče), a to je rudimentarni oblik zakona gibanja.

Ovdje se, tri i po stoljeća od Galileia, može postaviti pitanje:

Da li je zakon gibanja 2. uzročno povezan s viđenjem sadržaja 1., koje definira stajalište? Odgovor na to pitanje je jasan i očigledan. *Iz laboratorijskog stajališta pojava sile jest uzrok promjene brzine i obratno*: nema promjene brzine bez prethodne pojave sile.

Dakle upravo je viđenje sadržaja 1. uzročno osiguranje mogućnosti, da se iz dotičnog konkretnog stajališta otkriju zakoni mehanike. I to je ono, što je nedostajalo svakom od referentnih tijela predloženih od strane Galileia, Newtona, ali i Einsteina i sljedbenika.

## 6.1.Načelno o odnosu zakona i stajališta promatrača

Načelno, viđenje zakona gibanja se manifestira u međusobnom mehaničkom utjecaju promatranog i okolnih tijela. Međutim, već prema uvodnom radu u Zborniku viđenje *manifestacije zakona* od strane promatrača treba razlikovati od *samog zakona*. Zato osim promatranog tijela i s njim mehanički međudjelujućih okolnih tijela, formulacija zakona zavisi još i od relativnog položaja i gibanja tijela s kojega se promatra kao **svojevrsnog trećeg sudionika**, dakle od izbora sustava referencije. Zato pri formulaciji zakona, osim okolnih mehanički međudjelujućih tijela, treba uzeti u obzir i stanje relativnog položaja i gibanja materijalnog stajalište promatrača. Da bi formulacija zakona bila uzročno povezana sa stajalištem, ono mora biti posebno na način da osigurava takav „kut gledanja“ iz kojega se vidi da duž pravca u kojemu nema mehaničkog djelovanja drugih tijela nema ni promjene mehaničkog stanja promatranog tijela. Samo iz ovakvog stajališta će pojava vanjske sile od strane drugih tijela biti objektivno i točno povezana s promjenom mehaničkog stanja promatranog tijela duž pravca djelovanja tih sila.

U zaključnom dijelu prvog rada na Seminaru izvedeno je da znanstvenik može govoriti samo o formulacijama zakona, na osnovu obrađenih rezultata mjerjenja, a samo u *skraćenom žargonu* o zakonima samim. Gore rečeno je u potpunom skladu s time. Kada je riječ o utjecaju materijalnog tijela kao nositelja inercijalnog sustava referencije, tada nije riječ o tome da bi i to tijelo spadalo u ona koja mehanički međudjeluju s promatranim tijelom. Radi se o tome da su **njegov relativni položaj i gibanje relevantni za ovakvo ili onakvo viđenje i formulaciju zakona**, dok je zakon sam nešto objektivno postojeće, nezavisno od našega stajališta, ali i nama izravno nedostupno.

Prema iznijetom rasuđivanju ima razloga da referentno stajalište znanstvenog promatrača u mehanici može biti samo jedno: ono iz kojega se vidi sadržaj „zakona inercije“. Viđenje tog sadržaja, označenog gore s „1.“, dakle nije bilo otkriće nikakvog zakona, nego je bilo zadovoljavanje gore spomenutog **kriterija** koji uzročno i strogo točno definira konkretno referentno stajalište. Iako je promatrač sa svojim referentnim tijelom i sam sudionik materijalnog svijeta, on ipak može osigurati strogo točno inercijalno stajalište. Potreban i dovoljan uvjet je da u tom stajalištu vidi „scenu“ bez oba uzročno povezana aktera zakona gibanja (a ti akteri su promjena stanja gibanja i vanjski utjecaj); i zatim da na istoj „sceni“ vidi dva aktera – oba uzročno povezana u različitim veličinama (što je po definiciji sadržaj zvan zakon gibanja).

Promatrač koji u određenom području znanstvenog istraživanja može zadovoljiti kriterij o kakvom je ovdje riječ u dalnjem se zove *promatrač stajalištem neumiješani u promatrano u punom smislu* ili skraćeno promatrač koji zadovoljava *kriterij vlastite neumiješanosti u promatrano* [5].

Treba smatrati da se može naići, ili da se već naišlo i na takvo područje istraživanja, u kojemu se načelno ne može zadovoljiti takav kriterij (idem). Razlog za ovakvo očekivanje je taj, da mi u odnosu na cjelinu materijalnog svijeta ne stojimo „sa strane“, nego smo načelno (i) dio toga svijeta, dakle načelno smo umiješani u promatrano. S tim da u nekim područjima fenomena (mehanika, elektrodinamika i termodinamika) zadovoljavamo odgovarajući kriterij, pa možemo formulirati univerzalne zakone prirode.

### Točniji uvid u laboratorijsko stajalište kao referentno

U gore iznijetoj interpretaciji Galileieva otkrića na vodoravnoj glatkoj ploči, viđenje toga sadržaja je samo kriterij, koji je tek dao uzročni legitimitet laboratorijskom stajalištu kao referentnom za otkriće i formulaciju zakona gibanja. Zanemarujući inercijalne sile, okomita sila reakcije ploče bila je po veličini jednaka rezultanti gravitacijskih sila svih svemirskih tijela na kuglicu. Druge sile u vodoravnoj ravnini, koje bi se pojavile u zakonu gibanja, mogle su u tom slučaju biti bilo koje druge, osim gravitacijskih koje utječu na onu rezultantu.

No, strogo govoreći, okomitu reakciju glatke ploče uravnotežavale su ne samo gravitacijske, nego i inercijalne sile. Iako se neke od njih mogu proračunati i zanemariti u odnosu na gravitacijske, sve takve sile načelno se nisu mogle uzeti u obzir u Galileievom laboratoriju, a još se manje mogu uračunati u nekoj svemirskoj letjelici, daleko u prostoru. Razlog tomu je nemogućnost da se u

općem slučaju razlikuje inercijalne od gravitacijskih sila, zahvaljujući lokalnoj jednakosti inercijalne i gravitacijske mase. Zato bi u strogoj interpretaciji Galileievh eksperimenata s vodoravnom pločom rezultanta svih gravitacijskih sila bila zamijenjena rezultantom gravitacijskih i inercijalnih sila okomitom na vodoravnu površinu (iako ih ni jedne ni druge sve pojedinačno ne poznajemo). Na taj način duž svih pravaca vodoravne ravnine koji prolaze kroz položaj kuglice ne bi bilo nikakve rezultantne gravitacijske + inercijalne sile. U toj situaciji viđenje sadržaja Galileieva „zakona inercije“ ne bi značilo da se iz toga sustava referencije mogu formulirati opći zakoni mehanike, baš onako kako bi mogli u stvarno inercijalnom sustavu referencije. Nego samo da im je **isti gore uvedeni kriterij**. Onaj, koji legalizira stajalište za otkriće i formulaciju zakonitosti gibanja kada je ploča nagnuta.

## **7. Kriterij neumiješanosti u termodinamici i centar – maseni sustav referencije [19]**

Neven Ninić, Ivan Tolj

Einstein je u klasičnoj termodinamici video fundamentalnu znanost koja je na njega ostavljala dubok, i to jedinstven dojam [14]; dakle nije ju video kao znanost koja slijedi iz neke druge kao fundamentalne. Tretirajući i ovdje termodinamiku kao temeljnu znanost nezavisnu od mehanike, i to iz njenog stajališta koje je općenitije od inercijalnog, bit će zanimljivo i korisno da se rasvjetli pitanje koje je to stajalište, kakav je odnos termodinamike i mehanike, te neposredne i šire posljedice postojanja i zadovoljavanja kriterija neumiješanosti, kako u mehanici, tako i u termodinamici.

### **Sažetak**

Polazi se od nesumnjive činjenice da izbor stajališta znanstvenog promatrača utječe kako na samu mogućnost otkrića, tako i na formulaciju zakona prirode. U pogledu interpretacije ove činjenice mogu se razlikovati dva različita pristupa znanstvenika. U radu se iznosi rasuđivanje po kojem je samo jedan od ova dva različita pristupa ispravan: to je onaj, po kojem je prethodni izbor određenog stajališta upravo preuvjet kako za samo otkriće, tako i za formulaciju zakona.

Na osnovu toga zaključka u nastavku se pokazuje da je u standardnoj formulaciji termodinamike izbor stajališta zbilja izvršen prije formulacije zakona, ali to je učinjeno na implicitan način. Time je osigurana točnost rezultata termodinamike u skoro svim njenim primjenama, ali je i prouzrokovana načelna greška u samoj formulaciji. Ona je u miješanju sadržaja kriterija za izbor stajališta, koje se odnosi na promatrača, s formulacijama zakona, koji se odnose na prirodu. Iako ovo miješanje nema izravnih posljedica u dosadašnjoj tehničkoj primjeni, nije bez rafiniranih, ali dalekosežnih posljedica. Predlaže se ispravka ove pogreške i navode posljedice, od kojih su dvije dalekosežne.

### **Uvod**

Po induktivno - deduktivnoj znanstvenoj metodi istraživanja u egzaktnim prirodnim i temeljnim tehničkim znanostima otkriću prirodnih zakona prethode određeni koraci. To su, redom: opažanje fenomena, mjerena na njima, obrada rezultata mjerena, postavljanje i provjera hipoteza koje povezuju i objašnjavaju rezultate mjerena. No rezultati mjerena zavise, osim od samih procesa u promatranim fenomenima, još i od usvojenog stajališta promatrača ili sustava referencije. Jer, očigledno je da se u općem slučaju zakoni ne mogu ni otkrivati ni primjenjivati iz proizvoljnog stajališta.

U pogledu zavisnosti formulacije zakona od stajališta naročito se jasno izrazio L. D. Landau, koji kaže eksplicitno [3]: „*Fizičke pojave protječu - općenito - različito u različitim sustavima referencije . . . prirodno je usvojiti takav sustav referencije, da iz njega prirodne pojave izgledaju najjednostavnije.*“ To pak znači da mijenjajući razna stajališta treba izabrati i definirati takvo ili takva, da se iz njih mogu otkriti zakonitosti i da formulirani zakoni izgledaju najjednostavnije. Ovakvo viđenje odnosa prirodnih zakona i stajališta promatrača označimo uvjetno kao „prvi stav“. Sažeto bi se po njemu moglo reći da su viđenja i formulacije prirodnih zakona uvjetovane točno određenim stajalištem.

U ovom pogledu postoji i drugačiji pristup problemu odnosa zakona i promatrača, koji karakterizira „drugi stav“. Tu se ne govori o formulacijama zakona, nego o zakonima samim! Po njemu, prirodni zakoni su objektivno postojeće činjenice, nezavisne od stajališta promatrača. Pri tome, da bi se otkrilo točne zakone, može se biti i u približno točnim raznim laboratorijskim stajalištima. U tome smislu *zakoni su kao objektivno postojeći primarni, a stajalište je promatrača sekundarno*. Točno stajalište je sekundarno i može se izvesti iz zakona (u mehanici iz „zakona inercije“) [20]. Ovakav „drugi pristup“ zastupljen je u mnogim izlaganjima egzaktnih prirodnih i temeljnih tehničkih (EPT) znanosti (na pr. [20], [21], [22]).

Na prvi pogled ima istine u oba različita pristupa, odnosno ima elemenata opravdanja za oba stava o odnosu zakona i stajališta promatrača. No, radi se o vrlo rafiniranoj i - kako će se pokazati - fundamentalnoj razlici, tako da od dva pristupa ispravan može biti samo jedan. Zato ćemo se prije izlaganja rješenja na toj dvojbi dodatno zadržati. Učinit ćemo to na poznatom „terenu“ Newtonove mehanike, kao povjesno prve EPT znanosti.

### Analiza dvaju pristupa u mehanici

Prve je korake ka otkriću zakona mehanike učinio Galileo Galilei, i to s pristupom prvoga tipa. Naime Galilei je započeo dajući primarnu vrijednost izboru stajališta. Bio je to, pod utjecajem Kopernika i Keplera, heliocentrički sustav referencije. No dopunjen s Galileievim „načelom relativnosti“. Po ovom iskustveno otkrivenom načelu zakoni mehanike (ma kakvi bili) jednaki su u svim sustavima referencije koji se u odnosu na čvrstu Zemljinu površinu gibaju jednoliko i translatorno. Kao dodatno, Galilei je znao i da se svaki takav komad Zemljine površine giba u relativno kratkim vremenskim periodima jednoliko i

translatorno u odnosu na heliocentrički sustav (vezan za centar Sunca i zvijezde stajačice).

On je zato opravdano smatrao da je njegov laboratorijski sustav referencije u Padovi približno jednako dobar kao i sam heliocentrički, za njega referentni. Po Galileiu sam laboratorijski sustav u Padovi nije nikako mogao biti baš referentni, iako je iz njega otkrio „zakon inercije“. Prema [17] i [18] Galilei se nije zadržao na analizi razloga koji idu u prilog izbora laboratorijskog, odnosno heliocentričkog sustava kao referentnog za formulaciju zakona mehanike.

Izabравши tako bez dvoumljenja što mu je (točni) sustav referencije, on je, slijedeći među prvima induktivnu znanstvenu metodu, mogao nakon toga pristupiti plodonosnim mjeranjima, plodonosnima u smislu da su omogućavala formuliranje zakona mehanike. Pritom je prvi otkriveni i formulirani zakon u usvojenom sustavu referencije bio poznati „zakon inercije“ [18].

Nakon Galileia problemu osnivanja mehanike pristupio je Isaac Newton. I on je, kao i Galilei, znao da prije govora o zakonima mora izabrati sustav referencije. No znao je i da heliocentrički sustav ne može biti referentan. Svoj poznati izbor dao je u „Objašnjenuju“ uz „Definiciju III“, prije formulacije zakona I, II i III [6]. Za Newtona, sustav referencije je morao biti „apsolutni“, pa i absolutno točan, jer se samo u takvom mogu formulirati absolutno točni zakoni, u postojanje kojih Newton nije sumnjao. Ovdje ne ćemo govoriti koji je to Newtonov sustav referencije, ni u pogledu prostora, ni u pogledu vremena, niti kakva je formulacija zakona u tome izabranom sustavu. Ovdje je važno samo to, da je formulacija zakona u biti vezana za izbor stajališta koji joj prethodi i koji izbor tu formulaciju uvjetuje. Tako je i kod Galileia i kod Newtona, pa su u tome pogledu obojica imala pristup odnosu stajalište – zakon prvog tipa (prema uvodnom radu u Zborniku). Kao što je već napomenuto, i induktivna metoda istraživanja u EPT znanostima polazi od opažanja i mjeranja, samim tim i od točnog sustava referencije, a završava s formulacijom zakona. U protivnom, niti mjerena mogu imati smisla, niti postoji iskustvena osnova za formuliranje zakona, pa čak ni za plasiranje zakona kao aksioma.

S druge strane, u „drugom pristupu“ se polazi od zakona uzetih za aksiome, kao u matematici. Iz njih se ne izvodi samo cijeli analitički aparat znanosti, nego se izvodi čak i to, koje je točno referentno stajalište promatrača! Ovakav pristup kao aksiomatski ima opravdanja i smisla ako se želi dati sažeti, konzistentni i kompletni prikaz dotične znanosti kao njen „analitički aparat“. No znanstvenici iz

ove skupine idu mnogo dalje kada „aksiomatska formulacija“ mijenjaju u „teorijsku“ ili jednostavno u slučaju mehanike u „klasična mehanika“. Takvim pristupom se i bez namjere može općenito stimulirati spekuliranje, u kojem je dozvoljeno sve što nije matematički zabranjeno. Zato se spomenutim preimenovanjima ustvari zaobilazi induktivna metoda u EPT znanostima, a bitna tema izbora stajališta promatrača se minorizira.

Smatramo da gornje rasuđivanje upućuje na to, da prednost u općem slučaju ima prvi pristup odnosu stajalište promatrača - prirodni zakon. Ne samo zato što su tako uradili Galilei, Newton i Einstein i zato što to traži induktivna znanstvena metoda istraživanja. Nego i zato što se nakon ovog zadržavanja na toj problematici može izvući siguran zaključak koji povezuje elemente istine u oba pristupa s prednošću upravo prvog pristupa. Taj je zaključak slijedeći:

Istina jest da su prirodni zakoni nezavisni od bilo čijeg stajališta i da strojevi koje su konstruirali inženjeri funkcioniраju besprijekorno bez obzira na bilo čije stajalište o bilo čemu. No pojam „prirodni zakon“ u onom drugom pristupu liшен je ustvari svakog konkretnog sadržaja, sve dok se konkretno ne formulira. Ali u trenutku kada se to učini, kako je na primjer to učinio Newton sa svojim drugim zakonom u verbalnom ili u analitičkom obliku. On je to učinio tek s prethodno iskazanim točnim izborom stajališta (druga su stvar problemi s ovim stajalištem!). Bez definiranog stajališta načelno ne znače ništa ni vektor položaja  $\vec{r}$  u zakonu, pa ni vrijeme  $t$ . Ispravan je zato samo prvi pristup.

Iz ovog rasuđivanja je očigledno da je to zato, što znanstveni promatrač u svome istraživanju nema i ne može imati izravnog dodira sa *zakonima samim*, nego ima dodira samo s rezultatima mjerjenja i - na osnovu njih - samo s *formulacijama zakona* [5]. A one se mogu bazirati samo na obrađenim rezultatima mjerjenja. I isključivo od tih rezultata zavisi hoće li te formulacije o(p)stati ili pasti i u budućnosti, prilikom provjera formulacija na novim fenomenima.

Tema izbora stajališta za formulaciju zakona mora zato biti predmet puno veće pozornosti. Ona je obrađena u [23] i [16], gdje je izведен zaključak da donekle ad hoc način izbora referentnog stajališta promatrača u Galileia, Newtona i Einsteina treba promijeniti. Način izbora treba biti takav, da referentno tijelo bude fizički uzročno povezano s mogućnošću otkrića zakona (mehanike) iz njega. To onda treba učiniti zadovoljavanjem tzv. kriterija neumiješanosti promatrača (stajalištem)“ u promatrano (idem).

Vratimo se sada prvom pristupu kao ispravnom. Sustav referencije koji uvjetuje formulaciju zakona mora biti uzročno povezan sa samim zakonima mehanike. Kriterij koji pritom mora zadovoljiti promatrač jest da je to stajalište ono, iz kojega se vidi sadržaj „zakona inercije“ (inercijalni sustav referencije). A „zakon inercije onda nije zakon (koji se odnosi na prirodu), nego je uvjet (koji se odnosi na promatrača), tj. na njegovo materijalno stajalište.

Zadržimo se najprije na odnosu stajališta promatrača i zakona u Newtonovoj mehanici, ali ne više u formulaciji samih zakona mehanike, što je bilo predmet prvog dijela Seminara, tj. u prvih 6 radova. U nastavku će se iz klasične mehanike formulirane u inercijalnom sustavu referencije upotrijebiti poznati Königov teorem, koji se odnosi na mehaničku energiju sustava materijalnih točaka. Izvedeni zaključak će biti od koristi samo kao indikativan u analizi danoj u nastavku.

### Zakon o promjeni mehaničke energije tijela

Za  $i$ -ti djelić tijela kao za materijalnu točku mase  $m_i$  ( $\dots$   $i$  – th piece of body, as for material point with the mass  $m_i$ ) mehanički promatrač iz inercijalnog referentnog sustava (IN) vidi sadržaj drugog Newtonova zakona:

$$\vec{F}_i = \frac{m_i d\vec{v}_i}{dt} \quad (7.1)$$

$\vec{F}_i$  je rezultanta svih sila na djelić: vanjskih, te unutarnjih – elastičnih i sila od unutarnjeg trenja. Najprije, mogu se sve relacije (7.1) za djeliće zbrojiti i dobiti za tijelo u cijelini:

$$\sum_i \vec{F}_i = \vec{F}_R = \frac{Md\vec{v}^{cm}}{dt} \quad (7.2)$$

Skalarnim množenjem svih jednadžbi (7.1) s vektorom pomaka centra mase  $d\vec{r}^{cm}$  i zbrajanjem po  $i$  slijedi

$$\sum_i (\vec{F}_i \cdot d\vec{r}^{cm}) = dE_k^{cm} \quad (7.3)$$

Ova se „prva mehanička energetska relacija“ odnosi na gibanje deformabilnog tijela kao jedinstvene materijalne točke s masom ravnom ukupnoj masi tijela. Ta je relacija čisto mehanička, u smislu da jednoznačno povezuje mehanički vanjski utjecaj s promjenom mehaničkog stanja.

S druge strane, mehaničkog promatrača iz inercijalnog sustava referencije ništa ne sprječava da izvede nešto i za relativno gibanje, i to ono koje je u odnosu na centar-maseni referentni sustav koji ne rotira (CMNR). Vratimo se zato opet na polazne jednakosti (7.1), pomnožimo svaku sa svojim pomakom  $d\vec{r}_i$  tijekom istog zajedničkog vremenskog intervala vremena  $dt$  i sve ih zbrojimo:

$$\sum_i \vec{F}_i \cdot d\vec{r}_i = \sum_i dE_{ki} = dE_k \quad (7.4)$$

Na lijevoj strani prve jednakosti (7.4) ukupan je rad svih rezultanti na djeliće, a na desnoj ukupna promjena kinetičke energije cijelog tijela  $dE_k$ . Ona je veća od promjene centar-masene kinetičke energije u (7.3) točno za iznos kinetičke energije relativnog gibanja u odnosu na nerotirajući CMNR (Königov teorem):

$$\sum_i \vec{F}_i \cdot d\vec{r}_i = dE_k = dE_k^{cm} + dE_k^{rel} \quad (7.5)$$

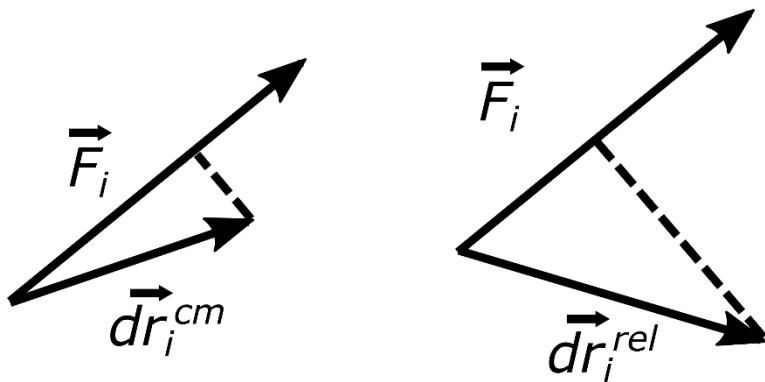
Ovo je posljedica relacije koja vrijedi samo u CMNR sustavu referencije:

$$d\vec{r}_i = d\vec{r}_i^{cm} + d\vec{r}_i^{rel} \quad (7.6)$$

Odakle

$$\sum_i \vec{F}_i \cdot d\vec{r}_i^{cm} + \sum_i \vec{F}_i \cdot d\vec{r}_i^{rel} = dE_k^{cm} + dE_k^{rel} \quad (7.7)$$

Na lijevoj strani (7.5) je ukupni rad sila na djeliće, kojega su članovi skalarni produkti istih sila s različitim pomacima u (7.7) ilustrirani na Sl. 7.1.



Sl. 7.1. Ilustracija članova prve i druge sume u (7.7)

S obzirom na (7.3) slijedi:

$$\sum_i \vec{F}_i \cdot d\vec{r}_i^{rel} = dE_k^{rel} \quad (7.8)$$

Ali, njeni članovi u (7.8) su skalarne invarijante u centar-masenom sustavu referencije bez rotacije (CMNR), bez obzira je li on i inercijalni. Fizička interpretacija je ta, da ubrzanje sustava, odnosno deformabilnog tijela, u bilo kome smjeru djeluje za CMNR-promatrača ekvivalentno homogenoj gravitacijskoj sili, koja ne izaziva ni deformaciju, ni promjenu momenta količine gibanja tijela. Dakle ubrzanje bi djelovalo samo na one članove u (7.7) kojih nema u (7.8).

Unutarnje komponente rezultantnih sila na djeliće  $\vec{F}_i$  su elastične sile i sile unutarnjeg trenja, ali u  $\vec{F}_i$  imaju svoje komponente i vanjske sile. One su aktivne sile pri deformiranju i pri promjeni momenta količine gibanja tijela. Pri tome može na deformabilno tijelo djelovati i samo jedna vanjska sila, pa da se tijelo i ubrza kao cjelina, i zarotira i deformira. Jedna načelna metoda izdvajanja deformacijskog i rotacionog dijela iz ukupnog rada vanjskih sila dana je u [16].

Uzevši u obzir sve rečeno, na lijevoj strani jednadžbe (7.8) imamo sumu od tri vrste rada dovedenog djelićima - rada vanjskih sila kao aktivnih,  $\delta W_{ex\ suppl}$ , rada elastičnih sila  $\delta W_{el}$  i rada sila trenja. Označimo li rad trenja s  $\delta W_{fr}$  ( $\geq 0$ ), na lijevoj strani će biti sa znakom -, to jest

$$\delta W_{ex\ suppl} + \delta W_{el} - \delta W_{fr} = dE_k^{rel}$$

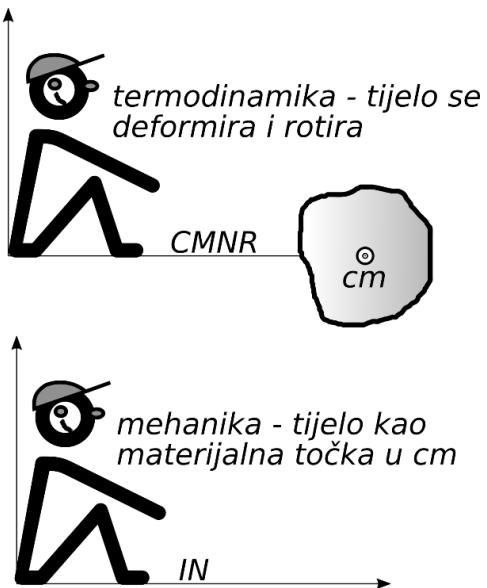
S pojmom „elastične energije“  $dE_{el} = -\delta W_{el}$  slijedi

$$\delta W_{ex\ suppl} = dE_k^{rel} + dE_{el} + \delta W_{fr} \quad (7.9)$$

Ovo je „druga mehanička energetska relacija“. Sve članove u (7.3) i u (7.9) definira promatrač iz inercijalnog referentnog sustava. No svi članovi u (7.9) imaju **drugačiju fizičku prirodu od članova** (7.3): **oni su invarijante u širem smislu** od članova (7.3) i brojčano su jednaki u inercijalnom i u CMNR sustavu referencije, pa čak i ako se taj giba u odnosu na inercijalni ubrzano.

Pri tome se član  $dE_k^{rel}$  sastoji od dva tipa pribrojnika (addends): jedan je vezan za sve promjene kinetičke energije vezane uz neki oblik deformacije, a drugi za promjenu momenta količine gibanja tijela kao cjeline. No sva kinetička energija relativnog gibanja (u CMNR-u), iznad jedne određene, predstavlja ustvari oblik mehaničke energije vezan za neravnotežno stanje objekta. A ta određena je ona kinetička energija, koju bi tijelo imalo na kraju zamišljenog procesa termodinamičkog uravnovežavanja mehaničke prirode. Tijekom toga

procesa bi se djelovanjem sila unutarnjeg trenja uspostavila ravnotežna rotacija oko glavne centralne osi s najvećim momentom inercije.



Sl. 7.2. Inercijalni i CMNR - promatrač

Dok se sa (7.3) rad povezuje s promjenom samo translatorne mehaničke energije  $dE_k^{cm}$  tijela kao materijalne točke, sa (7.9) se rad deformacije i rad rotacije povezuje s promjenom  $E_k^{rel}$ . Na Sl. 7.2. su prikazana dva promatrača deformabilnog tijela podvrgnutog ubrzaju, jedan u inercijalnom, drugi u CMNR-u. Pri tome inercijalni mora voditi računa o ubrzaju tijela kao materijalne točke, a onaj u CMNR-u ne mora. Ovaj drugi odgovara unutarnjem promatraču u padajućem liftu u petom radu Seminara, u dijelu 5.3. On se ne pita za vanjske sile kao uzroke ubrzanja promatranog tijela, jer učinak tih sile ne registrira. U otkrivanju zakona o radu i promjeni svih oblika energije, osim kinetičke energije s centrom mase, centar-maseni promatrač je potpuno kompetentan i načelno nezavisan od onoga čime se bavi mehanika tijela kao materijalnih točaka.

Odatle slijedi ovaj zaključak: „drugi vidik zakona o promjeni mehaničke energije“ registrira i promatrač koji ne mora biti u inercijalnom sustavu referencije, nego može biti i u općenitijem, ubrzanim CMNR-u. Taj vidik je relacija (7.9). *I to je u najmanju ruku indicija, da bi baš taj CMNR mogao biti i sustav referencije za formulaciju zakona o postojanju i očuvanju općenitijeg oblika energije od one u Newtonovoj mehanici ( $E_k^{cm}$ ), zakona, kojega bi (7.9) bio samo specijalni slučaj.* U tome smislu se jednakost može samo uvjetno zvati čisto mehaničkom.

U prilog tome govori i još jedna činjenica. Već je rečeno da svi članovi relacije (7.3) imaju sadržaj i brojčane vrijednosti određene isključivo mehaničkim veličinama stanja i mehaničkim procesima. S relacijom (7.9) to nije slučaj: njeni drugi i treći član na desnoj strani zavise u općem slučaju i od izmjene topline tijekom procesa. Zato se  $dE_{el}$  u (7.9) u okviru same mehanike ne može integrirati u nekom konačnom (finite) procesu općenitijem od mehaničkog. Time se još može govoriti o maloj promjeni i o diferencijalu „elastične energije“, ali takva energija  $E_{el}$  kao funkcija isključivo od konačne mehaničke deformacije postoji samo uvjetno. Na primjer, ako se ograničimo samo na adijabatske deformacije, ili samo na izotermne. Dopusti li se dakle i toplina kao energetski utjecaj,  $E_{el}$  kao jednoznačna funkcija same deformacije uopće ne postoji. Odgovarajući pojam širi od elastične energije (unutarnja energija) definiran je tek u termodinamici, kao bitno općenitijoj znanosti o energiji.

## Prvi zakon termodinamike

Ovaj je zakon otkriven nezavisno, i nezavisan je od ovdje učinjenog otkrića da je (7.9) kompatibilna s Newtonovom mehanikom, ali da vrijedi i ako sustav referencije nije inercijalni, nego je CMNR. No korisno je usporediti Prvi zakon sa (7.9) i uvidjeti po čemu je (7.9) specijalan slučaj Prvog. Prvi zakon termodinamike formuliran u diferencijalnom obliku glasi

$$\delta Q_{suppl} = dU + \delta W_{done} \quad (7.10)$$

gdje su  $\delta Q_{suppl}$  i  $\delta W_{done}$  mali vanjski utjecaji, dovedena toplina i odvedeni rad, a  $dU$  diferencijal promjene unutarnje energije kao funkcije termodinamičkog stanja objekta. Formulacija (7.10) je izraz najšireg eksperimentalnog iskustva, a to je iskustvo, da je suma malih količina dovedene topline i rada tijekom svake zatvorene (cyclic) promjene stanja nula. Time se sa (7.10) izražava veliko otkriće da svaki makrofizički objekt ima jednu veličinu stanja zvana unutarnja energija, iako ni ona ni njena promjena nisu izravno dostupne mjerenu. Po istom najširem iskustvu ta veličina ima u općem slučaju vrlo različite aditivne dijelove. Jedan od tih oblika unutarnje energije jest i suma kinetičkih energija dijelova promatranog objekta, ali definiranih u posebnom stajalištu, stajalištu termodinamičkog promatrača. Time je Prvi zakon zapravo opći makrofizički zakon o postojanju i očuvanju energije, otkriven iz tog stajališta. O očuvanju zato, što je za izolirani objekt ( $\delta Q_{suppl} = 0$ ,  $\delta W_{done} = 0$ ) energija u svim mogućim procesima prema (7.10) konstantna.

Budući da se zakoni termodinamike, pa i njen „prvi zakon“, daju u standardnoj formulaciji\* bez prethodne eksplicitne definicije stajališta, ostaje da otkrijemo koje je to stajalište. Bez toga se ne bi mogla ispitati veza dvaju nezavisno izvedenih zakona – zakona o promjeni mehaničke energije (7.9) i zakona o postojanju i očuvanju unutarnje energije (7.10).

Kao prvi korak u tome smjeru primijetimo slijedeće. U specijalnom slučaju definiranom s  $\delta Q_{suppl}$  i  $\delta W_{fr} = 0$  promjena mehaničke energije u CMNR-u poklapa se s promjenom unutarnje energije u termodinamičkom stajalištu. U tom slučaju radi se o poklapanju kako relacija (7.9) i (7.10), tako i u njima sadržanih pojmova. A zbog jedinstvenosti fizikalne slike svijeta, isti zaključci ne bi bili mogući da i stajališta promatrača u relacijama (7.9) i (7.10) nisu ista.

### Standardna formulacija i izbor stajališta

Termodinamika se ne izvodi iz Newtonove mehanike, pa gornji zaključak o poklapanju stajališta u specijalnom slučaju može biti samo indicija da bi zaključak o istom stajalištu u relaciji (7.9) i u (7.10) mogao biti taj, da je (7.9) specijalan slučaj općenitije (7.10).

Vođeni ovom indicijom, vratimo se sad na standardnu formulaciju termodinamike. Iako ovo „standardna“ nije jednoznačno određen pojam, nećemo puno pogriješiti ako pod standardnom mislimo na jednu od ekvivalentnih formulacija koje sadrže pet temeljnih (fundamental) zakona, od kojih se neki nazivaju i postulati (postulates), a neki glavni stavci (principles) ili samo zakoni (laws). U jednoj od takvih formulacija je prvi temeljni zakon „prvi postulat ravnoteže“, drugi je „drugi postulat ravnoteže“ ili „nulti (zeroth) zakon“, treći je „prvi glavni stavak“ ili „prvi zakon“, četvrti je „drugi glavni stavak“ ili „drugi zakon“, peti je samo „treći zakon“ [24] ili „treći glavni stavak“ (u [25]). Ima više autora koji termodinamiku formuliraju s četiri temeljna zakona, ne navodeći među njima prvi postulat o ravnoteži. No implicitno ga imaju, jer pomoću njegova sadržaja definiraju pojam ravnotežnog stanja (equilibrium state). Dovoljno je da navedemo na primjer (for instance?) [26] i [27]; u [26] se „treći zakon“ imenuje Nernstovim teoremom.

Dakle, dio standardne formulacije je i prvi od pet njenih temeljnih zakona, poznati „prvi postulat ravnoteže“. Po njemu, u izoliranom tijelu se spontano uspostavlja ravnotežno stanje, koje se bez vanjskih utjecaja više nikada ne

---

\* Bliže definirana u nastavku

mijenja. Taj „postulat“ se odnosi na nešto, što karakterizira sve u termodinamici promatrane objekte i sva njihova stanja, neravnotežna i ravnotežna. Njegov sadržaj nije rezultat traženja relacija uzročnosti (između uzroka i posljedica) ni u najširem smislu, nego je to rezultat samih brojnih zapažanja i mjerena nekih, većine, ili svih izravno mjerljivih makrofizičkih veličina objekta u odsustvu svih vanjskih termodinamičkih utjecaja. Viđenje sadržaja „prvog ravnotežnog postulata“ prethodilo je na određen način otkriću *sva četiri ostala zakona* u standardnoj formulaciji. Na koji način?

Viđenje toga sadržaja značilo je da se za termodinamičkog promatrača **u odsustvu** vanjskih utjecaja (rada i topline) **ravnotežno stanje tijela ne mijenja**. A ako je promatrač u stajalištu u kome se spontana promjena do ravnotežnog stanja vidi, nakon čega prestaje, onda stajalište iz kojega promatrač to vidi, **uzročno omogućava da iz istog stajališta otkrije sve zakone termodinamike**. A zakoni su onda samo nulti, prvi, drugi i treći iz standardne formulacije. Sam „prvi ravnotežni postulat“ onda nije zakon (koji se odnosi na prirodu), nego je uvjet neumiješanosti promatrača u promatrano.

L.D. Landau i E.M. Lifschitz u [4] dolaze do skoro istog zaključka o stanju termodinamičke ravnoteže za tijela s rotacijom. U njemu se govori o termodinamičkoj ravnoteži za tijela s rotacijom kad su ta tijela u pogledu mehaničkih i termodinamičkih utjecaja zatvoreni (closed) sustavi. Međutim, ovdje je izvedeno da tijelo s rotacijom može biti u termodinamički ravnotežnom stanju i ako je podvrgnuto homogenom ubrzaju. Taj općenitiji zaključak slijedi izravno iz CMNR sustava referencije, odnosno koristeći se kriterijem za izbor referentnog stajališta u termodinamici. Jer, homogenim ubrzanjem tijelo ne trpi termodinamički utjecaj ni radom deformacije, ni radom rotacije, pa - ako nema ni izmjene topline - ono je termodinamički izolirano pa postignuto ravnotežno stanje nužno sadrži i ravnotežnu rotaciju kako i traži kriterij, odnosno bez obzira je li tijelo i ubrzano ili nije.

S gore izvedenim zaključkom o CMNR stajalištu i sustavu referencije u termodinamici slažu se i dvije slijedeće činjenice. Prva se tiče same induktivne znanstvene metode istraživanja. Naime, ona ne kaže eksplicitno, ali se podrazumijeva, da se ne mogu formulirati zakoni, a da prethodno nije izabранo određeno i plodonosno stajalište promatrača. Druga je činjenica upravo formalna konzistentnost i kompletost standardne formulacije termodinamike. Baš zato, što je ona konzistentna i kompletna, u njenih „pet temeljnih zakona“ mora implicitno biti sadržan i kriterij, koji definira stajalište u kojem ta formulacija vrijedi. Jer,

kao što je kao očigledna istina rečeno već u uvodu, viđenje prirodnih zakona i njihove formulacije općenito zavise od stajališta promatrača.

No kako je moguće da je standardna formulacija konzistentna i kompletna, a da uopće ne pozna ovdje uveden kao bitan pojam *kriterija* za izbor stajališta? Odgovor je u slijedećem: Razlog je taj, što je za svaku tehničku primjenu potpuno svejedno je li neki sadržaj zadovoljen kao kriterij za izbor stajališta, ili je – pogrešno – njegov sadržaj uvršten među prirodne zakone. Za tehničku primjenu važno je samo da je za promatrača taj sadržaj zadovoljen, bilo kao jedno, bilo kao drugo.

Dakle, u pogledu same formalne primjene termodinamike, polaženje od njenih „pet (temeljnih) zakona“ potpuno je funkcionalno i dovodi do točnih rezultata. S druge, pak, strane, sa stajališta primjene induktivne znanstvene metode, polaženjem od „pet zakona“ u standardnoj formulaciji pravi se *rafinirana, ali vrlo krupna pogreška*: falsificira se ispravan odnos između stajališta promatrača i samih zakona. Konkretno, *sadržaj kriterija, koji se odnosi na promatrača, „podmetnut“ je među zakone, koji se odnose na prirodu*.

Ovaj zaključak ima potencijala da promijeni jednu od polaznih paradigm u fizici. Naime, da znanstvenik u EPT znanostima nije u svome istraživanju načelno ničim ograničen. No postojanje kriterija (ne)umiješanosti promatrača ima i svoju primjenu u EPT znanostima; o njoj će biti riječi posebno i u desetom radu Zbornika.

## PRIMJENA KRITERIJA NEUMIJEŠANOSTI PROMATRACA

### 8. Rotacija tijela – mehanika ili termodinamika?

Neven Ninić, Damir Sedlar

Poznato je da je inercijalni sustav referencije uvjet za formulaciju i primjenu zakona Newtonove mehanike. No njeni se zakoni odnose izvorno po Newtonu samo na translatornu sastavnicu gibanja tijela, to jest na gibanje tijela kao „materijalnih točaka“. Te točke nisu matematičke, nego su tjelesni objekti s konačnom masom kojih se dimenzije pa i rotacija mogu zanemariti u odnosu na udaljenost od promatrača i na prijeđena rastojanja tijekom gibanja.

Zakoni mehanike, izvorno formulirani za materijalne točke, ne mogu prestati vrijediti kada se promatrač približi tijelu. Tada bi ga u općem slučaju vido tek kao skup materijalnih točaka s raznim brzinama, umjesto s jednom, kada ga gleda iz dovoljne udaljenosti. Ali izvorno formulirani zakon gibanja može se primijeniti na sve materijalne točke koje čine tijelo pojedinačno. I kad se u mislima sve dobivene jednadžbe zbroje, mora se dobiti isti izvorno formulirani zakon gibanja svakog tijela kao jedne materijalne točke, koja je tijelo predstavljala u okolnostima kada je promatrač bio dovoljno udaljen od njega. Dakle, suma svih sila na djeliće, kada je promatrač blizu tijela, mora dati istu vektorsku sumu svih **vanjskih** sila, kakva je bila i kad je udaljeno tijelo predstavljala jedna materijalna točka, s masom cijelog tijela.

Da bi to bilo zadovoljeno, mora vektorska suma svih unutarnjih sila između djelića u tijelu biti nula; to jest, pri mehaničkoj interakciji između dvaju tijela, pa i samih materijalnih točaka kao dijelova tijela, mora vrijediti zakon akcije i reakcije – Newtonov treći zakon mehanike: sile između tijela u kontaktu su jednakе po veličini, a suprotne po smjeru. I treće što mora biti zadovoljeno jest da postoji jedna točka zvana centar mase ( $cm$ ) tijela i njena brzina  $\vec{v}_{cm}$ . Ta točka, s ukupnom masom tijela, jest ona materijalna točka koja predstavlja cijelo tijelo i kada mu je promatrač blizu, pa brzinu tijela ne vidi kao jedinstvenu. Odredimo koja je to.

Uzmimo slučaj kada je tijelo relativno blizu promatrača pa ne izgleda kao materijalna točka, nego je skup takvih točaka. Količina gibanja  $\vec{P}$  tijela je aditivna veličina njegovih dijelova, pa prema rečenom definira i brzinu njegova „centra mase“  $\vec{v}_{cm}$  kao jedinstvene materijalne točke ukupne mase  $M$  sa

$$\vec{P} = M\vec{v}_{cm} = \sum_i m_i \vec{v}_i \quad (8.1)$$

To prema zakonu gibanja i po definiciji centra mase  $\vec{r}_{cm}$  znači

$$\frac{d}{dt}(M\vec{r}_{cm}) = \frac{d}{dt}\left(\sum_i m_i \vec{r}_i\right) \quad (8.2)$$

i (u graničnom slučaju ne-relativističke mehanike)

$$\vec{r}_{cm} = \frac{(\sum_i m_i \vec{r}_i)}{M} \quad (8.3)$$

čime se i u svakom slučaju može definirati točka kojom je cijelo tijelo predstavljeno kao jedna materijalna točka mase  $M$ .

\* \* \*

S centrom mase i njegovom brzinom tijela imaju samo translatornu sastavnicu općeg tipa gibanja (o kojoj je u izvornoj Newtonovoj mehanici jedino bila riječ). Druga, translaciji aditivna sastavnica gibanja, jest rotaciono gibanje tijela. Međutim, ono je u općem slučaju složeno, a cijela je podjela gibanja tijela dolje prikazana shematski.

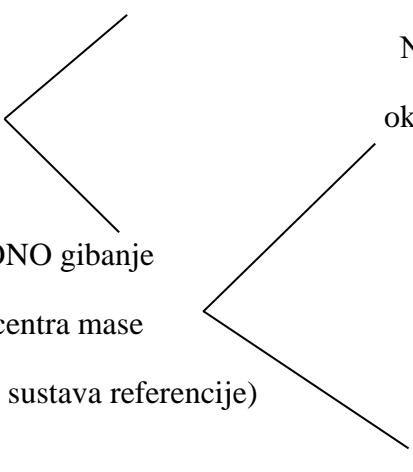
TRANSLATORNO definirano

brzinom centra mase  $cm$

(iz inercijalnog sustava referencije)

TERMODINAMIČKI -

NERAVNOTEŽNO ROTACIONO gibanja tijela  
oko dvije osi kroz centar mase (rotacija s precesijom)

  
ROTACIONO gibanje  
tijela oko centra mase

(iz CMNR sustava referencije)

TERMODINAMIČKI -

RAVNOTEŽNO ROTACIONO gibanje oko  
jedne od glavnih osi kroz centar mase

Sve što je rečeno za translatornu sastavnicu gibanja tijela (kao materijalne točke mase  $M$  u centru mase) vrijedi u inercijalnom sustavu referencije i čini Newtonovu mehaniku (i mehaniku uopće). A sve ono što je kao mehanika rotirajućih tijela izvedeno nakon Newtona, sredinom XVIII. stoljeća (L. Euler, J. le Rond d'Alambert), izvedeno je za kruta tijela kao sustave sastavljene iz materijalnih točaka, sve po zakonima Newtonove mehanike za te točke.

Međutim, obično prolazi „ispod radara“ da izvedeni zakoni rotacionog gibanja krutih tijela vrijede ustvari za centar-maseni sustav referencije bez rotacije, a ne samo za inercijalni, dakle i za ubrzano gibanje centra mase. Ali CMNR je, kao što je pokazano u prethodnom izlaganju, sustav referencije jedne **druge temeljne znanosti, koja u XVIII. stoljeću nije ni postojala**, naime termodinamike. „Unutarnja energija“, viđena iz ovog stajališta, sadrži u općem slučaju i kinetičku energiju nastalu kako **deformacijom**, tako i **rotacijom tijela** [3]. No ovdje se konstatira da je posljedica toga da prvi zakon termodinamike u općem slučaju **mora** sadržavati i oblike energije stečene rotacijom kao aditivne dijelove unutarnje energije, a isto tako i odgovarajuće oblike rada vanjskih tijela kao vanjskih utjecaja. To je implicate sadržano već u [23]. Dva oblika energije „mehaničke prirode“, vezana za deformaciju i rotaciju tijela pripadaju termodinamici, kao što joj pripadaju i članovi na primjer „kemijske prirode“. Pri tome su opisni pridjevi „mehaničke“ i „kemijske“ samo uvjetni i pripadaju „žargonu“, dok je opća priroda svih tih energija samo „unutarnja“ i jedino kao takva opća figurira u Prvom zakonu. Vrijedi i obratno: bez uzimanja u obzir i tih dijelova unutarnje energije zakoni termodinamike se u općem slučaju za njenog promatrača ne mogu izraziti.

Evo još jedne činjenice koja ide u prilog opće podjele svih procesa na one sa zakonima formuliranim u inercijalnom sustavu referencije (koji karakteriziraju mehaniku i elektrodinamiku) i na one druge, sa zakonima u CMNR sustavu referencije (koji karakteriziraju termodinamiku). Naime, takvu podjelu podržava primjena načela relativnosti i izvan makrofizike, na primjer na proces raspada  $K^+$  mezona (kaona). Kao nestabilna elementarna čestica on se raspada u raznim postotcima na razne načine:



itd. . . .

Prema mjeranjima, ovi su rezultati nezavisni od brzine kaona, tj. vrijede u svakom inercijalnom sustavu referencije. Ta nezavisnost sastava čestica - kćeri od sustava referencije slijedi iz primjene načela relativnosti, tako da u suprotnom to načelo ne bi vrijedilo [28]. U nastavku se

na istom mjestu kaže: brzine čestica - kćeri pritom, razumljivo, nisu iste, odnosno nisu jednake u raznim inercijalnim sustavima referencije (za razne brzine kaona).

Ovdje se može postaviti pitanje što je posrijedi: da li fizički zakoni jesu isti u svim inercijalnim sustavima referencije, a proistekla gibanja nisu, ili je ovdje po srijedi nešto drugo. A to drugo bila bi još jedna potvrda da inercijalni sustavi referencije nemaju u fizici monopol na formuliranje univerzalnih zakona: zakoni procesa raspada možda spadaju u one koje treba promatrati i formulirati u CMNR sustavu referencije, kao i termodynamičke. Iz toga stajališta bi ne samo sastav produkata raspada, nego i pripadne brzine čestica - kćeri mogli biti nezavisne od brzine kaona\*.

### Pregled rotacionih veličina stanja u CMNR sustavu referencije

Vanjski utjecaj vezan za rotaciono gibanje tijela u termodinamičkom sustavu referencije jest vanjski rezultantni spreg sila  $\vec{S}_r$  (indeks  $d$  na Sl. 9.2 označava deformaciju); karakteristično mehaničko svojstvo tijela u ovom sustavu referencije su rotacioni momenti inercije za sve moguće osi rotacije koje prolaze kroz njegov centar mase; termodinamičke veličine stanja mehaničke prirode su moment količine gibanja tijela  $\vec{L}$ , kutna brzina  $\vec{\omega}$  i kinetička energija rotacionog gibanja  $E_{k\ rot}$ . Dakle riječ je o rotiranju slobodnog tijela ili tijela s jednom nepokretnom točkom, u centru mase, kojemu sve moguće osi rotacije prolaze kroz tu točku tijela. Usporedimo vektore  $\vec{L}$  i  $\vec{\omega}$  u općem slučaju prema

$$\vec{L} = \sum_i m_i \vec{r}_i \times \vec{v}_i = \sum_i m_i \vec{r}_i \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_i) \quad (8.4)$$

gdje je  $\vec{r}_i$  vektor položaja djelića tijela u CMNR sustavu referencije. Vidi se da u općem slučaju  $\vec{L}$  i  $\vec{\omega}$  nisu kolinearni. Kao što je poznato, među svim mogućim centar masenim osima rotacije u odnosu na tijelo postoje i tri međusobno okomite „glavne centar-masene osi“  $x, y, z$ , sa svojim „glavnim momentima inercije“  $I_x, I_y, I_z$ , pri rotaciji oko kojih su vektori  $\vec{L}$  i  $\vec{\omega}$  kolinearni. S druge strane, pri rotaciji tijela oko proizvoljne osi s kutnom brzinom  $\vec{\omega}$ , može se ta rotacija svesti na sumu od tri simultane rotacije oko osi  $x, y$  i  $z$ , s kutnim brzinama  $\omega_x, \omega_y$  i  $\omega_z$  kao projekcijama  $\vec{\omega}$  na te osi. Otuda slijede relacije

$$L_x = I_x \omega_x, \quad L_y = I_y \omega_y, \quad L_z = I_z \omega_z \quad (8.5)$$

Isto tako, kinetičku energiju rotacije možemo izraziti kao

---

\* Treba provjeriti na Katedri za fiziku

$$E_{k\ rot} = \frac{1}{2} (I_x \omega_x^2 + I_y \omega_y^2 + I_z \omega_z^2) \quad (8.6)$$

Ili

$$E_{k\ rot} = \frac{1}{2} \left( \frac{L_x^2}{I_x} + \frac{L_y^2}{I_y} + \frac{L_z^2}{I_z} \right) \quad (8.7)$$

Ili

$$E_{k\ rot} = \frac{1}{2} (L_x \omega_x + L_y \omega_y + L_z \omega_z) = \frac{1}{2} \vec{L} \cdot \vec{\omega} \quad (8.8)$$

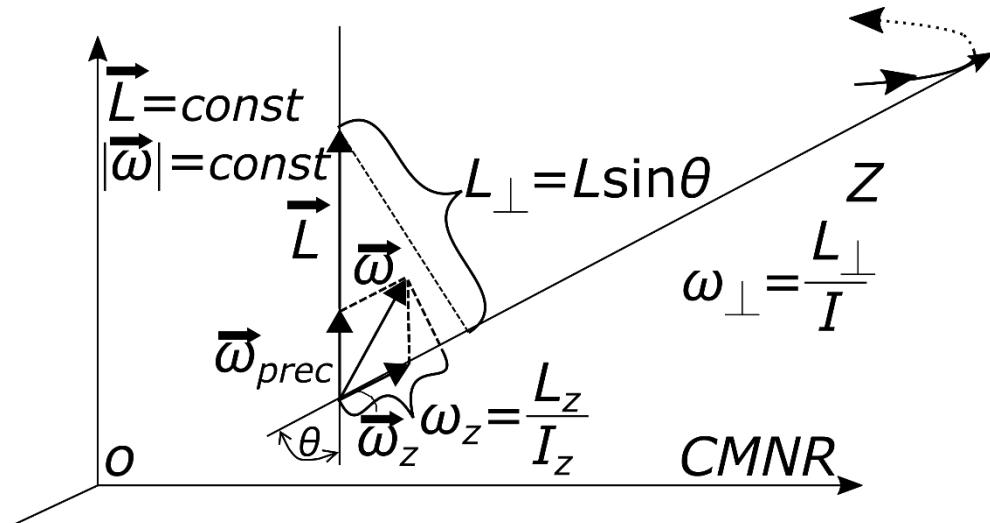
Usvojimo za promatrano stanje da je tijelo kruto i slobodno, to jest da vrijedi

$$\vec{S}_R = \frac{d\vec{L}}{dt} = 0, \text{ a time da je ne samo } \vec{L} = \text{const}, \text{ nego i } E_{k\ rot} = \text{const}. \quad (8.9)$$

Radi jednostavnosti neka je u nastavku izlaganja tijelo „simetrični zvirk“ sa

$$I_x = I_y = I \neq I_z \quad (8.10)$$

Prikažimo sad na Sl 8.1, u CMNR sustavu referencije, veličine  $\vec{L}$ ,  $\vec{\omega}$  i njihove



Sl. 8.1. Glavne termodinamičke veličine mehaničke prirode za slobodno rotirajuće simetrično tijelo

različite odnose prema glavnim osima i osima CMNR stajališta [3]. Projekcija vektora  $\vec{\omega}$  na glavnu os z ( $\omega_z$ ) predstavlja brzinu rotacije oko osi z. Međutim  $\vec{\omega}$

se može rastaviti i na dvije komponente  $\vec{\omega}_{prec}$  i  $\vec{\omega}_z$  na slici 8.1. Pri tome samo  $\vec{\omega}_{prec}$  definira precesiono okretanje vektora  $\vec{\omega}$  oko pravca  $\vec{L}$  u CMNR sustavu referencije.  $\theta$  je kut između glavne osi  $z$  i pravca  $\vec{L}$ , pa prema slici vrijedi

$$|\vec{\omega}_{prec}| \sin \theta = \frac{\vec{L} \sin \theta}{I}$$

tj.

$$|\vec{\omega}_{prec}| = \frac{\vec{L}}{I} \quad (\vec{L} = |\vec{L}|) \quad (8.11)$$

Nakon ovoga prikaza osnovnih veličina rotacionog gibanja tijela, možemo ga i dopuniti onim što slijedi iz relacija (8.5) – (8.11). Za (8.10) se (8.7) svodi na

$$E_{k\ rot} = \frac{1}{2} \frac{L_x^2 + L_y^2}{I} + \frac{1}{2} \frac{L_z^2}{I_z}, \text{ a uz } L^2 = L_x^2 + L_y^2 + L_z^2 \text{ to daje}$$

$$E_{k\ rot} = \frac{1}{2} \frac{L^2}{I} + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{I_z} - \frac{1}{I} \right) L_z^2 \quad (8.12)$$

Zbog  $\vec{L} = \text{const}$  i  $E_{k\ rot} = \text{const}$  slijedi

$$L_z = \text{const} \quad (8.13)$$

A s (8.5) i

$$\omega_z = \text{const} \quad (8.14)$$

Dalje je s (8.10)

$$E_{k\ rot} = \frac{1}{2} I (\omega_x^2 + \omega_y^2) + \frac{1}{2} I_z \omega_z^2 = \frac{1}{2} I \omega^2 + \frac{1}{2} (I_z - I) \omega_z^2$$

Zbog  $\omega = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2}$  slijedi i

$$|\vec{\omega}| = \text{const} \quad (8.15)$$

Konačno iz (8.8) slijedi i da je

$$\alpha(\vec{L}, \vec{\omega}) = \text{const} \quad (8.16)$$

Iz relacija (8.12) – (8.16) slijedi da zajedno s  $\vec{\omega}$  rotira i sama glavna os z zajedničkom brzinom precesije (8.11).

Svuda smo se do sada držali čisto mehaničke prirode rotacionog gibanja tijela, ne uzimajući u obzir utjecaj različitih oblika unutarnjeg trenja, odnosno tijelo je bilo strogo kruto. Dopustimo sad da je tijelo, kao i svako realno tijelo, manje ili više deformabilno. U tom slučaju  $E_{k \text{ rot}}$  neće u svakom stanju ostajati konstantno: pri svakoj rotaciji koja nije interno ravnotežna ta energija mehaničke prirode će se smanjivati, sve do postizanja potpuno ravnotežnog rotacionog stanja, s  $\vec{L} = \text{const}$  i sa za to potrebnom minimalnom energijom  $E_{k \text{ rot}}$ . To je pak ona koja odgovara rotaciji bez precesije oko glavne osi s najvećim momentom inercije. Naime, samo u tom slučaju neće u tijelu biti promjenljivih inercijalnih sila koje dovode do periodičnih deformacija, a samim time i do unutarnjeg trenja, pada  $E_{k \text{ rot}}$  i rasta entropije. Iz (8.12) slijedi da je  $E_{k \text{ rot}}$  minimalna kad je  $I_z > I$  i  $L_z$  maksimalno, tj. jednako  $\vec{L}$  ( $\theta = 0$ ). Tada je

$$E_{k \text{ rot}}^{\min} = \frac{\frac{1}{2} L^2}{I_z} \quad (8.18)$$

I općenito, u slučaju slobodne rotacije realnog tijela proizvoljnog oblika sa  $I_z > I_x > I_y$  iz (8.7) slijedi

$$E_{k \text{ rot}} = \frac{1}{2} \left( \frac{L_x^2}{I_x} + \frac{L_y^2}{I_y} + \frac{L_z^2}{I_z} \right) = \frac{1}{2} \left[ \frac{L_x^2}{I_x} + \frac{L_y^2}{I_y} + \frac{(L^2 - L_x^2 - L_y^2)}{I_z} \right] = \dots$$

$$\dots = \frac{1}{2} \frac{L^2}{I_z} + \frac{1}{2} L_x^2 \left( \frac{1}{I_x} - \frac{1}{I_z} \right) + \frac{1}{2} L_y^2 \left( \frac{1}{I_y} - \frac{1}{I_z} \right)$$

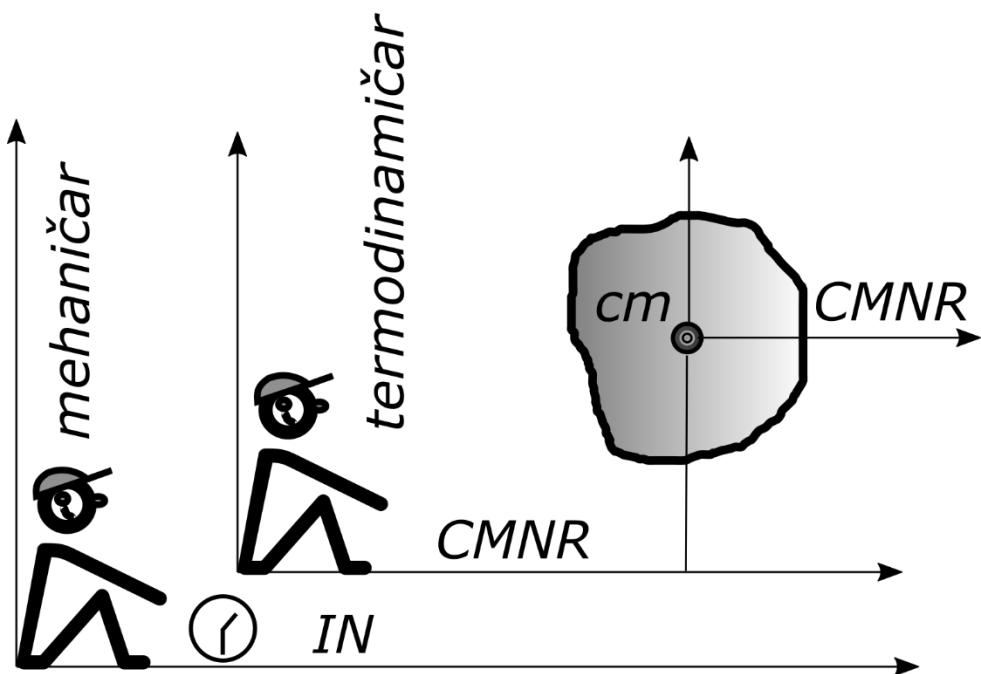
$E_{k \text{ rot}}$  je minimalna za  $L_x = L_y = 0$ , to jest za  $L_z = L$  i  $\theta = 0$ , dakle

$$E_{k \text{ rot}}^{\min} = \frac{1}{2} \frac{L^2}{I_z} = \frac{1}{2} \frac{L^2}{I_{\max}} \quad (8.19)$$

## 9. Komplementarnost mehanike i termodinamike

Neven Ninić, Ivan Tolj

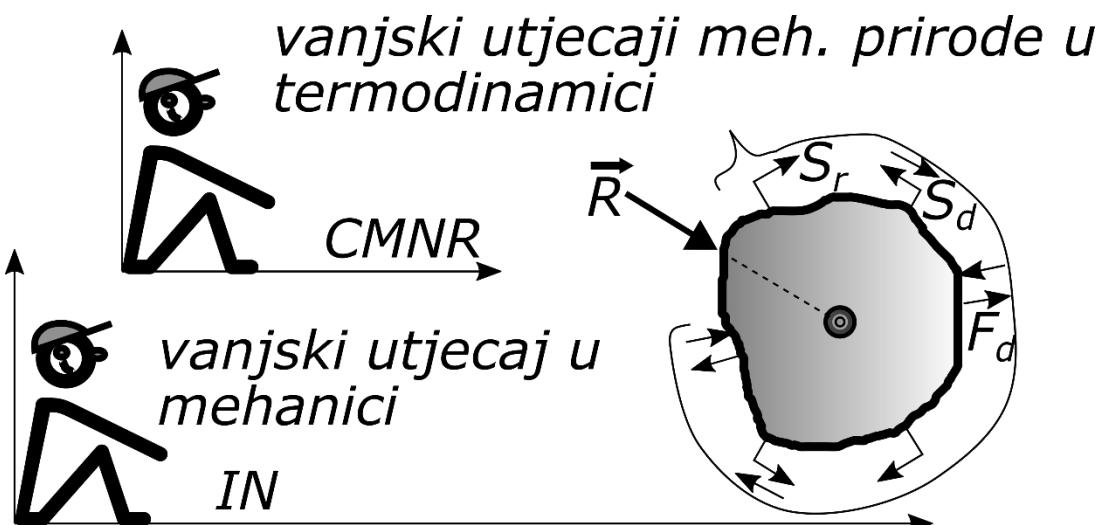
Na slikama 9.1 i 9.2 ilustrirana je fizička komplementarnost između mehaničkog kuta gledanja iz inercijalnog (IN) stajališta i termodinamičkog, centar-masenog bez rotacije (kružić oko točke  $cm$  simbolizira da tijelo može rotirati oko bilo koje osi kroz  $cm$ , ali promatrač u CMNR ne). Ovaj zaključak već iz sedmog i osmog rada na Seminaru samo je djelomično nov. Zato se na njemu nećemo duže zadržavati, već ćemo ga ugraditi u shemu komplementarnosti mehanike i termodinamike. Bit će to na prirodnoj osnovi njihovih različitih i komplementarnih sustava referencije, odnosno stajališta promatrača.



Sl. 9.1 Komplementarni sustavi referencije u mehanici i u termodinamici

U vezi sa samom rotacijom tijela kao cijeline može se postaviti pitanje: je li ono, kao i translatoryno gibanje, samo relativno, u odnosu na neko drugo tijelo ili nije, nego je neki apsolutni fenomen gibanja tijela, za razliku od njegova translatorynog gibanja? Odgovor je da ima apsolutni značaj, ali da mu pritom ne treba nikakvo drugo apsolutno nepokretno tijelo za izražavanje gibanja. Ono je – kao i druge termodinamičke veličine „mehaničke prirode“ – određeno samo u odnosu na vlastiti CMNR sustav referencije i spoznatljivo je po tome što rotaciju prati posebno stanje unutarnjeg naprezanja i deformacija samoga promatranog tijela.

Ovo postojanje posebnog unutarnjeg stanja koje svjedoči o absolutnoj rotaciji ne mora se ustvrditi složenim izravnim mjeranjima. Lakše je osigurati praktično nerotirajuće stanje laboratorija (može se provjeriti relativno jednostavnim instrumentom [28]); odatle se, kao iz CMNR- sustava referencije, može promatrati termodinamičko stanje tijela koje je predmet proučavanja.



Sl. 9.2 Vanjski utjecaji mehaničke prirode u mehanici i u termodinamici

Uz opisanu komplementarnost mehaničkog i termodinamičkog sustava referencije ide i napomena da inercijalni mehanički promatrač na slici 9.1 mora među svojim mernim instrumentima imati i sat, što više cijeli niz satova vezanih uz svako mjesto svog sustava referencije\*.

Međutim, sat nije mehanički stroj, koji je samo mehaničke (ili elektrodinamičke) prirode. Točnije, on je „termodinamički motor“ koji radi u „praznom hodu“, ima brojčanik kao „brojač okretaja“ [5], [16], a kao izvor radne sposobnosti koristi potencijalnu energiju utega u vanjskom polju sile ili radnu sposobnost deformirane opruge. Također je izvedeno (idem) da je vrijeme koje svaki sat pokazuje proporcionalno gubitku radne sposobnosti sata, a ona je u ovom slučaju jednaka količini topline koju sat predaje okolini. Tako da su termodinamika, mehanika i elektrodinamika komplementarni, ali međusobno povezani vidici jedinstvenog materijalnog svijeta.

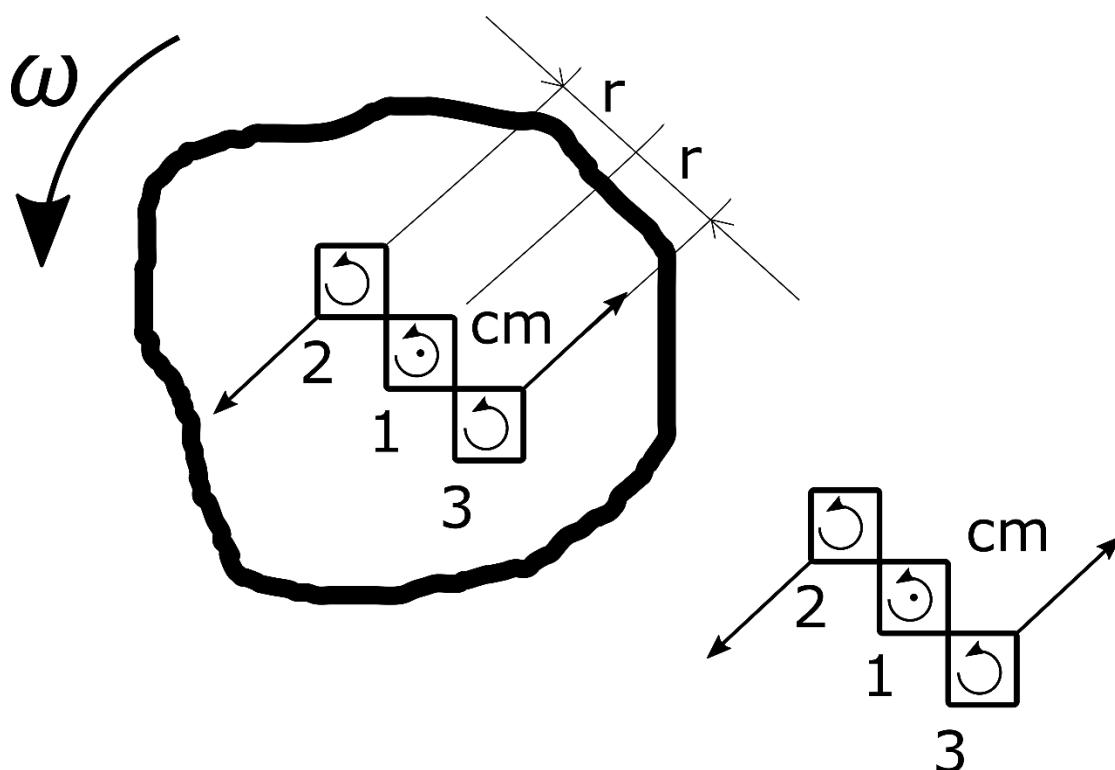
---

\* Vidjeti članak Prepravka Galileievh transformacija .... u 5. radu Zbornika

## 9.1. Termodinamička „apsolutnost“ rotacije i „daleke zvijezde“

Vidjeli smo dokaze da je rotaciono gibanje vezano za termodinamički sustav referencije i da je kao takvo dio cjeline termodinamičkih fenomena, ili bolje: fenomena koje treba opisivati iz stajališta termodinamike. U tome smislu fenomen rotacije tijela i energije vezane za rotaciju definirani su lokalno i apsolutno, termodinamičkim stanjem samog tijela, a ne onako kao translatorna sastavnica gibanja, samo u odnosu na neko drugo tijelo. Vektori momenta količine gibanja  $\vec{L}$  i kutne brzine  $\vec{\omega}$  su veličine termodinamičkog stanja, samo što su - specijalno - mehaničke prirode.

Zadržimo se na jednoj posljedici ovih ustanovljenih činjenica. Promatrajmo rotirajuće tijelo kao termodinamički objekt, izoliran od drugih tijela i – do daljnega – u internoj termodinamičkoj ravnoteži. Podijelimo ga u mislima na male dijelove označene indeksom  $i$  i uočimo jednu cjelinu od tri takva posebna dijela, s indeksima  $1, 2$  i  $3$  na Sl. 9.3. Cjelokupno tijelo, a time i izdvojena cjelina  $1-2-3$ , rotira oko svog centra mase  $cm$  istom kutnom brzinom  $\vec{\omega}$ . Njena je kinetička energija relativnog gibanja u njenom CMNR sustavu  $U_{k\ 1-2-3}$ . Vrijedi



Sl. 9.3. Rotirajuće tijelo i jedna njegova cjelina

$$U_{k \ 1-2-3} = \sum_i E_{k \ rot} + \sum_i E_{k \ transl} \quad (9.1)$$

gdje se sumira po djelićima  $i = 1, 2, 3$ . Dalje je

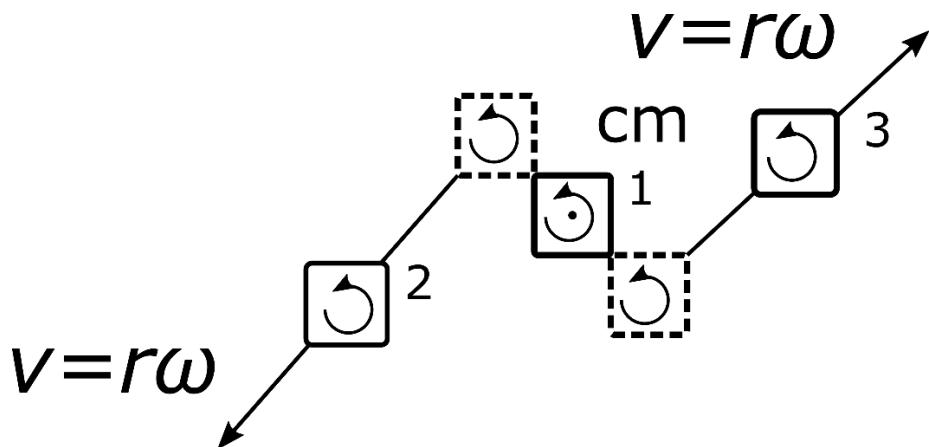
$$U_{k \ 1-2-3} = \frac{1}{2} I_1 \omega^2 + \frac{1}{2} [I_2 \omega^2 + m_2(r_2 \omega)^2] + \frac{1}{2} [I_3 \omega^2 + \frac{1}{2} m_3(r_3 \omega)^2] \quad (9.2)$$

gdje su  $r_i$  udaljenosti centra mase djelića od centra mase izdvojene cjeline,  $I_i$  centar-maseni momenti inercije triju djelića (neka je ovdje  $I_1 = I_2 = I_3 = I$ ),  $r_2 = r_3 = r$ , a  $m_i$  mase djelića, sve tri jednake  $m$ , i sve radi jednostavnosti u newtonovskoj aproksimaciji. Dakle

$$U_{k \ 1-2-3} = \frac{1}{2} \omega^2 (3I + 2mr^2) = \sum_{i=1,2,3} \left( \frac{1}{2} I_{i \ cm} \omega^2 \right) \quad (9.3)$$

gdje su  $I_{i \ cm}$  momenti inercije djelića u odnosu na os rotacije kroz centar mase cjeline  $1-2-3$ .

Recimo sad da se cijelo rotirajuće tijelo jednostavno raspalo na cjeline koje tom prilikom međusobno nisu razmijenile nikakav rad, to jest da mu je unutarnja energija jednostavan slučaj aditivne veličine stanja, da se tijelo raspalo bez eksplozije. I da – specijalno – pratimo što se zbiva sa skupinom djelića  $1-2-3$ , sa stajališta termodinamičkog promatrača, sada smještenog na djeliću  $1$  (Sl. 9.4).



Sl. 9.4 Sustav cjeline  $1-2-3$  nakon raspada tijela

Prema Sl. 9.4, za promatrača iz dijela  $1$ , sustav  $1-2-3$  se razdvojio na promatračevu tijelo  $1$ , i – nakon dovoljno vremena – na njemu prividno nepokretna udaljena tijela  $2$  i  $3$ . Uz to što  $1$  i dalje rotira brzinom  $\vec{\omega}$ , o kojoj svjedoči

termodinamičko stanje toga dijela, promatrač vidi i relativnu brzinu rotacije vlastitog tijela  $_1$  u odnosu na prividno nepokretna tijela  $_2$  i  $_3$ , i to s istom kutnom brzinom  $\vec{\omega}$ . Ovdje se ističe da je ona definirana njegovim vlastitim termodinamičkim stanjem, a ne s njegovom relativnom rotacijom prema djelićima  $2$  i  $3$  kao „apsolutno nepokretnima“.

Činjenica je da je ovako viđeno stanje termodinamički rezultat i da nema obilježje relativnog gibanja, u odnosu na bilo koje drugo tijelo. To je za Newtona bilo objašnjivo samo kao manifestacija absolutne nepokretnosti samog prostora, kao nužno postojećeg fizičkog entiteta. Činjenica da se i daleke prividno nepokretne zvijezde gibaju relativno prema promatranoj tijelu  $_1$  istom kutnom brzinom kojom on sam i stvarno rotira, *bila je za Ernsta Macha poticaj da smišlja, na koji to teško dokučivi način ostatak mase svemira, svojim relativnim gibanjem, mehanički utječe na promatrano tijelo!* Naime Mach je s jedne strane s pravom sumnjaо u to, da prostor kao samostalni fizički entitet uopće postoji, a s druge strane bio je i daleko od ideje da rotacija tijela uopće nije primarno mehanički fenomen.

\* \* \*

Prepostavimo sada da unutarnja energija tijela ne zavisi od njegova oblika, nego samo od njegova volumena, tako da je u ravnotežnom stanju tlak:

$$p = - \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_S \quad (9.4)$$

i da je unutarnja energija aditivna. No unutar takvog tijela može iz unutarnjih razloga doći do procesa porasta tlaka i do raspada tijela na sastavne dijelove, s odbojnim silama akcije i reakcije među njima. Te kontaktne sile među dijelovima redovito nisu centralne, pa dovode do ubrzavanja i istovremeno do utjecaja na stanje rotacije razdvojenih dijelova, sve u međusobno suprotnom smjerovima. Tako može doći do lančanog niza događaja sličnih onome posebnom opisanom slikom 9.4., ali umnoženom i ponavljanom s dodatnim usitnjavanjima i asocijacijama dijelova, te nastajanjem novih njihovih rotacija uz održavanje nekog početnog momenta količine gibanja, ako ga je na početku eksplozije uopće bilo.

Nakon dovoljno dugog vremena, pitajmo se što bi se vidjelo s bilo koga djelića prvobitnog tijela, djelića uzetog kao s indeksom  $_1$  na sl. 9.4., iz njegova CMNR sustava referencije? Vidjela bi se onakva situacija, kakvu je otprilike

otkrio E. Hubble 1929. u njemu vidljivom dijelu svemira: prividno „nepokretne zvijezde“ koje se udaljavaju to brže što su udaljenje od promatrača, i to po linearnom zakonu. A taj bi linearni zakon mogao biti posljedica linearne zavisnosti brzina  $v$  od radiusa  $r$  u rotacijama koje su prethodile sukcesivnim raspadima dijelova na Sl.9.4. Pritom bi se prividna približno zajednička rotacija „dalekih zvijezda“ po veličini poklapala sa stvarnom rotacijom vlastitoga dijela početnog tijela za svakog promatrača.

## 9.2. Konstantnost brzine svjetlosti i termodinamika

Činjenica da u svakom inercijalnom sustavu referencije teče njegovo posebno vrijeme formalno je izvedena u petom radu. Posljedica je to konstantnosti brzine svjetlosti u Einsteinovom postupku sinkronizacije svih lokalno raspoređenih satova u svakom inercijalnom sustavu referencije. Sam taj postupak sinkronizacije sastoji se od niza slijedećih događaja: emisije jednog bljeska svjetlosti u A u trenutku  $t_A^{em}$ , gibanja toga bljeska brzinom  $c$  do promatranog mesta B\*, refleksije zračenja na istom mjestu, u trenutku  $t_B$ , gibanja nazad istom brzinom i apsorpcije zračenja na polaznom mjestu A u trenutku  $t_A^{aps}$ . Zbog jednakosti brzine rasprostiranja svjetlosnog signala u oba smjera jednako je i proteklo vrijeme u oba smjera. Vrijedi zato:

$$\begin{aligned} t_B - t_A^{emisije} &= t_A^{apsorpcije} - t_B \\ t_B &= \frac{1}{2}(t_A^{emisije} + t_A^{apsorpcije}) \end{aligned} \quad (9.5)$$

Tu upotrijebljena absolutna jednakost brzine svjetlosti u oba smjera dokazana je Michelson - Morleyevim eksperimentima, ali bez ikakve ideje zbog čega je tako. U nastavku će se predložiti dokaz, da iz zakona termodinamike, primijenjenih na jedan posebni termodinamički objekt, slijedi nužnost da brzina svjetlosti u vakuumu bude baš takva - univerzalna konstanta.

Taj je poseban termodinamički objekt kvazikruto za zračenje nepropusno tijelo sa zatvorenom šupljinom, unutar koje se između nasuprotnih djelića površine te šupljine mogu izmjenjivati fotoni EM zračenja. Promatrajmo dakle šupljinu sa stjenkom kao heterogeni termodinamički objekt sastavljen od proizvoljne tvari i njome okruženog fotonskog plina, sve u termodinamičkoj ravnoteži. Bit će to ravnotežno stanje objekta potpuno određeno samom

\* B je mjesto EM kontakta s promatranim tijelom, ovdje u istom sustavu referencije u kome je i A.

zajedničkom termodinamičkom temperaturom  $T$ . Ovo potpuno određeno stanje uključuje između ostalog i potpunu određenost homogene gustoće unutarnje energije fotonskog plina u šupljini.

Unutarnja površina stjenke i priroda fotonskog plina su takve, da u ravnoteži oba oblika materije (stjenka i fotonski plin) izmjenjuju fotone emisijom, apsorpcijom i refleksijom na kontaktnoj površini. Sami fotoni u svom gibanju međusobno ne reagiraju, već se ravnotežno stanje uspostavlja samo posredstvom njihove interakcije sa stjenkom. A to stanje karakterizira sam ravnotežni fotonski plin kao ravnotežno (crno) zračenje u šupljini i istovremeno karakterizira „ukupnu svjetloću“ stjenke kao tok fotona s istim rasporedom po energijama kao i u fotona u šupljini. U tom slučaju se mehanizam održavanja termodinamičke ravnoteže, definirane zajedničkom temperaturom  $T$ , ostvaruje *vezom između ukupnog toka energije sa stjenke i stalne gustoće energije fotonskog plina u šupljini*, koja se tim stalnim tokom sa stjenke održava konstantnom. Ako ne bi bilo tako, objekt bi izišao iz termodinamičke ravnoteže, što bi bilo u suprotnosti s pretpostavljenom stalnom temperaturom i drugim zakonom termodinamike.

Razradimo prema [29] tu vezu stalnog dotoka energije crnim ukupnim zračenjem s unutarnjih površina stjenke i održanja konstantne specifične unutarnje energije fotonskog plina  $u_c(T)$ . Učinit ćemo to na jednom geometrijski jednostavnom primjeru, koji će imati opći značaj, jer ravnotežno stanje ne zavisi ni od geometrije, ni od materijala stjenke, ni od radijacionih svojstava njenih unutarnjih površina\*, nego samo od (homogene) temperature. Neka je dakle šupljina specijalno sferična, radijusa  $r$ , u centru koje razmatramo odnos tijeka fotona s jednog malog djelića površine  $\Delta F_c$  i njegova malog doprinosa unutarnjoj energiji fotonskog plina unutar jedne male prizme, veličine baze  $\Delta F$  i dužine  $c$   $\Delta t$ , gdje je  $t$  vrijeme, a  $c$  brzina fotona svjetlosti u odnosu na stjenku. Indeks  $c$  označava crno zračenje. Ta jednakost dotoka energije i njegova doprinosa unutarnjoj energiji  $\Delta u_c(T)$  glasi ovako (vidjeti Sl. 9.5):

$$\dot{E}_{n,c} \Delta F_c \left( \frac{\Delta F}{r^2} \right) \Delta t = \Delta F c \Delta t \Delta u_c(T) \quad (9.6)$$

Tu je  $\dot{E}_{n,c}$  energija emitirana u sekundi u smjeru okomitom na plohu  $\Delta F_c$ , po  $1 \text{ m}^2$  i unutar prostornog kuta  $1 \text{ radjan}$ ;  $\left( \frac{\Delta F}{r^2} \right)$  je stvarni mali prostorni kut  $\Delta\omega$  koji

---

\* Ustvari tu postoji samo jedno ograničenje: da ne bude baš cijela površina šupljine potpuno reflektirajuća, to je zahtjev za sve valne duljine.

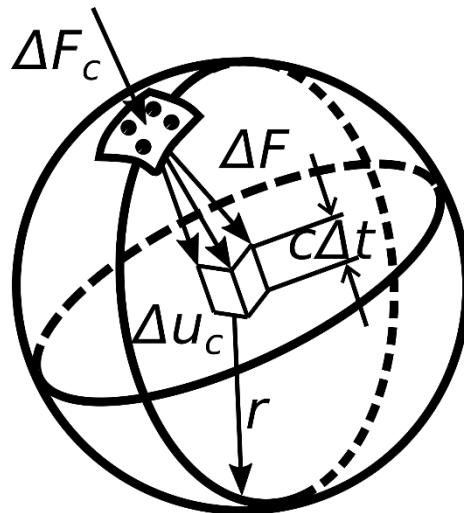
obuhvaća  $\Delta F$ , a  $\Delta u_c(T)$  doprinos u specifičnoj unutrašnjoj energiji fotonskog plina unutar cijele prozračene prizme s bazom  $\Delta F$ , a od strane plohe  $\Delta F_c$ . Analogni doprinosi od strane svih drugih djelića unutarnje površine dat će u sumi cijeli iznos  $u_c(T)$ . Prijelazom na diferencijalne priraštaje i sređivanjem slijedi

$$du_c(T) = \left( \frac{\dot{E}_{nc}}{c} \right) d\omega \quad (9.7)$$

i

$$u_c(T) = \int_0^{4\pi} \left( \frac{\dot{E}_{nc}}{c} \right) d\omega = \frac{4\pi \dot{E}_{nc}}{c} \quad (9.8)$$

Uz  $\dot{E}_c = \pi \dot{E}_{nc}$  slijedi  $u_c(T) = \frac{4\dot{E}_c}{c}$  gdje je  $\dot{E}_c$  energija emitirana u poluprostor u sekundi. Konačno, iz Stefan - Boltzmannova zakona



Sl. 9.5. Jeden mali doprinos u  $u_c(T)$  (s  $\Delta F_c$ ) u centru sfere fotonskog plina

$$\dot{E}_c = \sigma T^4 \quad (9.9)$$

gdje je  $\sigma$  Stefan - Boltzmannova univerzalna konstanta

$$\sigma = 5.667 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}$$

slijedi gustoća energije

$$u_c(T) = \frac{4\sigma T^4}{c} \frac{\text{J}}{\text{m}^3} \quad (9.10)$$

Već je rečeno da specifična unutarnja energija, i uopće termodinamičko stanje ravnotežnog fotonskog plina šupljini zavisi samo od zajedničke temperature - kao da su supstancija i EM zračenje u šupljini samo dvije faze iste materije u zajedničkoj ravnoteži (idem). Odatle za brzinu svjetlosti  $c$  u vakuumu i slijedi da mora biti univerzalna konstanta, kao što to i potvrđuju Michelson - Morleyevi eksperimenti.

\* \* \*

Pri rasuđivanju u ovom članku prepostavilo se da mehanizam prijenosa fotona tijekom vremena, kakav postoji prije uspostave termodinamičke ravnoteže, ostaje isti i u trenutku uspostave ravnoteže. No simultani prijenosi sa svih dijelova unutarnje površine šupljine (po satu promatrača) u tome se trenutku međusobno poništavaju.

Ovo se može predstaviti kao analogno onome kako se zbrajaju putujući i odbijeni val pri poprečnom titranju nategnute strune s nepomičnim krajevima: dva suprotna tijeka valova i energije, upućene s dva suprotna kraja strune, zbrajaju se prestajući da čine proces, dajući jedno nepromjenjivo stanje izoliranog tijela u trenutku uspostavljanja termodinamičke ravnoteže.

U tom trenutku, u sada ravnotežnom heterogenom tijelu sa šupljinom, vlastito vrijeme u tijelu prestaje protjecati, pa tako i procesi gibanja fotona u vremenu; naime prestaju protjecati svi (nepovrativi) procesi u objektu u cjelini [5]. Pritom sat promatrača svjedoči tome događaju (tj. „događaju“ da su u promatranom tijelu sa šupljinom prestali svi događaji koji su se do tog trenutka mogli registrirati).

## **O inercijalnom, slobodno padajućem i termodinamičkom stajalištu**

Usporedimo još jednom inercijalnog promatrača na površini Zemlje i promatrača u slobodno padajućem liftu. Onaj na površini Zemlje zadovoljava sve uvjete da iz toga stajališta izvede opće zakone mehanike, ali i sve uvjete za termodinamičkog promatrača, ako je u odnosu na njega promatrano tijelo nepokretno. U tom slučaju gravitacijska je sila uravnotežena površinskom i tijelo je zbog toga načelno deformirano. Druga je mogućnost za istog promatrača da promatra Zemlju i to tijelo kao jedinstven objekt, kojemu se međusobnim razdvajanjem (dovedenim radom) može povećati potencijalna energija kao jedan oblik ukupne unutarnje energije.

Za slobodno padajućeg promatrača smo već ustanovili da ne zadovoljava sve uvjete za otkriće općih zakona mehanike, što je pokazano u petom radu Zbornika (promatrač je to mogao zaključiti i promatranjem kroz prozor - nije mogao vidjeti nikakvo tijelo - izvor mehaničkog utjecaja na cijelu Zemlju, koja se za ovog promatrača giba ubrzano uvis).

Međutim, Einsteinov slobodno padajući promatrač, koji ne zadovoljava sve uvjete za inercijalnog mehaničkog promatrača, ispunjava sve uvjete za termodinamičkog promatrača. Isto se odnosi na ovakvog promatrača kao lokalnog i u nehomogenom gravitacionom polju. To što se u ovakvim stajalištima gravitacijska sila „prekriva“ inercijalnom ovome promatraču - za razliku prema onom mehaničkom - nimalo ne smeta: kao slobodno padajućeg ni gravitacijska, ni inercijalna sila ga ne deformira i ne rotira.

## 10. Primjena kriterija u slučaju parcijalne neumiješanosti

Neven Ninić

Vidjeli smo da u mehanici promatrač zadovoljava kriterij (svoje) neumiješanosti (u promatrano) u punim okolnostima njegove primjene onda, kada vidi da je ispunjen sadržaj „zakona inercije“. Ono „u punim okolnostima primjene“ znači u okolnostima kada na promatrano tijelo ne utječe mehanički ni jedno drugo tijelo. U „parcijalnim okolnostima“ znači da je stajalište takvo, da promatrač samo ne vidi jednoga od postojećih utjecaja (dakle da je samo „parcijalno neumiješan“ u promatrano), jer se promatrač giba upravo s tim utjecajem izazvanim ubrzanjem. Ili - može se reći i tako - da je stajalište takvo, da uz stvarne sile promatrač vidi i jednu koja je dodatna, inercijalna sila. Što biva ako i u tim nepotpuno zadovoljenim okolnostima (kojih može biti svjestan) promatrač ustanovi da mu je zadovoljen kriterij neumiješanosti?

\* \* \*

U petom radu u jednoj od takvih situacija, ali po nečemu ipak specijalnoj, nalazio se i Einsteinov „slobodno padajući“ promatrač (unutar kabine kao svog referentnog tijela). On iz toga neinercijalnog stajališta vidi da mu je u kabini zadovoljen kriterij neumiješanosti, pa iz te kabine može formulirati zakone mehanike istovjetne sa zakonima Newtonove mehanike, točnije mehanike teorije relativnosti. Iako on ne vidi da postoji jedan od vanjskih utjecaja (rezultantni utjecaj gravitacijskih sila intenziteta  $g$  na kabinu lifta, te na sva tijela u njoj i oko nje). Istovremeno, to ne utječe na točnost viđenja ubrzanja koja dolaze od svih drugih sila, osim gravitacijskih koje su u sumi dale ubrzanje  $g$ .

Pri tome treba smatrati da je taj unutarnji (slobodno padajući) promatrač svjestan okolnosti u kojima se nalazi, jer ima na raspolaganju dovoljno sredstava da to sazna. Tim stajalištem se ciljano i legitimno postiže to, da se

1. Rezultantna sila svih gravitacijskih djelovanja drugih tijela na njegovo referentno tijelo i na sva ostala koja promatra jest bez ikakvih vidljivih njenih učinaka zato, što sva slobodno padaju baš s njenim ubrzanjem  $g$ .
2. Pri tome se na sva ostala mehanička međudjelovanja, osim onog rezultantnog gravitacijskog, slobodnim padanjem ne utječe; ona ostaju ista kao što bi bila u inercijalnom sustavu referencije.

Sve ovo slijedi iz načela aditivnosti djelovanja vanjskih utjecaja i iz načela jednakosti gravitacijske i inercijske mase. Zbog toga dvoga zakoni mehanike za

slobodno padajućeg promatrača ostaju jednaki onima formuliranim u inercijalnom sustavu referencije, ali bez pojave sile gravitacije (i za  $g = 0$  gdje je nema, i za  $g \neq 0$ , gdje je ima). Po tim istim zakonima u stvarno inercijalnom sustavu referencije ( $g = 0$ ) i u slobodno padajućem ( $g \neq 0$ ) Einstein je izveo zaključak da se u oba slučaja radi i o istom „zakonu inercije“, kojega je po njemu opća formulacija ona za  $g \neq 0$ , praćena s općim načelom relativnosti. No, već smo u petom izlaganju naveli razloge zbog kojih je u ovom slučaju točnije govoriti samo o istim *primijenjenim kriterijima* za izbor sustava referencije, a ne o istim *zakonima*, niti o istim njihovim *formulacijama*. U prvom slučaju, s  $g = 0$  okolnosti primjene kriterija su pune (nema ubrzanja – nema sila), a u drugom ( $g \neq 0$ ) okolnosti primjene su **parcijalno zadovoljene**, jer jedna od sila nije nula, nego je ciljano i legitimno samo učinjena nevidljivom. Zbog posebnosti te sile (načelo ekvivalentnosti) ta je okolnost omogućila Einsteinu da i međusobno ubrzane sustave referencije koristi zbog zadovoljenog kriterija isto kao i inercijalne: u njima se i gravitacijski ubrzano gibanje tretira za slobodno padajućeg promatrača u homogenom gravitacijskom polju kao jednoliko.

\* \* \*

Može se pokazati da se ciljanim (namjernim) odstupanjem od izbora sustava referencije za pune okolnosti primjene može i u tehničkoj termodinamici doći do korisnih točnih relacija donekle analogno kao u općoj teoriji relativnosti. Pri tome će odstupanje od (referentnog) CMNR sustava biti u tome da se stajalište promatrača promijeni tako, da se ne vidi rad kao jedan od postojećih vanjskih utjecaja. Kao specijalni primjer, primijenit ćemo takav postupak na jedan protočni termodinamički sustav, konkretno na jednu centrifugalnu pumpu s fluidom, u stacionarnom pogonu.

Promatrač u tom slučaju neka jednoliko rotira zajedno s rotorom stroja. Kao takav on ne će vidjeti izvana dovedeni rad, jer neće vidjeti ubrzanje fluida vezano za napadne vanjske sile koje djeluju preko rotora. On to postiže analogno onome, kako je to činio i Einsteinov slobodno padajući promatrač u petom radu Zbornika: rotirajući promatrač pada ka osi vrtnje s ubrzanjem\* jednakim onome s kojim se giba i sam fluid koji to ubrzanje prima od rotora. Zbog toga svog ubrzanja ka osi vrtnje, promatrač neće registrirati centripetalno ubrzanje fluida, nego će registrirati tomu odgovarajuću inercijalnu silu (centrifugalnu) silu usmjerenu

---

\* Samo što to centripetalno ubrzanje nije gravitacijsko.

radijalno u suprotnom smjeru\*. Proizlazi da će, promatrajući stzacionaran protočni proces u pumpi, i ovaj rotirajući promatrač vidjeti da zadovoljava kriterij neumiješanosti. Ali u okolnostima u kojima ne vidi jedan od vanjskih utjecaja (u ovom slučaju rad koji se dovodi preko rotora kao jedini vanjski utjecaj).

\* \* \*

Za primjenu termodinamike na sve protočne sustave koristi se u tehničkoj termodinamici poznati zamišljeni model takvih sustava. Njime se na elegantan način zamjenjuje za tvar otvoreni protočni sustav s njemu ekvivalentnim modelom zatvorenim za tvar, što je preduvjet za primjenu termodinamike. S tim se modelom odigrava jedan konačan proces koji je takav, da se njegovim sukcesivnim ponavljanjem postižu točno svi učinci realnog protočnog, u ovom slučaju stacionarnog procesa.

Model predstavlja jednu cjelinu od pet dijelova. To su: masivni stator stroja – CMNR stajalište promatrača, zatim rotor preko kojega se dovodi rad, pa jedan djelić fluida, koji će tijekom konačnog procesa s modelom promijeniti svoj položaj od ispred ulaza u stator na iza izlaza iz statora. Uz ova tri dijela model sadrži i dva fiktivna utega nad pomičnim stupovima: jedan je nad fluidom ispred ulaza, drugi je nad fluidom iza izlaza. Ovi utezi točno simuliraju termodinamički utjecaj na djelić fluida od strane cjelokupnog fluida uzvodno od ulaza u stator, odnosno utjecaj cjelokupnog fluida nizvodno od izlaza. „Deformacija“ ovog za tvar zatvorenog modela tijekom cjelokupnog promatranog procesa jest u promjeni relativnog položaja promatranog djelića fluida od ispred ulaza u stator (u stanju „1“ modela), do položaja djelića kad je izišao iz izlaza (stanje „2“ modela). Rad vezan za tu deformaciju jest tzv. „tehnički rad“ (shaftwork)  $w_{t_{1,2}}$  po 1 kg proteklog fluida. Unutarnja energija modela, također po 1 kg proteklog fluida jednaka je u ovom slučaju specifičnoj totalnoj entalpiji fluida  $h^{tot}$ , koja se mijenja od  $h_1^{tot}$  do  $h_2^{tot}$ . Konkretno, primjena Prvog zakona na adijabatski proces u modelu, po 1 kg proteklog fluida daje:

$$w_{t_{1,2}} = u_2^{mod} - u_1^{mod} \quad (10.1)$$

---

\* I Einsteinov je slobodno padajući promatrač registrirao inercijalnu silu u smjeru suprotnom od ubrzanja, samo što se ta sila poništila s gravitacijskom, zbog jednakosti gravitacijske i inercijske mase. Time je gravitacijska sila postala nevidljiva. U našem primjeru te nevidljivosti nema, nego se inercijalna centrifugalna sila uravnotežava sa suprotnom silom od radijalnog porasta tlaka.

gdje je, kao što je rečeno,  $w_{t_{1,2}}$  rad doveden modelu tijekom premještanja fluida iz ulaznog spremnika kroz pumpu u izlazni spremnik, a  $u^{mod}$  je specifična unutarnja energija modela s fluidom u jednom (1), odnosno u drugom spremniku s pomicnim stupom (2). Pri tome je

$$u^{mod} = u + \frac{p}{\rho} + e^{meh} = h + e^{meh} = h^{tot} \quad (10.2)$$

Ovdje je  $u$  specifična unutarnja energija samog fluida, ako bi u CM sustavu mirovao,  $\frac{p}{\rho}$  predstavlja potencijalnu fiktivnu energiju podignutog utega u spremniku, a  $h$  entalpiju;  $e^{meh}$  je dio unutarnje energije mehaničke prirode (ako je ima), to jest kinetičke i potencijalne. Radi jednostavnosti uzimamo da je fluid nestišljiv. Time prvi zakon termodinamike primijenjen na model protočnog sustava glasi:

$$w_{t_{1,2}} = h_2^{tot} - h_1^{tot} \quad (10.3)$$

Nezavisno od cijelog modela protočnog sustava, za predmet primjene termodinamike može se uzeti i sam 1 kg fluida, s termodinamičkim promatračem vezanim uz njegov centar mase, duž cijelog puta djelića od ulaza do izlaza iz pumpe. Držeći se centra mase djelića i zanemarujući eventualnu rotacionu komponentu u njegovoj energiji  $u$  (koja je u ovom slučaju bez translatorne kinetičke), Prvi zakon iz ovog drugog centar-masenog stajališta glasi:

$$u_{t2} = u_1 - w_{tr_{1,2}} \quad (10.4)$$

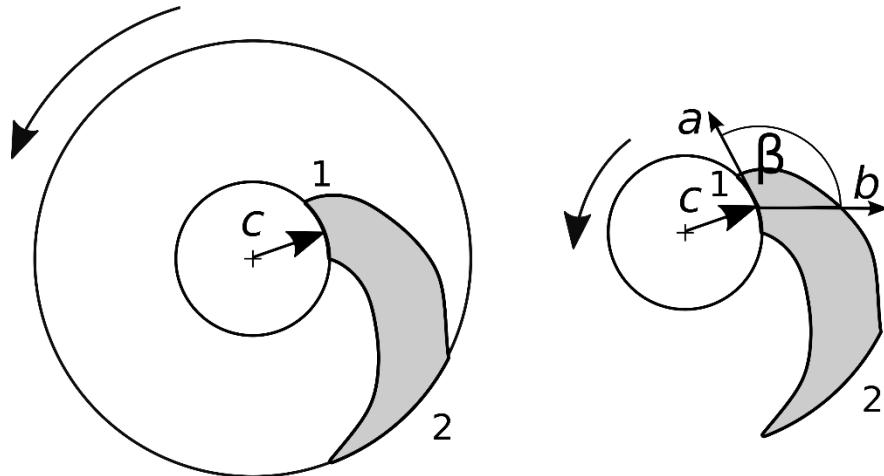
gdje je  $w_{tr_{1,2}}$  specifični rad unutarnjeg trenja u fluidu. Naime, ako je proces bez izmjene topline, a fluid nestišljiv, nema načina da mu se unutarnja energija promijeni, osim da se radom unutarnjeg trenja ( $w_{tr_{1,2}} > 0$ ) poveća. (10.3) i (10.4) predstavljaju tako dva različita vidika prvog zakona termodinamike, primijenjenog jednom na cijeli model protočnog sustava, drugi put na sam fluid. U oba slučaja pozivajući se na zadovoljenost istog kriterija neumiješanosti promatrača, koji je, u skladu s radom 8. Zbonika u oba slučaja bio centar maseni bez rotacije, ili vrlo približno takav.

\* \* \*

Kao što je već rečeno, ovdje se bavimo pitanjem što bi bilo ako bi promatrača zamislili tako da stacionarno rotira s rotorom i da u takvom položaju ne vidi ni jedan vanjski utjecaj (u našem je slučaju jedini takav utjecaj rad predan

fluidu preko gibanja rotora). Nakon konstatiranja da i ovaj promatrač vidi zadovoljen kriterij neumiješanosti promatrača, to mu daje pravo da – videći da nema vanjskih utjecaja i videći da ima odgovarajuće sile (samo centrifugalne, a ne i Coriolisove, ako je relativno gibanje fluida sporo) – na promatrani objekt (onakav kakvim ga vidi) primjeni prvi zakon termodinamike. Da bismo ovo i pokazali, postupimo prema rečenom i provjerimo rezultat.

Dovoljno je da promatrač promatra protjecanje fluida kroz jedan od jednakih zakriviljenih kanala rotora (v. Sl. 10.1.), za njega nepokretan. Prikazani su jedan kanal rotora i u detalju situacija na njegovom ulazu. U slučaju sporog relativnog gibanja fluida mogli bi se relativna kinetička energija fluida i unutarnji rad trenja zanemariti. Promatrač bi video i/ili izmjerio (kvazi)statičku situaciju: fluid bi u odnosu na kanal praktično mirovao). Pri tome se ne bi video dovod rada okretanjem rotora, a vidjelo bi se polje inercijalne centrifugalne sile nastale rotacijom stajališta brzinom rotora i, ustvari, slobodnim padom promatrača ka osi vrtnje. Ovdje i u nastavku treba biti oprezan: inercijalne sile ovaj promatrač vidi



Sl.10.1 Disk centrifugalne pumpe, kanal i ulazni kut  $\beta$  relativne brzine fluida  $b$

kao realne, ali to nisu sile od drugih tijela na promatrano\*. Zato termodinamički promatrač u ovom sustavu referencije prvi zakon termodinamike ne može formulirati u općem obliku: ne može ga proširiti tako, da obuhvati sva tijela u međusobnoj interakciji. Naime, u slučaju uzimanja u obzir inercijalnih sila nema tijela koja bi bila njihov izvor, nema primopredaje rada i topline s njima i nema očuvanja energije u zatvorenom i izoliranom materijalnom sustavu.

\* Kao što takva nije bila ni inercijalna sila, koja je u općoj teoriji relativnosti učinila nevidljivom njoj suprotnu silu gravitacije.

\* \* \*

Kad sve ovo znamo o situaciji u kojoj je promatrač, možemo reći da će on u ovom slučaju zaključiti da zadovoljava kriterij neumiješanosti jer će vidjeti ravnotežu (ili simetriju): s jedne strane odsustvo vanjskog utjecaja, naime rada (u ovom slučaju i topline), a s druge strane odsustvo njemu vidljive promjene unutarnje energije. Ako je to situacija koju vidi iz svog stajališta, onda mu ono dopušta da primjeni prvi zakon termodinamike na ono što vidi: da s njime poveže njemu vidljive vanjske utjecaje i odgovarajuće promjene energije (ako ih za njega ima). To je analogno onome kako se drugi Newtonov zakon mogao primijeniti u neinerocijalnom, slobodno padajućem stajalištu. Prema (10.2) i (10.3) to bi ovdje značilo:

$$0 = u_2^{mod} - u_1^{mod} \quad (10.5)$$

Dalje je

$$u^{mod} = u + \frac{p}{\rho} + e_{pf} + e_k \quad (10.6)$$

$e_{pf}$  je fiktivna potencijalna energija polja centrifugalne sile, a  $e_k$  bi bila kinetička energija relativnog gibanja, kad bi je za promatrača bilo. Konkretno  $e_k = \frac{v^2}{2}$ , a

$$e_{pf1} - e_{pf2} = \int_2^1 (-\omega^2 r) dr = \left(\frac{\omega^2}{2}\right) (r_2^2 - r_1^2) = \frac{(v_{rot2}^2 - v_{rot1}^2)}{2} \quad (10.7)$$

Naravno, rotirajući promatrač ne bi centrifugalnu silu opisao preko kutne brzine  $\omega$  (koju ne vidi) (10.7), isto tako ni  $v_{rot}$  kao prijenosnu brzinu za točku na rotoru, ali bi svejedno i bez toga, kao termodinamičar, mogao naći eksperimentalnim putem podintegralnu zavisnost  $e_{pf1}(r)$  opisanu sa  $\omega$  u (10.7). Uvrštenjem (10.6) i (10.7) u (10.5) slijedi

$$\left(\frac{p_1}{\rho} + e_{k1} - \frac{v_{rot1}^2}{2}\right) - \left(\frac{p_2}{\rho} + e_{k2} - \frac{v_{rot2}^2}{2}\right) = u_2 - u_1 \quad (10.8)$$

U odsustvu unutarnjeg trenja vrijedilo bi  $u_2 = u_1$ . S povećanjem brzine protjecanja fluida promatrač bi počeo registrirati i kinetičku energiju relativnog gibanja i pojavu Coriolisove sile. Ta bi sila na djeliće fluida djelovala samo okomito na njihov smjer (relativnog) gibanja, kao što bi činila neka glatka stjenka

(smooth wall); s porastom (relativne) brzine promatrač bi registrirao i rad unutarnjeg trenja, uz (10.4).

No, možemo li potvrditi način rasuđivanja kojim je izvedena relacija (10.8), dobivena vidljivim zadovoljavanjem kriterija neumiješanosti u ovako stajalištem izmijenjenim okolnostima?

Prije nego što se odgovori na ovo pitanje iskoristimo priliku da do relacije među istim veličinama dođemo na drugi, nesporan način. Naime, okolnosti u kojima se odvija proces u rotoru ove pumpe istovremeno su takve, da svi članovi relacije (10.8) imaju i mehanički i termodinamički smisao, a sama relacija predstavlja istovremeno i termodinamički i mehanički vidik istog općeg zakona očuvanja energije: mehanički iz mehaničkog (inercijalnog), a termodinamički – iz stajališta kojemu tek treba potvrditi vrijednost.

Rezimirajmo zato primjenu zakona očuvanja energije u centrifugalnoj pumpi iz mehaničkog vidika, na pr. prema standardnom udžbeniku [30]. Tu se polazi od Newtonova zakona gibanja za materijalnu točku  $\vec{F} = \frac{d(m\vec{V})}{dt}$ , gdje je  $\vec{V}$  njena absolutna brzina u inercijalnom sustavu referencije. Za tijelo koje rotira oko fiksne osi kroz njegov centar mase može se, služeći se Newtonovom mehanikom, izvesti relacija analogna njenom drugom zakonu za materijalnu točku. To je relacija među pojmovima koji se odnose na tijelo kao cjelinu, to jest da je moment sprega sila koji napada tijelo  $M$  jednak promjeni momenta količine gibanja u jedinici vremena. U slučaju rotora s fluidom to se svodi na:

$$M = \dot{m}(r_2 V_2 \cos \alpha_2 - r_1 V_1 \cos \alpha_1) \quad (10.9)$$

gdje su sa kosinusima izražene veličine komponenti brzina okomite na radiuse, a  $m$  je maseni protok fluida (prema SI 10.1 i 10.2). Množenjem obje strane s kutnom brzinom rotacije rotora  $\omega$  dobivamo jednakost uložene i primljene snage po 1 kg proteklog fluida; s time je i

$$w_{t_{1,2}} = v_{rot\ 2} V_2 \cos \alpha_2 - v_{rot\ 1} V_1 \cos \alpha_1 \quad (10.10)$$

gdje je  $w_{t_{1,2}}$  specifični tehnički rad izvršen nad protočnim sustavom rotorskih kanala. Zato je razlika energija – iz stajališta mehanike –

$$w_{t_{1,2}} = e_{m2} - e_{m1} + u_2 - u_1 \quad (10.11)$$

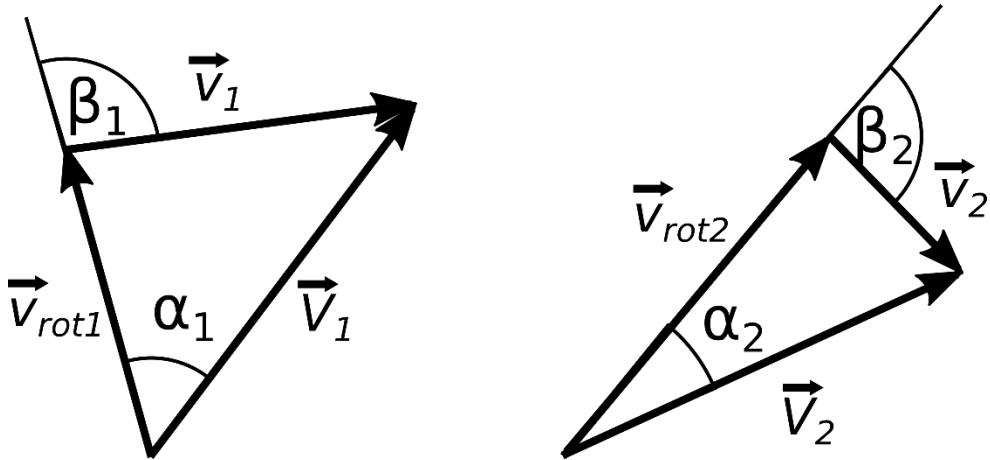
jer je  $e_m$  specifična mehanička energija po 1 kg fluida, a  $u_2 - u_1$  jednako radu unutarnjeg trenja. Uvrštenjem članova u (10.11) slijedi

$$\begin{aligned} & \left( \frac{p_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} \right) - \left( \frac{p_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} \right) + u_2 - u_1 \\ & = v_{rot2} V_2 \cos \alpha_2 - v_{rot1} V_1 \cos \alpha_1 \end{aligned} \quad (10.12)$$

Ovdje iz trokuta brzina želimo eliminirati apsolutnu brzinu  $V$  u inercijalnom sustavu referencije. Iz trokuta brzina na Sl. 10.2 je :

$$V^2 = v^2 + v_{rot}^2 + 2vv_{rot} \cos \beta \text{ i } V \cos \alpha = v_{rot} + v \cos \beta, \text{ odakle i}$$

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} - \frac{v_{rot1}^2}{2} - \left( \frac{p_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} - \frac{v_{rot2}^2}{2} \right) = u_2 - u_1 \quad (10.13)$$



Sl.10.2 Trokuti brzina na ulazu i na izlazu iz kanala

što je identično s (10.8).

Taj rezultat predstavlja argument u prilog točnosti rasuđivanja koje je prethodilo izvođenju relacija (10.5) do (10.8). To jest potvrđuje ispravnost uvođenja pojma kriterija za izbor stajališta promatrača kao (pred)uvjeta za primjenu zakona čak i u okolnostima kada je taj promatrač samo parcijalno neumiješan. Isto tako je i argument koji omogućava slobodniju i kreativniju upotrebu zakona termodinamike predvođenu primjenom kriterija samo parcijalne neumiješanosti promatrača. To jest dovoljno je da promatrač samo vidi da je sadržaj „prvog postulata o termodinamičkoj ravnoteži“ zadovoljen, pa da dođe do jedne korisne i točne relacije. Ne i da dođe do točne formulacije samih

univerzalnih zakona termodinamike, za što su potrebne pune, a ne parcijalno zadovoljene okolnosti primjene kriterija neumiješanosti promatrača stajalištem.

### 10.1 Veza s Einsteinovim općim načelom relativnosti

Kao što je već pokazano, izbor stajališta referentnih za formulacije univerzalnih zakona prirode uvjetovan je zadovoljavanjem kriterija neumiješanosti promatrača. Za mehaniku, odnosno za termodinamiku. No u petom je radu pokazano da je moguća primjena kriterija neumiješanosti promatrača stajalištem i u okolnostima koje su manje stroge od onih za formulaciju samih zakona. Naime, promatrač može zauzeti i stajalište iz kojega se ne bi vidjela promjena stanja i u prisutnosti jednog od vanjskih utjecaja. Tako je, na primjer, ako se gleda iz stajališta iz kojega je jedan utjecaj kompenziran (ili poništen) učinkom neke inercijalne sile, a drugih utjecaja nema. Zbog te kompenziranosti jednog od utjecaja dovoljno je da nema promjene stanja i samo kad nema drugih vanjskih utjecaja, pa da za takvog promatrača kriterij neumiješanosti bude zadovoljen.

To daje mogućnost da se i iz takvog stajališta otkrije neka točna zakonitost, iako je **samo viđena** kao uzročno osnovana. Ona bi bila relacija između onih preostalih, promatraču vidljivih vanjskih utjecaja i promatraču vidljivih promjena stanja. Pri tome su svi ti prividni utjecaji i promjene stanja povezani na jedan potpuno određen način sa stvarnim utjecajima i stanjem. To dopušta otkriće neke ipak točne uzročno – posljedične veze. Međutim ne dopušta i otkrivanje samih univerzalnih zakona mehanike i termodinamike, što ostaje vezano za stajalište iz kojega se promjene stanja mogu uzročno povezati samo s realnim utjecajima drugih tijela, bez uplitanja inercijalnih sila.

Zamijenivši inercijalni sustav referencije u mehanici sa slobodno padajućim, Einstein je utjecaj gravitacijske resultantne sile učinio promatraču nevidljivim. Učinio je to tako što mu je slobodnim padom dodoj inercijalnu силу, koja se s gravitacijskom točno poništava zbog načela ekvivalentnosti masa. Iz ovog stajališta, na koje se odnosi Einsteinovo opće načelo relativnosti, on je utjecaj gravitacije na gibanje promatranog tijela i u općem slučaju mogao prikazati preko utjecaja ostalih sila vidljivih slobodno padajućem promatraču, ali u geometriji kakvu vidi ubrzani promatrač. A za toga neinercijalnog promatrača vrijede Lorentzove transformacije kao i za

inercijalnog, samo što njegovo viđenje geometrije nije euklidsko, nego je „iskriviljeno“.

Analogno Einsteinovom pristupu postupljeno je i u ovome radu, u području tehničke termodinamike. Zamjenom CMNR sustava referencije s rotirajućim rad doveden sustavu preko rotora postao je promatraču nevidljiv. Zajedno s tim se za tog promatrača pojavio i učinak inercijalne (centrifugalne) sile kao nastanak njene „potencijalne energije“. „Iskriviljen“ pogled iz rotirajućeg sustava referencije umjesto iz CMNR-a i primjena kriterija neumiješanosti od strane takvog promatrača dovela je uzročno do točne zakonitosti (10.8), koja doduše nema status općeg zakona termodinamike. No ona točno povezuje rotirajućem promatraču vidljive vanjske utjecaje s njemu vidljivom promjenom unutarnje energije (oboje su u ovom primjeru bili nula).

## 11. Primjena kriterija i znanstvena metoda istraživanja

Neven Ninić

U filozofiji znanosti postoji pitanje [31] kako to, da je znanstvena metoda tako uspješna u postavljanju hipoteza koje se deduktivno potvrđuju i kojima se otkrivaju prirodni zakoni i teorije. Čak i kad se stare teorije ruše, a uspostavljaju nove, već su i te starije imale veliki broj deduktivnih izvoda koji su potvrđivani, a nove još i veći. Vrlo je vjerojatno objašnjenje da je to baš zato što su postavljene hipoteze manje ili više uzročno povezane s rezultatima eksperimenata, što im daje veću vjerojatnost da vode ka formulaciji točnih zakona.

Međutim, stvaranju hipoteza na osnovi rezultata mjerjenja *skriveno prethodi izbor stajališta promatrača*: od izbora stajališta zavisi u općem slučaju što ćemo dobiti mjerenjem. Ali ono što od izbora stajališta zavisi i posebno jest to, da li će izabrano stajalište biti „uzročno povezano sa zakonom koji se istražuje“. Takav je slučaj samo kada je stajalište promatrača takvo, da otkriva „scenu“ na kojoj će se pojaviti kao vidljivi baš akteri zakonitosti koja se ciljano istražuje. Bolji primjer za ovo ne treba od onoga koji je u težištu prvog dijela cijelog ovoga Seminara, u šestom radu: u težištu je bilo kako izabrati stajalište „s pogledom na scenu“ na kojoj će se kao posljedica toga izbora nužno (kauzalno) pojaviti kao uzročno povezani akteri vanjski utjecaj i promjena stanja, tj. zakon gibanja.

Na koji način izabrati takvo stajalište? Na ovome je Seminaru izvedeno je da je to u mehanici, u elektrodinamici i u termodinamici u svakom slučaju preko nalaženja **kriterija neumiješanosti promatrača stajalištem** prije formulacije zakona. Budući da se u postojećoj filozofskoj sistematizaciji koraka induktivne (ili induktivno-deduktivne) znanstvene metode takav korak kao bitan ne spominje, niti povezuje s postojanjem bilo kakvog kriterija, prijedlog je s ovog Seminara da se takva dopuna uvede.

Ali koje posljedice ima postojanje i primjena ovoga kriterija? Kao prvo, s tim otkrićem će se poboljšati spomenuta faza primjene znanstvene metode istraživanja, u kojoj znanstvenik na osnovu rezultata mjerjenja iskušava različite hipoteze nižeg i višeg tipa na putu ka formulaciji zakona. Shvaćanje da prije toga treba potražiti i zadovoljiti kriterij neumiješanosti promatrača smanjit će broj suviše proizvoljnih hipoteza na putu do otkrića i formulacije općih zakona.

Druga je opća posljedica da treba očekivati da će se naići, ili da se već

naišlo, na takvo područje fenomena u kojima se **načelno ne može** zadovoljiti kriterij neumiješanosti promatrača u promatrano. Ako bi bila riječ o takvom fenomenu ili fenomenima koji su prisutni i u našem svakodnevnom životu, to bi dovelo do puno konkretnijeg razgraničenja, točnije dodira, područja znanosti i vjere. S tim da bi u takvom slučaju granicu svog (do sada načelno neograničenoga) područja primjene pomakla „na unutra“ sama znanost. Ako se potvrди da opisano područje fenomena postoji [5], moglo bi se reći da unutar područja znanosti funkcioniра uzročno-posljedično zaključivanje u širem smislu, a s druge strane crte dodira da funkcioniра zaključivanje koje je drugačije: nije u povezivanju posljedica s uzrocima ni deterministički, ni statistički, već samo „po plodovima“, u smislu koji je izvan uzročno-posljedične paradigme ugrađene u znanstvenu metodu.

U prilog ovome ide jedna interpretacija poznatog kvantno-mehaničkog „eksperimenta s dvjema rupicama“ Richarda Feynmana [32]. Ne-statistička nepredvidljivost rezultata ovog eksperimenta u [5] se obrazlaže kao nepredvidljivost ishoda malih makroskopskih, a time načelno i konačnih nepovrativih procesa. To jest, svi procesi koji čine našu svakodnevnicu izgleda da imaju ugrađene različite mogućnosti odigravanja, koje se znanstvenom metodom ne mogu povezati s neposrednim materijalnim uzrocima.

## **12. O ideji postojanja kriterija za izbor stajališta**

Neven Ninić

Jedna od tema u predviđenoj slobodnoj diskusiji - vjerojatno posljednja - mogla bi biti i osobno iskustvo o donekle različitim polaznim stajalištima fizičara i inženjera, odnosno znanstvenika tih provenijencija. Naravno, ono što ja ovdje pišem samo je dojam iz ograničenog broja susreta i razgovora, i može se uzeti kao samo jedno iskustvo i jedno mišljenje.

Osobno, nisam nikako mogao za ideju vodilju (ili polazni stav) usvojiti da u razvitu naše racionalne spoznaje svijeta ne može biti ili da nema nikakvih ograničenja. To bi se kosilo i sa samim pravim zdravim razumom, jer mi smo sami (i) materijalna bića unutar materijalnog svijeta, pa ne bi bilo nikakvo čudo da ga ne možemo vidjeti u cjelini, „sa strane“. S druge strane neki su nam prirodni zakoni univerzalnog kozmičkog značaja van sumnje poznati. Zato se može pretpostaviti da nam dar racionalnog razmišljanja nije dan samo za svrhu preživljavanja, kao što bi se moglo očekivati od same biološke evolucije. Nego da nam je dan i razvijen kao naš dragocjeni alat ne samo za evoluciono preživljavanje, nego i za spoznavanje univerzalnih zakona materijalnog svijeta i koji dar u prirodi ima univerzalnog oslonca.

Ta s jedne strane naša ograničenost shvaćanja materijalnog svijeta u cjelini, a s druge strane povjerenje u moć našeg kritičkog zdravog razuma - da shvati čak i tu ograničenost i da je tako u neku ruku i prevaziđe - ide u prilog nastanka ovdje razvijene ideje. Naime, da neophodna referentna tijela za formulaciju zakona mehanike (s elektrodinamikom) i termodinamike ne treba tražiti u nekakvom „apsolutnom“ fizičkom entitetu koji bi bio uvjetovan nekim našim nemogućim znanjem o „svemiru u cjelini“. Nego da je za formulaciju univerzalnih zakona prirode potrebno i dovoljno nešto što je načelno pristupačno, iako je istovremeno i načelno uvjetovano. Zato se može i očekivati da ćemo se u nekom području fizičke stvarnosti susresti sa svojim načelnim ograničenjem, jer smo i sami na bitan način dio istoga materijalnog svijeta. Otuda i blizina ideje o postojanju kriterija neumiješanosti promatrača stajalištem. Kriterija koji se može zadovoljiti u mehanici, elektrodinamici i u termodinamici, ali ne i na primjer u mehaničkoj i elektrodinamičkoj interpretaciji nepovrativih procesa (u koje spadaju svi realni makrofizički procesi [5]).

Ovo razmišljanje nije u sukobu s krajnjom svrhom inženjerskih djela, koja je u razvitu i smislenoj primjeni tehnike. Jer, da bi inženjer bio uspješan u svome

djelovanju, on mora prije svega biti potpuno siguran da je dobro, a ne samo formalno, shvatio temeljne i univerzalne fizičke zakone u svom području djelovanja. I da ih sve bolje shvaća kroz njihovu kreativnu primjenu, posebno pri ocjeni vlastitih ili tuđih mnogobrojnih ideja u pronalazačkoj djelatnosti.

S obzirom na ovo i na prije rečeno mogla se kod znanstvenika inženjerske provenijencije pojaviti i ideja da formulacija univerzalnih zakona prirode jest bitno uvjetovana stajalištem, jednim za mehaniku (i elektrodinamiku), a drugim za termodinamiku. I da „ispod radara“ prolazi kao neodgovoren pitanje zbog čega je stajalište bitno. A odgovor je: ono mora osigurati da sam promatrač, izborom svoga stajališta, vidi stvari „objektivno“, tj. da nije umiješan u promatrano. Ali ako je tako, trebalo bi da za razlikovanje umiješanosti od neumiješanosti postoji kriterij, koji ne bi dopuštao „licitiranje“ sa stajalištima, kakvoga je bilo u povijesti mehanike.

Ideja o postojanju bilo kakvog kriterija kojega tek treba zadovoljiti, i bez garancije da se to u svakom slučaju može učiniti, teško da se mogla začeti u znanstvenika sa čvrstim apriornim polaznim stavom da naše racionalno rasuđivanje ne može imati ili da nema nikakvih granica. Čini se da u tome pogledu prednost ima onaj koji teži dubljem shvaćanju već otkrivenih zakona prirode, u odnosu na onoga koji teži za (neograničenim) otkrivanjem novoga. Ovo se slaže i s mojim ograničenim osobnim iskustvom. Naime na kruti antropocentrički stav o apriornom nepostojanju ograničenja daleko sam češće nailazio u znanstvenika fizičarske, nego u onih inženjerske provenijencije.

## PRILOG

### Pregled sadržaja Seminara

Neven Ninić

U uvodnom se radu polazi od nečega na prvi pogled paradoksalnog: zakoni prirode su s jedne strane nešto objektivno postojeće, a s druge – ako inženjer ili fizičar nisu u nekom posebnom stajalištu – oni u općem slučaju te zakone niti vide, niti ih mogu formulirati, niti primijeniti. Zato zvuči kao ispravan stav koji zastupa grupa znanstvenika A: *U općem slučaju nema točne formulacije zakona bez prethodno točno definiranog (referentnog) stajališta.*

No, postoji i grupa znanstvenika B koja ima tako reći suprotan stav: *Zakoni postoje objektivno, bez obzira u kakvom je stajalištu promatrač. Zato se zakoni mogu točno formulirati ne definirajući prije toga nikakvo stajalište. Za njihovu praktičnu primjenu stajalište treba da je samo dovoljno dobro.*

Pokazuje se da je po znanstvenoj metodi istraživanja ispravan samo jedan od ova dva bitno različita stava, a to je stav A. Razlog je taj što fizičke veličine (koje se moraju spomenuti ako se započinje s formulacijom zakona) bez prethodno definiranog stajališta uopće nisu određene, ne znače ništa konkretno. Prethodno definiranje stajališta je još zahtjevnije, ako se želi da formulacija predstavlja univerzalni zakon prirode. To jest da formulacija u istom obliku vrijedi svuda u svemiru ili barem u njegovom velikom dijelu oko nas.

U drugom radu na Seminaru iz ovog se kuta gledanja analiziraju rasuđivanja Galileo Galileia, Isaaca Newtona i Alberta Einsteina – znanstvenika iz skupine A - u području mehanike (s elektrodinamikom), teorije relativnosti i - nakon toga - termodinamike. Einstein je, kao i Galilei i Newton, u svome rasuđivanju polazio čvrsto od toga, da sadržaj „zakona inercije“ predstavlja univerzalni zakon prirode. Ali po istom rasuđivanju slijedilo je i da je sustav referencije u kojemu je taj zakon formuliran („inercijalni sustav referencije“) u nekom posebnom odnosu mirovanja prema „svemiru u cjelini“. To je davalо i apsolutni značaj pravocrtnom jednolikom gibanju i ubrzavanju, koje ono ima u inercijalnom sustavu referencije.

Sa svim navedenim, osim s time da je sadržaj „zakona inercije“ univerzalni zakon prirode, Einstein u specijalnoj teoriji relativnosti nije bio zadovoljan. I za to je nezadovoljstvo imao svojih čvrstih zdravorazumskih razloga. Sve se svodilo

(i sve se svodi) na to, da – kako se izrazio Einstein – „. . . mi imamo zakone (mehanike i elektrodinamike), no ne znamo tijelo referencije u odnosu na koje se ti zakoni odnose . . . i cijela naša struktura fizike pokazuje se izgrađena na pijesku“ [8] (A. Einstein: The evolution of physics (General relativity), 1938.).

Ustvari, evo pregleda elemenata koji čine tu paradoksalnu situaciju iz koje je Einstein tražio izlaz. Polazi se od toga da

- a) Sadržaj „zakona inercije“ predstavlja univerzalni zakon prirode, a sustav referencije u kojemu on vrijedi zove se „inercijalnim“.
- b) Upotrebljivog inercijalnog sustava referencije nema bez nekog konkretnog materijalnog tijela, koje bi ga definiralo. Naime fizičke veličine u zakonima treba brojčano izraziti mjerjenjem, koje je moguće samo u odnosu na određeno referentno tijelo. Bez brojčanih vrijednosti dobivenih mjerjenjem zakoni nemaju konkretnog sadržaja, znanost nije egzaktna.
- c) Takvim se referentnim tijelom ne može proglašiti ni jedno tijelo u svemiru, jer se ničim bitnim ne bi odlikovalo u odnosu na ona druga tijela, koja bi bila nereferentna. Po Einsteinu, to je zato što ni jedno tijelo predloženo za referentno ne bi bilo uzročno povezano s mogućnošću da se baš iz njega kao stajališta otkrije zakon (gibanja).
- d) I sam inercijalni sustav referencije daje apsolutni značaj ubrzaju. Einsteinu to smeta, jer takvu apsolutnost mogu po njemu imati samo zakoni prirode, a ne i ova ili ona gibanja.

Zbog proturječnosti situacije opisane s elementima a – d Einstein unutar specijalne teorije relativnosti i Galilei – Newtonove mehanike (kao asymptotske ekstenzije teorije relativnosti) nije video ne samo odgovora na pitanje „što definira inercijalni sustav referencije?“, nego nije video ni mogućnost da se do odgovora na to pitanje u okviru specijalne teorije relativnosti uopće i dode.

Njegov daljnji rad na ovoj problematici doveo ga je do toga da je uz „specijalno“ uveo i opće načelo relativnosti, kojim je proširio pojам „zakona inercije“, te osnovao svoju opću teoriju relativnosti i teoriju gravitacije. No takvim je rješenjem uveo neke druge proturječnosti, koje se ne mogu izbjegići bez promjene prve stavke a) navedene među okolnostima koje su karakterizirale polaznu situaciju. Te proturječnosti dane su i analizirane u petom i šestom radu Zbornika. Ovdje ih ne navodimo, nego se zadovoljavamo samo navođenjem i kratkim

kritičkim komentiranjem samog Einsteinova pristupa rješavanju proturječne situacije a – d.

**Kao prvo** i kao što je već rečeno, Einstein nije video mogućnost rješenja problema sustava referencije unutar mehanike specijalne teorije relativnosti. Pokazuje se da je to bilo zato što je propuštao da vidi razliku između samog **rezultata izbora** referentnog tijela i **načina biranja** tog tijela. Pogrešan način biranja implicira da ni jedan rezultat takvog biranja ne može zadovoljiti ono, što se od rezultata biranja traži. A traži se da je uzročno povezan sa zakonom koji se iz njega može otkriti. Izbor **načina biranja** je sasvim druga razina uočavanja i rješavanja problema od ad hoc predlaganja rješenja (po Galileu, po Newtonu ili po samom ranom Einsteinu). No promjena načina biranja ne može biti provedena dokle god se ne odustane od stavke a) navedene među polaznim okolnostima. Problem je – prema pristupu obrazloženom na ovom Seminaru – nastao na razini pogreške u načinu biranja referentnog tijela. Ona implicira pogrešan rezultat izbora, pa problem treba i rješavati na toj razini izbora načina biranja.

**Kao drugo.** Među različitim načinima biranja, sa zakonima mehanike može biti uzročno povezan samo onaj način biranja koji nije izravan, već definiran nekim kriterijem koji bi tu uzročnost osigurao. Taj je kriterij Einsteinu nedostajuća karika. No ona ukida stavku a), jer se u petom i šestom radu Zbornika pokazuje da sadržaj „zakona inercije“ uopće nije zakon prirode, nego je viđenje toga sadržaja **kriterij, koji treba zadovoljiti stajalište** promatrača. Samo iz stajališta koje zadovoljava taj kriterij mogu se – uzročno – otkriti i formulirati zakoni mehanike. U krajnjoj liniji svaki izravan način biranja stajališta – pa bio on Galileiev, Newtonov ili rani Einsteinov – ima elemente „ad hoc“ biranja i zato ih je Einstein s pravom odbacivao.

**I kao treće**, u šestom se radu također pokazuje na kome je mjestu u svome rasuđivanju pod pritiskom Galilei skrenuo pogrešnim smjerom u načinu izbora sustava referencije. Rezultat je bio usvajanje stavke a), a čvrsto pridržavanje te iste Galileieve stavke i od strane Newtona i od strane Einsteina zadržalo je njih i sve njihove sljedbenike na tragu Galileieva pogrešnog skretanja.

Od sedmog do devetog rada otkriva se i primjenjuje pojам kriterija neumiješanosti promatrača u području termodinamike, kao temeljne znanosti komplementarne s mehanikom (i elektrodinamikom). Primjena kriterija omogućuje točnije razgraničenje mehanike i termodinamike, s energijom rotacionog gibanja kao dijelom unutarnje energije. U osmom se radu daje

termodinamička interpretacija apsolutnosti rotacionog gibanja, a u devetom veza zakona termodinamike s prividnim gibanjem dalekih zvijezda i s konstantnošću brzine svjetlosti. U desetom radu se praktična primjena kriterija neumiješanosti proširuje sa okolnosti pune na okolnosti parcijalne neumiješanosti promatrača, u mehanici i u termodinamici.

U jedanaestom se radu nužnost uvođenja kriterija neumiješanosti promatrača povezuje s učinkovitošću primjene znanstvene metode istraživanja u egzaktnim prirodnim znanostima. U tome se smislu predlaže dopuna u sistematizaciji koraka te metode.

## Overview of the Seminar Proceedings contents

### MODE OF THE REFERENCE SYSTEM SELECTION IN MECHANICS (includ. ELECTRODYNAMICS) AND THERMODYNAMICS

The introductory paper starts from something paradoxical at first glance: on the one hand, the laws of nature are something objectively existing, and on the other hand - if an engineer or a physicist is not in a special position - they generally neither see these laws, nor can they formulate them, nor apply. That's why it sounds like the correct posture the one advocated by the group of scientists A: In general case "*There is no correct formulation of the law without a previously precisely defined body of reference.*"

However, there is also a group of scientists B who has, so to speak, the opposite posture: "*Laws exist objectively, regardless of the observer's reference frame. That is why laws can be precisely formulated without first defining any reference body. For their practical application, the reference body should only be good enough.*"

It is shown that according to the scientific method of research, only one of these two fundamentally different postures is correct, and that is the posture A. The reason is that macroscopic properties (which must be mentioned if starting with the formulation of the law) are in general case not determined without a previously defined reference body, they don't mean anything concrete. Defining the reference body in advance is even more demanding, if the formulation is to represent a universal law of nature. That is, the formulation is valid in the same form everywhere in the universe, or at least in a large part of it around us.

In the second paper at the Seminar, the reasoning of Galileo Galilei, Isaac Newton and Albert Einstein - scientists from group A - in the field of mechanics, electrodynamics and special theory of relativity are analyzed from this aspect. Einstein, like Galilei and Newton, in his reasoning firmly started from the fact that the content of the "law of inertia" represents a universal law of nature. But by the same reasoning, it also followed that the system of reference in which that law was formulated ("inertial system of reference") is in some special relation of rest to "the universe as a whole". This also gave absolute meaning to rectilinear uniform motion and acceleration, which it has in the inertial frame of reference.

With all of the above, except for the fact that the content of the "law of inertia" is a universal law of nature, Einstein wasn't satisfied in the special theory of relativity.

And for that dissatisfaction he had his solid common sense reasons. Everything came down (and everything comes down) to the fact that - as Einstein put it - ",.... we have the laws (of mechanics and electrodynamics), but we do not know the reference body in relation to which those laws apply. .... and our entire structure of physics turns out to be built on sand"[8] (A. Einstein, L. Infeld: The Evolution of Physics , General Relativity, 1938). In fact, here is an overview of the elements making up this paradoxical situation from which Einstein sought a way out. It is assumed that

- a) The content of the "law of inertia" represents a universal law of nature, and the frame of reference in which it is valid is called "inertial".
- b) There is no usable inertial frame of reference without some concrete material body that would define it. Namely, the macroscopic properties in the laws should be numerically expressed by measurement only in relation to a certain reference body. Without concrete numerical values, the laws have no concrete content, the science is not exact.
- c) No body in the universe can be declared as such a reference body, because it would not be distinguished by anything essential in relation to those other bodies, which would be non-referential. According to Einstein, this is because no body - suggested as a reference body - would be causally related to the possibility of discovering the law (of motion) from it.
- d) The inertial reference system gives absolute meaning to acceleration, which bothers Einstein, because according to him only the laws of nature can have this absoluteness, not various motions.

Due to the contradiction of the situation described with the elements a - d Einstein, within the special theory of relativity and Galilei - Newtonian mechanics (as an asymptotic extension of the theory of relativity), saw neither an answer to the question "what defines the inertial frame of reference?", nor the possibility of reaching the answer to that question within the framework of the special theory of relativity at all.

His further work on this issue led him to the introduction of the "special" and "general" principle of relativity, by which he expanded the concept of the "law of inertia", and he founded his theory of gravity and the general theory of relativity. But with such a solution, he introduced some other contradictions which cannot be avoided without changing the first item a) listed among the circumstances that characterized the initial situation. These contradictions are given and analyzed in the fifth and sixth paper of the Proceedings. We do not list them here, but content ourselves only with listing and briefly commenting critically on Einstein's own approach to solving the contradictory situation a - d.

**First of all** and as already said, Einstein did not see the possibility of solving the problem of the frame of reference within the mechanics of the special theory of relativity. It is shown that this was because he failed to see the difference between direct choosing the **reference body** and choice of the **way of choosing** that body. The wrong way of choosing implies that not a single result of such choosing can satisfy what is required from this result (i.e. that this reference body is causally connected with the law that can be discovered from it). The choice of **the way of choosing** is a completely different level of noticing and solving problems than ad hoc proposing solution, i.e. reference body (according to Galileo, Newton or the early Einstein).

**Secondly**, among the different ways of choosing there is only one (defined by a certain rational criterion) which would enable demanded causality, related to the possibility to discover the law(s). But this criterion abolishes the item a), because in the fifth and sixth papers of the Proceedings it is shown that the content of the "law of inertia" is not a law of nature at all, but seeing that content is a **criterion that must satisfy the observer's frame of reference**. Only from a reference frame that satisfies that criterion the Newton's second law of mechanics can causally be discovered and formulated. Basically, every direct way of choosing a frame of reference - be it Galilei's, Newton's or early Einstein's - has elements of "ad hoc" choosing, and that is why Einstein rightly rejected it.

**And thirdly**, in the sixth paper, it is also shown where in his reasoning under pressure Galilei took the wrong direction in the way of choosing a system of reference. The result was the adoption of the item a), and the firm adherence to this same Galilei item by both Newton and Einstein kept them and all their followers on the track of Galilei's swerving.

From the seventh to the ninth paper, the concept of the criterion named "criterion of observer's non-involvement in observed" is discovered and applied in the field of thermodynamics, as a fundamental science complementary to mechanics (and electrodynamics). It is about the centre-of-mass reference frame, without rotation. The application of this criterion enables a more accurate demarcation of mechanics and thermodynamics, specially in the energy of rotational motion as a part of the internal energy. The application of that criterion also sheds new light on Newton's justification to introduce absolutely immobile space and on E. Mach's attempt to explain the action of inertial forces during rotation by the action of all the surrounding masses in the universe. The application of the same criterion also leads to some other consequences, such as the connection between the constancy of the speed of light  $c$  and the laws of thermodynamics applied to the isothermal body containing a photon gas in cavity.

In the tenth paper, the application of the criterion of non-involvement is extended from the circumstances of full to the circumstances of partial non-involvement of the observer, both in mechanics and in thermodynamics.

In the penultimate paper the criterion of observer's non-involvement is connected with the improvement of the scientific research method. It is about the choosing of hypothesis which conduct faster to the formulation of laws.

## PAPERS

1. The relationship between the laws of nature and the observer's reference frame (N. Ninić, I. Tolj)
2. On the choice of reference frame in mechanics – Galilei, Newton, Einstein and the followers (N. Ninić, D. Sedlar)
3. Relation between mechanics and electrodynamics (N. Ninić)
4. Jednadžbe elektrodinamike za sustave u gibanju (D. Poljak)
5. Einstein and the problem of absence of causality (N. Ninić, I. Tolj)
6. Galilei's swerving and the observer's non-involvement criterion (N. Ninić)
7. Criterion of non-involvement in thermodynamics and center-of-mass reference frame (N. Ninić, I. Tolj)
8. Body rotation – mechanics or thermodynamics? (N. Ninić, D. Sedlar)
9. Complementarity of mechanics and thermodynamics (N. Ninić, I. Tolj)
10. Application of criteria in case of observer's partial non-involvement (N. Ninić)
11. Application of criteria and scientific method of research (N. Ninić)
12. On the idea of the existence of criteria for choosing a reference frame (N. Ninić)

# Literatura

1. I. Supek: Teorijska fizika i struktura materije I, Školska knjiga, Zagreb 1960.
2. A. Einstein: Načela teorijske fizike, nastupni govor u pruskoj akademiji znanosti, Preusische Academie der Wissenschaften sitzungberichte, Bd. II, 1914.S.739-742. Sva originalna upućivanja na Einsteina ovdje se navode prema Zborniku radova A. Einsteina „Fizika i realnost“, Nauka, Moskva 1965. (na ruskom).
3. L.D. Landau, A.I. Ahiezer, E.M. Lischitz: General Physics, Pergamon Press 1967. (prvo izdanje je 1938., na ruskom, drugo – ovdje korišteno – iz 1965.).
4. L.D. Landau, E.M. Lifschitz: Teoreticheskaja fizika, tom 1. i tom 5., Nauka, Moskva 1976.
5. N. Ninić: Teorija umiješanosti promatrača ili istočni grijeh znanstvenika, OMH Šibenik 2016.
6. I. Newton: Philosophie naturalis principia mathematica, London 1687. (prema P.S. Kudrjavcev: Historija fiziki I, Uchpedgiz, Moskva 1948.).
7. A. Einstein: Über die spezielle und allgemeine relativitätstheorie, gemeinverständlich, braunschweig 1917. (paragraf 4.). Knjiga je namijenjena „..... čitateljima šireznanstvenog i filozofskog kuta gledanja.... Ja, kako će se vidjeti, nisam od čitatelja utajio teškoće, koje leže u osnovama teorije ...“
8. A. Einstein, L. Infeld: The evolution of physics (the growth of ideas from early concepts to relativity and quanta, article General relativity), Cambridge University press 1938.)
9. B.M. Javorskij, A.A. Pinskij: Osnovi fiziki I, Nauka , Moskva 1981.
10. T.K. Sarkar, M. Salazar-Palma and D.L. Sengupta: Who Was James Clerk Maxwell and What Was and Is His Electromagnetic Theory?, IEEE Antennas and Propagation Magazine 51,4, August 2009. Pp. 97-116
11. D. Poljak, F. Sokolić, M. Jakić: Propitivanje odnosa filozofije i znanosti s osrvtom na teze Thomasa S. Kuhna, Filozofija u dijalogu sa znanostima, Institut za filozofiju, Zagreb 2013.
12. D. Poljak: Advanced Modeling in Computational Electromagnetic Compatibility, New Jersey, Wiley-Interscience 2007.
13. A. Einstein: Newtons Mechanik und ihr Einfluß auf die Gestaltung der theoretischen Physik, Naturwissenschaften Bd. 15, 1927.
14. A. Einstein: Physik und realität, Zeitschriften fur freie deutche Forschung, No 1, No 2, 1938.
15. A. Einstein: Autobiografisches, zbornik A.E., Philosopher – Scientist, Illinois 1949.
16. N. Ninić: Uvod u termodinamiku i njene tehničke primjene, FESB, Split 2008.
17. G. Galilei: Dialogo, Fiorenza 1632. (prema P.S. Kudrjavcev: Istorija fiziki, Uchpedgiz, Moskva 1948.)
18. G. Galilei: Discorsi e dimonstrazione matematische, Leiden 1638. (isto)
19. N. Ninić, I. Tolj: Evaluation oft he reference frame in thermodynamics and its consequences, neobjavljeni rad, 2020.; ovdje je taj rad samo neznatno dopunjeno.

20. H. Goldstein, C. Poole, J. Saftko: Classical Mechanics, Third Ed., Addison Wesley 2000.
21. A. Maas: Theoretical Mechanics, lecture in WS 2016/17 at the KFU Graz.
22. S. Timoshenko, D.H. Young: Engineering Mechanics, Fourth Edition, Mc Graw Hill co. 1956.
23. N. Ninić: Osnove termodinamike i odnos s Newtonovom mehanikom, www. pmfst.hr, PMF Split 2011.
24. F. Bošnjaković: Technical Thermodynamics I, Holt, Rinehart and Winston, New York 1965.
25. I.P. Bazarov: Thermodynamics, Pergamon Press (distributed by McMillan), New York 1964.
26. M. Planck: Treatise on Thermodynamics, Third Edition (from the seventh german edition), Dover publications inc. New York 1945.
27. M. Zemansky, R. Dittman: Heat and Thermodynamics, Mc Graw Hill 1997.
28. I.I. Vorobiev: Teorija otnositeljnosti v zadačah, Nauka, Moskva 1989.
29. F. Bošnjaković: Nauka o toplini II, Tehnička knjiga, Zagreb 1976.
30. R.L. Daugherty, J.B. Franzini: Fluid mechanics with engineering applications, seven edition, Mc Graw Hill 1977.
31. I. Zelić: Vodič kroz filozofiju, Verbum, Split 2017.
32. R. Feynman: The Character of Physical Law, Cox and Wyman LTD, London, 1965.
33. A.Einstein: Predgovor njemačkom izdanju knjige T. Lucretiusa Carusa: De rerum natura. Berlin. Bd II. 1924. (v. Zbornik iz [2]).